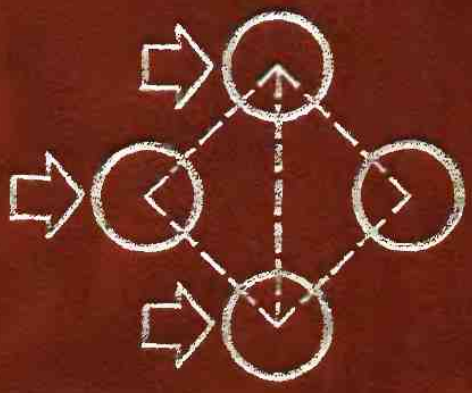
А. А. Жукаускас

КОНВЕКТИВНЫЙ ПЕРЕНОС В ТЕПЛООБМЕННИКАХ

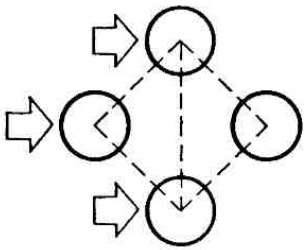


Издательство «НАУКА»

Академия наук СССР
Академия наук Литовской ССР
Институт физико-технических проблем энергетики

А. А. Жукаускас

КОНВЕКТИВНЫЙ ПЕРЕНОС В ТЕПЛООБМЕННИКАХ



Издательство «НАУКА» · Москва 1982

УДК 536.24

Жукаускас А. А. **Конвективный перенос в теплообменниках.** М.: Наука, 1982. 472 с.

Книга посвящена современным проблемам создания эффективных однофазных теплообменников, вопросам гидродинамики и конвективного теплообмена в потоках газов и различных жидкостей.

Представлены новейшие данные теоретических и экспериментальных исследований конвективного теплопереноса в ламинарных, турбулентных и отрывных течениях с охватом широкого интервала чисел Рейнольдса и Прандтля. Значительное внимание уделено вопросам интенсификации теплообмена, проблемам обтекания и гидродинамической вибрации, повышению эффективности и компактности трубчатых теплообменников.

Даны практические рекомендации по тепловому и гидродинамическому расчету теплообменников.

Издание рассчитано на научных работников и конструкторов, занятых изучением и разработкой теплообменных аппаратов и энергетических установок.

Рис. 349, табл. 21, библ. 456 назв.

Ответственный редактор

член-корреспондент АН СССР

Б. С. ПЕТУХОВ

Ж $\frac{2303000000-206}{055(02)-82}$ 819-82, кн. 2

© Издательство «Наука», 1982 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В Институте физико-технических проблем энергетики Академии наук Литовской ССР на протяжении ряда лет широко изучаются процессы конвективного теплопереноса, сведения о которых имеют важное значение для развития новых областей энергетики и создания эффективных теплообменных аппаратов. Результаты исследований систематически обобщаются и с 1968 г. публикуются в монографиях в серии «Теплофизика». Уже вышло в свет тринадцать монографий из этой серии. За последние годы в ИФТПЭ получен новый обширный материал в области теплообмена в потоках различных жидкостей и высокотемпературного газа, который может представить значительный интерес для широкого круга специалистов.

Настоящая книга, в значительной степени отражающая многолетний труд коллектива института, посвящена теплообменным и гидродинамическим проблемам создания эффективных однофазных теплообменников. Наряду с частичным использованием и обобщением материала, ранее опубликованного в серии монографий «Теплофизика», представлен новейший материал по данной проблеме, полученный в институте, а также в других советских и зарубежных научных центрах.

Активно участвовали в совместных исследованиях и значительную помощь в подготовке материала для отдельных глав данной книги оказали И. И. Жюгжда, А. А. Пядишюс, Р. В. Улинскас, Ю. В. Вилемас, В. И. Макарявичюс, А. Б. Амбразявичюс, С. М. Барткус, П. П. Вайтекунас, Л. И. Дагис, А. А. Жаляускас, Г. Б. Зданавичюс, В. И. Катинас, К. Ф. Марцинаускас, П. С. Пошкас, М. М. Тамонис, Б. А. Чесна и многие другие мои коллеги.

Научное направление ИФТПЭ формировалось при поддержании постоянных контактов с ведущими специалистами страны в области теплообмена, при содействии Института высоких температур АН СССР, Московского энергетического института, Энергетического института им. Г. М. Кржижановского и ряда других научных теплоэнергетических центров Москвы, Ленинграда, Киева, Новосибирска, Минска.

Выражаю глубокую признательность членам-корреспондентам АН СССР Б. С. Петухову и Р. И. Солоухину, а также проф. А. А. Шланчяускасу за ознакомление с рукописью и ценные советы.

Искренне благодарен П. М. Дауётасу, Р. М. Дрижюсу, Л. К. Буркой, С. А. Илгунене и всем другим, кто принимал участие в подготовке рукописи к изданию.

А. Жукаускас

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — коэффициент температуропроводности, м²/с

$c_f = \frac{2\tau_w}{\rho U^2}$ — коэффициент трения

c — постоянная; удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)

d — диаметр трубы, м

D — коэффициент диффузии, м²/с

f — элементарная площадь, м²; частота вибраций, Гц

F — общая площадь, м²

h — энтальпия, Дж/кг

k — высота элементов шероховатости, мм; коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·К)

$k^+ = \frac{ku_*}{\nu}$ — безразмерная высота шероховатости

l, L — длина, м

p — давление, Н/м²

q, Q — тепловой поток, Вт/м² или Дж

r — радиус, м

t, T — температура, °С, К

u, v, w — составляющие скорости, м/с

u', v', w' — пульсационные составляющие скорости, м/с

U_0 — скорость набегающего потока, м/с

U — максимальная скорость, м/с

$\bar{u}$ — осредненная скорость, м/с

$u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ — динамическая скорость, м/с

$u^+ = u/u_*$ — безразмерная скорость

x, y, z — декартовы координаты, м

$y^+ = yu_*/\nu$ — безразмерное расстояние

$\mathrm{Pr}_t = \varepsilon_\tau/\varepsilon_q$ — турбулентное число Прандтля

$\mathrm{Tu} = \sqrt{\overline{u'^2}}/U$ — степень турбулентности

α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К)

β — коэффициент объемного расширения, °С⁻¹

δ — толщина гидродинамического пограничного слоя, м

δ^* — толщина вытеснения, м

δ^{**} — толщина потери импульса, м

δ_T — толщина теплового пограничного слоя, м

ε_τ — коэффициент турбулентной вязкости, м²/с

ε_q — коэффициент турбулентной температуропроводности, м²/с

ϑ — температура, отсчитываемая от температуры стенки, °С

$\vartheta^+ = \frac{q_w}{\rho c_p u_*}$ — безразмерная температура

$\varkappa$ — постоянная Кармана

λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)

μ — коэффициент динамической вязкости, Па·с

ν — коэффициент кинематической вязкости, м²/с

ξ — коэффициент сопротивления

ρ — плотность, кг/м³

τ — касательное напряжение, Н/м²

φ — угол, град

Индексы:

f — по температуре потока

w — у стенки

φ — по периметру

х — химическая

i — для i-й составляющей

Остальные обозначения представлены в тексте.

Глава 1

ВВЕДЕНИЕ

1.1. Общие сведения

Мировое потребление энергии и топлива растет очень быстрыми темпами. Если в 1920 г. в мире расходовалось примерно 2 млрд. т условного топлива, то в конце настоящего столетия прогнозируется потребление до 20 млрд. т. Основная часть топлива идет на производство электроэнергии, на нужды централизованного теплоснабжения и промышленности. В Советском Союзе на долю энергетики и промышленности приходится около 60% всего расходуемого топлива. Проблема рационального и эффективного использования топливно-энергетических ресурсов является одной из важнейших [1].

На производстве основная часть тепловой энергии трансформируется в различных теплообменных аппаратах. Приблизительные подсчеты показывают, что, повысив только на несколько процентов энергетическую эффективность теплоэнергетических установок, в масштабе нашей страны можно получить экономию топлива, исчисляемую десятками миллионов тонн.

С ростом энергетических мощностей и объема производства все более увеличиваются габариты применяемых теплообменников. Уменьшение объема, создание более компактных теплообменников могут обеспечить значительную экономию материалов и металлов, понизить затраты труда.

Повышение энергетической эффективности и компактности теплообменников тесно связано с интенсификацией процесса теплообмена. Вместе с тем как интенсивность процесса теплопередачи, так и эффективность теплообменника в значительной степени зависят от особенностей обтекания и гидравлического сопротивления теплообменных поверхностей.

В энергетике, химической и других отраслях промышленности все шире используются крупногабаритные теплообменные аппараты, основными элементами которых являются обтекаемые пучки труб. Повышение гидродинамических нагрузок и габаритов теплообменников неизбежно выдвигает проблему вибраций систем труб, возбуждаемых потоком теплоносителя.

Дальнейшее развитие современных эффективных энергетических установок и теплообменников базируется на последних достижениях теории теплообмена и гидродинамики. Изыскание новых путей теплоотвода содействует прогрессивному развитию конструкций теплообменников и улучшению их эксплуатационных характеристик. Вместе с наращиванием мощностей теплообменников ведется работа по развитию их типов и усовершенствованию конструкций.

Теплообменные аппараты в зависимости от процесса передачи теплоты от одной среды к другой делятся на смесительные и поверхностные. В смесительных аппаратах теплообмен осуществляется путем перемешивания горячих и холодных жидких или газообразных веществ. В поверхностных аппаратах теплообмен происходит между твердой стенкой и омывающим ее теплоносителем. Процесс теплообмена может протекать в однофазной среде или при изменении агрегатного состояния теплоносителя. В энергетике, на транспорте, в нефтехимической и других отраслях промышленности осо-

бенно большой удельный вес имеют поверхностные теплообменники, в которых при передаче тепла агрегатное состояние теплоносителей не изменяется.

Поверхностные аппараты делятся на рекуперативные и регенеративные. В рекуперативных аппаратах тепло передается от горячего теплоносителя к холодному через твердую стенку, а в регенеративных та же поверхность периодически омывается то горячей, то холодной жидкостью или газом.

Вместе с тем в последнее время в связи с развитием атомной энергетики и электронагревателей все большее значение получают теплообменники с внутренними источниками энергии, в которых газ или жидкость от стенки отводят теплоту, выделяющуюся в элементе самого аппарата.

В современных мощных энергетических и технологических установках превалирующую роль играют стационарные процессы конвективного теплопереноса, которые характерны для рекуператоров и теплообменников с внутренними источниками энергии.

1.2. Однофазные конвективные теплообменники

Конвективные теплообменные аппараты по роду используемых теплоносителей делятся на теплообменники типа «газ—газ», «жидкость—газ» и «жидкость—жидкость». Обычно в таких теплообменниках или теплообменниках «жидкость—паровая среда», «газ—паровая среда» на обеих или одной стороне стенки канала или трубы происходит процесс однофазного конвективного теплообмена.

Циркуляция теплоносителя в конвективных теплообменниках вынужденная, и интенсивность теплообмена, а тем самым и теплообменная поверхность, в значительной степени зависят от рода теплоносителя. Например, при одинаковых условиях и скоростях потока коэффициент теплоотдачи в потоке воды обычно на один-два порядка выше, чем в потоке воздуха. Однако воздух в неограниченном количестве находится в атмосфере Земли, он менее агрессивен, чем вода, не вызывает коррозии и солевых отложений, что позволяет применять при изготовлении теплообменников более дешевые углеродистые стали или легкие сплавы.

Процессы теплоотдачи, обтекания и гидродинамического сопротивления зависят также от состояния пограничного слоя, в котором большое значение имеет изменение вязкости по его толще. Коэффициент кинематической вязкости сильно изменяется с изменением температуры. Например, при понижении температуры от 80 до 20° С коэффициент кинематической вязкости авиационного масла увеличивается в 27 раз, воды — в 2,7 раза, а коэффициент кинематической вязкости воздуха уменьшается в 1,4 раза.

Таким образом, при конструировании теплообменников важное значение имеют род теплоносителя и выбор надлежащего температурного режима его работы. Этот вопрос тесно связан с глубоким анализом работы теплообменника и учетом физических свойств жидкостей и газа.

Важным вопросом также является выбор направления движения теплоносителя в теплообменнике. В этом смысле можно выделить три наиболее характерные группы теплообменников: прямоточные (рис. 1.1, *а*), в которых оба теплоносителя движутся параллельно в одном направлении, противоточные (рис. 1.1, *б*), в которых два теплоносителя движутся в противоположных направлениях, и перекрестного тока (рис. 1.1, *в*), когда один теплоноситель движется под прямым углом к направлению движения второго теплоносителя.

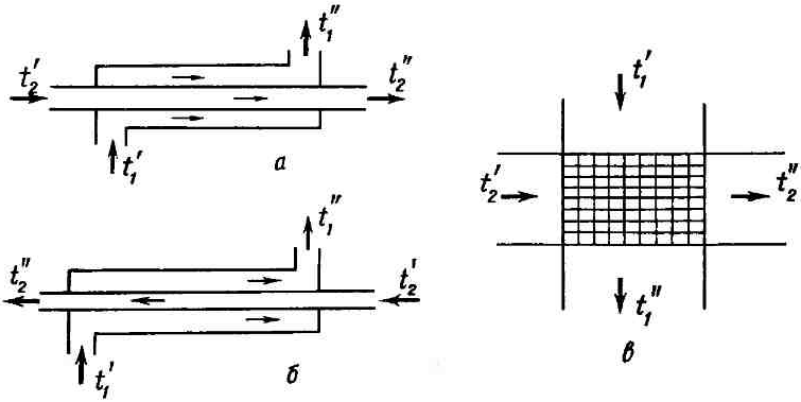


РИС. 1.1. Схемы течения теплоносителей в теплообменниках

а — прямоток, *б* — противоток, *в* — перекрестный ток

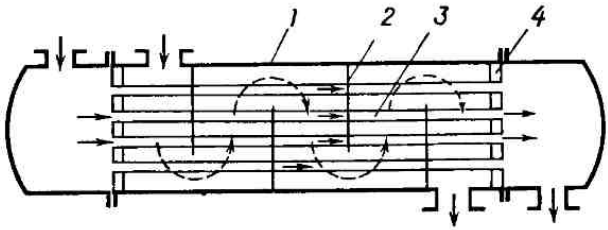


РИС. 1.2. Многоходовой кожухотрубный теплообменник

1 — корпус, *2* — перегородки, *3* — трубки, *4* — трубная доска

На практике применяются одноходовые теплообменники, в которых теплоносители движутся, не изменяя направления движения, и многоходовые аппараты, в которых теплоносители движутся по нескольким ходам, меняя направления своего движения. Многоходовые теплообменники обычно работают по схеме перекрестного тока. В многоходовых теплообменниках (рис. 1.2) поток одной жидкости несколько раз пересекает в противоположно меняющихся направлениях поток другой жидкости.

Основным элементом теплообменников рассмотренных схем является труба, внутри которой обычно течет греющая жидкость, а снаружи — охлаждающая, причем трубы омываются либо поперечным потоком теплоносителя, либо продольным, либо под некоторым углом.

Как видно из рис. 1.2, снаружи омываемые трубы помещаются в цилиндрический кожух таким образом, чтобы оси труб и кожуха теплообменника были параллельны. Такие теплообменники называются кожухотрубными. Как нагреватели или охладители они широко используются в энергетике, в нефтеперерабатывающей, химической, пищевой и других отраслях промышленности. Весь процесс теплоотдачи и обтекания пучка труб в кожухе довольно сложен и требует глубокого изучения.

В пищевой и других отраслях промышленности применяются также змеевиковые теплообменники, в корпусе которых заключена змеевиковая поверхность нагрева. В этих случаях теплообмен протекает интенсивнее, да и сама поверхность нагрева более развита, однако очистка труб очень затруднена.

Перечисленные теплообменники используются в различных областях техники. В пищевой промышленности в случае невысоких давлений и температур широко применяются пластинчатые теплообменники. В них две жидкости разделены пластиной, через которую передается тепло. Процесс

теплообмена в этих теплообменниках существенно отличается от процесса теплообмена в кожухотрубных теплообменниках.

В современной энергетике и во многих отраслях народного хозяйства применяются газо- или воздухоохладители и подогреватели. Основным недостатком газов и воздуха как теплоносителей являются гораздо худшие, чем у жидкостей, теплопередающие свойства. Эффективность газовых теплоносителей значительно возрастает с повышением давления. В этих случаях, например в теплообменниках для газотурбинных установок, газ под высоким давлением протекает внутри труб, что позволяет избежать высокого давления внутри цилиндрического кожуха. Однако в большинстве воздухоохладителей внутри труб циркулирует жидкость, а снаружи — воздух. Поэтому для отвода даже сравнительно небольшого количества тепла, подводимого жидкостью, необходимо увеличить теплопередающую поверхность со стороны воздуха. В таких случаях применяются разнообразные по конструкции оребренные трубы, ребра на которых обычно располагаются на внешней поверхности. Процессы обтекания и теплообмена в пучках оребренных труб довольно сложны.

В процессе усовершенствования оребренных поверхностей появились так называемые компактные теплообменники, имеющие сравнительно большую удельную поверхность теплообмена в единице объема и обеспечивающие большой теплоотвод.

Компактность теплообменников, применяемых в автотранспорте, авиации и других областях современной техники, постепенно увеличивается и в некоторых случаях уже доведена до 6000 м²/м³. Однако эти показатели еще не достигли показателей биологических систем (ср. с компактностью человеческих легких — 17 500 м²/м³).

Путем совершенствования компактных теплообменников с развитыми поверхностями теплообмена решаются современные проблемы уменьшения веса, габаритов и стоимости теплообменников. Вместе с тем создание теплообменных аппаратов тесно связаны с интенсификацией теплоотдачи и выбором оптимальных режимов теплообмена.

При создании теплообменника в первую очередь определяется его поверхность нагрева. Кроме того, предстоит решить, каких размеров в данном случае должен быть теплообменник, можно ли его уменьшить, сделать легче, экономичнее и дешевле, достаточно ли он будет надежным и температуроустойчивым. На эти и другие вопросы должен ответить конструктор при выборе процесса теплообмена и выполнении теплового расчета теплообменного аппарата.

Вместе с тем, несмотря на большое разнообразие конвективных теплообменных аппаратов по виду, принципу действия и специальному назначению, в любом из них, будь то паровые котлы, водоподогреватели, маслоохладители или воздухоподогреватели, тепло от горячего теплоносителя передается к разделяющей стенке и через нее — к холодному теплоносителю; поэтому методы теплового расчета различных теплообменных аппаратов остаются общими.

1.3. Принципы теплового расчета

Основной целью теплового расчета теплообменника является определение теплообменной поверхности, а если она известна,— определение количества переданного тепла, конечных параметров теплоносителей и всего режима работы теплообменника.

Тепловой расчет теплообменников состоит из совместного расчета теплового баланса и теплопередачи.

Уравнение теплового баланса для теплообменников непрерывного действия имеет вид

$$dQ = Gc_p dt, \tag{1.1}$$

или в интегральной форме

$$Q = G\int_{t'}^{t''} c_p\, dt = Gc_p(t'' - t'), \tag{1.2}$$

т. е. количество тепла, отдаваемое теплоносителем при постоянном расходе его массы G со средней теплоемкостью c_p, пропорционально изменению его температуры Δt.

В идеальном случае, не принимая во внимание потери тепла в окружающую среду, получаем уравнение теплового баланса для греющей и нагреваемой жидкостей:

$$dQ = -G_1 c_{p_1} dt_1 = G_2 c_{p_2} dt_2, \tag{1.3}$$

или

$$Q = G_1 c_{p_1}(t_1' - t_1'') = G_2 c_{p_2}(t_2'' - t_2'). \tag{1.4}$$

Индекс 1 означает, что параметр относится к греющей жидкости, а индекс 2 — к нагреваемой, t_1', t_1'' — температуры греющей жидкости на входе и выходе, t_2', t_2'' — температуры нагреваемой жидкости на входе и выходе.

Если в тепловых расчетах применить так называемый водяной эквивалент теплоносителя, определяемый выражением

$$W = Gc_p, \tag{1.5}$$

то уравнение теплового баланса (1.3) будет иметь вид

$$dQ = -W_1 dt_1 = W_2 dt_2, \tag{1.6}$$

или

$$Q = W_1(t_1' - t_1'') = W_2(t_2'' - t_2'). \tag{1.7}$$

Из уравнения теплового баланса можно найти расход теплоносителя или определить количество передаваемого тепла.

Необходимая для передачи тепла поверхность теплообмена определяется из уравнения теплопередачи

$$dQ = k\Delta t dF, \tag{1.8}$$

или

$$Q = \int_0^F k\Delta t\, dF = k\Delta t F, \tag{1.8а}$$

где k — коэффициент теплопередачи, принимаемый постоянным по всей поверхности нагрева; $\Delta t = t_1 - t_2$ — разность между средними температурами греющей и обогреваемой жидкостей, представляющая собой температурный напор.

Из уравнения (1.8а) получаем расчетную поверхность нагрева

$$F = Q/k\Delta t. \tag{1.9}$$

В отдельных случаях коэффициент теплопередачи и температурный напор сильно изменяются по длине теплообменной поверхности. Поэтому вся поверхность нагрева делится по длине на несколько частей и для каждой на основе уравнений (1.3) и (1.8) производится расчет теплообмена с принятием соответствующих локальных значений Δt_i и k_i. Общее переданное количество тепла равно

$$Q = \sum_{1}^{n} Q_i. \tag{1.10}$$

Уравнения теплового баланса (1.3) и теплопередачи (1.8) являются основными уравнениями теплового расчета теплообменных аппаратов и обычно решаются совместно.

Как видно из уравнения теплопередачи (1.8а), при расчете теплообменного аппарата в первую очередь необходимо определить средний температурный напор Δt и коэффициент теплопередачи k.

1.4. Средний температурный напор

В однофазных конвективных теплообменниках температура обоих теплоносителей изменяется непрерывно и одновременно. Характер этого изменения определяется направлениями взаимного движения теплоносителей и соотношением их водяных эквивалентов.

На рис. 1.3 представлены четыре пары кривых изменения температуры вдоль поверхности теплообмена в случае прямотока и противотока теплоносителей в зависимости от соотношения их водяных эквивалентов. Из графиков видно, что температура теплоносителя с меньшим водяным эквивалентом изменяется больше.

В случае противотока температура нагреваемого теплоносителя приближается к максимальной температуре греющего теплоносителя. При прямотоке температура нагреваемого теплоносителя всегда ниже минимальной температуры греющего теплоносителя. Таким образом, наибольший температурный напор будет при противотоке, а наименьший — при прямотоке.

Изменение температуры теплоносителей и средний температурный напор между ними можно определить аналитическим путем, используя уравнения теплового баланса и теплопередачи.

В случае прямотока для бесконечно малого участка теплообменника из уравнений (1.6) и (1.8) можно получить

$$d(t_1 - t_2) = -mk\Delta t dF, \tag{1.11}$$

или, обозначив $t_1 - t_2 = \Delta t$,

$$d\Delta t/\Delta t = -mkdF, \tag{1.12}$$

где

$$m = 1/W_1 + 1/W_2.$$

Принимая величины m и k постоянными и интегрируя уравнение (1.12), от 0 до F и от Δt_1 до Δt, получаем

$$\int_{\Delta t_1}^{\Delta t} \frac{d\Delta t}{\Delta t} = -mk \int_{0}^{F} dF, \tag{1.13}$$

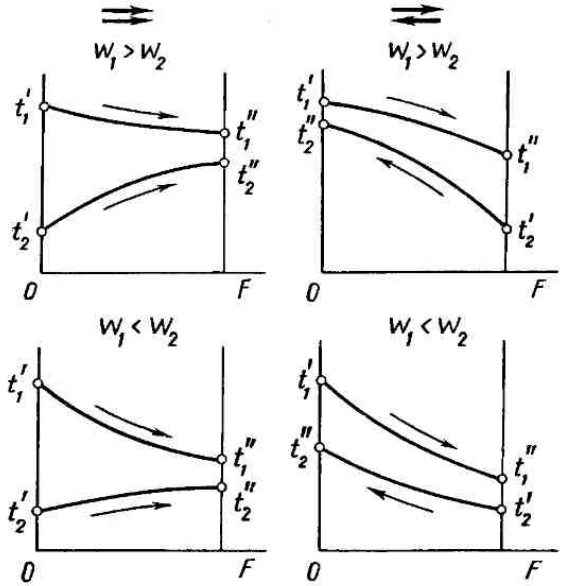


РИС. 1.3. Характер изменения температур теплоносителей при прямотоке и противотоке

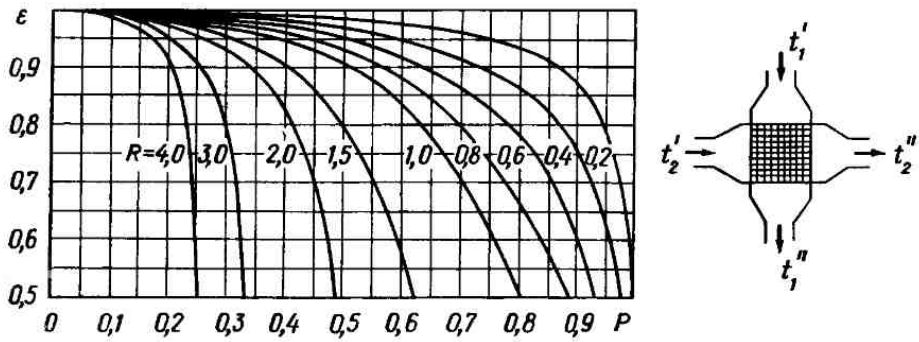


РИС. 1.4. Зависимость поправочного коэффициента ε для теплообменника с перекрестным током от вспомогательных величин P и R

или

$$\ln(\Delta t/\Delta t_1) = -mkF, \tag{1.14}$$

откуда

$$\Delta t = \Delta t_1 \exp(-mkF). \tag{1.15}$$

Здесь Δt_1 — температурный напор на входе греющего теплоносителя.

При противотоке температуры обоих теплоносителей вдоль поверхности теплообмена понижаются (рис. 1.3) и уравнение теплового баланса принимает вид

$$dQ = -W_1 dt_1 = -W_2 dt_2, \tag{1.16}$$

откуда

$$d(t_1 - t_2) = -m dQ, \tag{1.17}$$

где

$$m = 1/W_1 - 1/W_2.$$

При равенстве водяных эквивалентов теплоносителей в случае противотока ($m = 0$) из формулы (1.15) следует, что $\Delta t = \Delta t_1 = \text{const}$, т. е. температурный напор вдоль поверхности остается постоянным. Однако в общем случае температурный напор изменяется вдоль поверхности по экспоненциальному закону. Средний температурный напор на рассматриваемой поверхности определяется из уравнения

$$\overline{\Delta t} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t\, dF. \tag{1.18}$$

Подставив в уравнение (1.18) значение Δt из формулы (1.15), получим

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_1}{F}\int_0^F \exp(-mkF)\, dF = \frac{\Delta t_1}{-mkF}\,[\exp(-mkF) - 1]. \tag{1.19}$$

Подставив в уравнение (1.19) значения mkF и $\exp(-mkF)$ из выражений (1.14) и (1.15) и осреднив температурный напор по всей поверхности, получим

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln(\Delta t_2/\Delta t_1)}. \tag{1.20}$$

Полученная средняя разность температур называется среднелогарифмическим температурным напором. Формулу (1.20) можно использовать как при прямотоке, так и при противотоке. При прямотоке $\Delta t_1 = t_1' - t_2'$ и $\Delta t_2 = t_1'' - t_2''$, а при противотоке $\Delta t_1 = t_1' - t_2''$ и $\Delta t_2 = t_1'' - t_2'$.

В случае незначительного изменения температуры теплоносителя вдоль поверхности теплообмена среднюю разность температур можно вычислить как среднеарифметическое крайних напоров:

$$\overline{\Delta t} = {}^1/_2\,(\Delta t_1 + \Delta t_2). \tag{1.21}$$

Среднеарифметическое температурных напоров всегда больше среднелогарифмического, но при $\Delta t_2/\Delta t_1 > 0{,}5$ погрешность в расчетах незначительна.

Для теплообменных аппаратов с перекрестным и смешанным движением теплоносителей расчет осредненного температурного напора является довольно сложным. Поэтому в наиболее часто встречающихся случаях можно пользоваться номограммами [2], по которым находится поправочный коэффициент к формуле (1.20).

На рис. 1.4 приведена зависимость поправочного коэффициента ε для теплообменника с перекрестным током от вспомогательных величин P и R, вычисленных по формулам

$$P = (t_2'' - t_2')/(t_1' - t_2'), \tag{1.22}$$

$$R = (t_1' - t_1'')/(t_2'' - t_2'). \tag{1.23}$$

Таким образом, вычислив величины P и R, из рис. 1.4 найдем поправочный коэффициент ε для теплообменника с перекрестным током. Затем из зависимости (1.20) определим средний температурный напор для противотока. Тогда для рассматриваемого теплообменника средний температурный напор равен

$$\overline{\Delta t}_{\text{пер}} = \overline{\Delta t}\varepsilon. \tag{1.24}$$

1.5. Коэффициент теплопередачи

При тепловых расчетах теплообменных аппаратов основные трудности заключаются в определении коэффициента теплопередачи k. Если известны значения коэффициентов теплоотдачи α_1, α_2 со стороны обоих теплоносителей и коэффициент теплопроводности стенки λ, то для плоской однослойной стенки толщиной δ коэффициент теплопередачи k можно подсчитать по формуле

$$k=\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}\right)^{-1}, \tag{1.25}$$

а для цилиндрической стенки с внутренним диаметром d_1 и внешним диаметром d_2 — по формуле

$$k=\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1}+\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\alpha_2 d_2}\right)^{-1}. \tag{1.26}$$

Значения коэффициента теплопроводности материала стенки λ можно найти в справочных таблицах и по ним рассчитать распространение тепла в стенке. Иначе обстоит дело с определением коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2. Процесс теплообмена между стенкой и омывающим ее теплоносителем довольно сложен. Во многих случаях перенос тепла осуществляется одновременно конвекцией, теплопроводностью и излучением. Конвективный теплообмен — фактически всегда совместный процесс переноса тепла конвекцией и теплопроводностью, причем основным процессом является конвекция. Таким образом, в общем случае

$$\alpha = \alpha_к + \alpha_р, \tag{1.27}$$

где $\alpha_к$ — конвективный коэффициент теплоотдачи, учитывающий и теплопроводность (кондукцию); $\alpha_р$ — коэффициент теплоотдачи излучением.

В высокотемпературном потоке газа излучение в суммарной отдаче тепла имеет значительный удельный вес. Зная степень черноты системы и температурный напор, составляющую теплоотдачи излучением $\alpha_р$ можно определить аналитически.

Процесс переноса тепла при сильном взаимодействии излучения с конвекцией или кондукцией называется сложным или комбинированным теплообменом. Аналитический расчет сложного теплообмена весьма трудоемок.

В потоках непрозрачных капельных жидкостей, где нет лучистого обмена ($\alpha_р = 0$), основным является конвективный перенос тепла, т. е. $\alpha = \alpha_к$.

Перенос тепла происходит от горячего тела к более холодному, т. е. при наличии температурного напора между рассматриваемыми средами. Зная разность температур, можно аналитически определить количество тепла, переданное теплопроводностью и излучением.

Труднее определить конвективную составляющую $\alpha_к$. При вынужденном конвективном теплообмене между жидкостью и поверхностью количество передаваемого тепла обусловливается температурным напором и скоростью потока жидкости. В этом случае передается не только тепло, но и количество движения. В целом процесс конвективного переноса в теплообменниках является довольно сложным и в большинстве случаев не поддается простому аналитическому расчету. Проблеме конвективного теплообмена в основном и посвящается настоящая монография.

Трудность расчета коэффициента теплопередачи большинства теплообменников (по сравнению с описанными в литературе классическими случаями теплообмена) определяется сложностью геометрической конфигурации поверхности теплообменников, различными условиями ее омывания, значительным изменением температуры теплоносителя вдоль поверхности, а также неизотермичностью поверхности.

Если коэффициент теплопередачи меняется вдоль поверхности, то его значение определяется на отдельных участках, а затем производится осреднение по всей поверхности:

$$k=\frac{F_1k_1+F_2k_2+\ldots+F_nk_n}{F_1+F_2+\ldots+F_n}, \tag{1.28}$$

где $F_1, F_2, \ldots, F_n$ — площади отдельных участков поверхности; $k_1, k_2, \ldots, k_n$ — значения коэффициента теплопередачи на этих участках.

Зная коэффициент теплопередачи, площадь поверхности нагрева, количество передаваемого тепла и средний температурный напор, можно определить конечные температуры теплоносителей, а также температуры поверхности нагрева.

1.6. Особенности конвективной теплоотдачи

Конвективный теплообмен происходит при движении жидкости или газа. При этом перенос тепла осуществляется одновременно молекулярной кондукцией и макрочастицами, перемешивающимися в среде, движущейся из области с одной температурой в область с другой температурой. Существенным здесь является то, что конвекция может происходить лишь в текущей среде и при этом перенос тепла неразрывно связан с переносом самой среды.

Если движение возникает в результате изменения плотности нагретых и холодных масс жидкости, то такой процесс называется свободной конвекцией. Если же движение жидкости возникает под действием внешних сил, например под действием насоса, то такой процесс называется вынужденной конвекцией. Поскольку в промышленных теплообменниках поток теплоносителя движется под действием насоса или вентилятора, то в дальнейшем основное внимание будет уделено процессам вынужденного конвективного теплообмена.

Теплообмен между потоком жидкости или газа и твердой стенкой прямо пропорционален коэффициенту теплоотдачи α, площади поверхности стенки F и температурному напору между температурой стенки t_w и температурой жидкости t_f. В основу рассматриваемой связи положен закон Ньютона

$$dQ = \alpha\,(t_w - t_f)\,dF. \tag{1.29}$$

В большинстве случаев коэффициент теплоотдачи α и температурный напор Δt изменяются вдоль поверхности F. Если же этого не происходит, то формула Ньютона имеет следующий вид:

$$Q = \alpha\,(t_w - t_f)\,F, \tag{1.30}$$

или

$$\alpha=\frac{Q}{(t_w-t_f)\,F}. \tag{1.31}$$

Следовательно, коэффициент теплоотдачи — это количество тепла, переданное от текущей среды к стенке или, наоборот, от стенки к текущей среде, через единицу поверхности стенки, отнесенное к разности температур между стенкой и средой.

Коэффициент теплоотдачи α зависит от различных факторов и большого числа переменных параметров, обусловливающих процесс теплоотдачи в целом. В общем случае α зависит от геометрических размеров, формы и температуры поверхности теплообмена, гидродинамики, режима движения, скорости и температуры теплоносителя, физических свойств жидкости, а также от ряда других факторов.

Поэтому представление коэффициента теплоотдачи α в виде функции от скорости движения жидкости или другого фактора является весьма упрощенным и неточным. При расчете коэффициента теплоотдачи обычно пользуются методом размерностей или методом подобия. Тогда расчет сводится в основном к определению зависимости между безразмерными комплексами, называемыми числами подобия, которые характеризуют весь процесс конвективного теплообмена.

Теория подобия имеет большое значение не только при экспериментальном изучении процессов теплообмена, но и при моделировании теплообменников.

Более подробно вопросы практического применения теории подобия и моделирования рассматриваются в гл. 4.

Главное влияние на интенсивность теплоотдачи оказывают скорость потока и режим течения теплоносителя. Обычно чем выше скорость течения теплоносителя, тем выше значение коэффициента теплоотдачи. Вместе с тем теплоотдача существенно зависит и от режима течения. Из гидродинамики известно, что существуют два различных режима течения жидкости — ламинарный и турбулентный. При ламинарном течении частицы жидкости движутся, не перемешиваясь. Турбулентное же течение является неупорядоченным, хаотичным, в нем непрерывно меняется величина и направление скорости отдельных частиц. Мгновенные скорости пульсируют около некоторого среднего во времени значения.

При соприкосновении частиц жидкости с поверхностью тела под действием сил вязкости образуется тонкий слой заторможенной жидкости, в пределах которого скорость изменяется от нуля на поверхности до скорости основного потока.

Течение в пограничном слое может иметь как ламинарный, так и турбулентный характер. При турбулентном течении эффективная вязкость, а следовательно, и скорость диффузии значительно выше, чем при ламинарном течении, что сказывается и на теплоотдаче. Так, на пластине при ламинарном пограничном слое коэффициент теплоотдачи $\alpha \sim u^{0,5}$, а при турбулентном $\alpha \sim u^{0,8}$. При переходе из ламинарного режима течения в турбулентный $\alpha \sim u^{1,4}$. Поэтому в большинстве случаев при создании теплообменников стремятся получить турбулентный или переходной режим течения.

Вместе с тем с увеличением скорости потока затрата энергии на преодоление гидравлического сопротивления возрастает. При ламинарном пограничном слое касательное напряжение на пластине $\tau_w \sim u^{1,5}$, а при турбулентном еще выше. При создании теплообменного аппарата необходимо не только определить режим течения, но и точно подсчитать теплоотдачу, гидравлические потери и на основе полученных данных выбрать наиболее эффективный режим работы теплообменника. Процессы переноса в ламинарных

и турбулентных гидродинамических и тепловых пограничных слоях подробно рассматриваются в гл. 5—9.

Вследствие простоты изготовления и монтажа теплообменные поверхности в большинстве случаев делают из труб, и процесс теплоотдачи происходит между теплоносителем, текущим в трубе, и теплоносителем, омывающим ее снаружи.

Изучение процесса обтекания и теплоотдачи труб представляет одну из весьма сложных и в то же время практически важных задач. При поперечном обтекании трубы потоком вязкой жидкости на лобовой ее части развивается ламинарный пограничный слой, который, отрываясь при угле $\varphi \approx 82°$, образует вихрь. Кормовая часть трубы находится в зоне сложного вихревого обтекания, значительно интенсифицирующего теплообмен. Поперечное обтекание трубы намного эффективнее продольного. Коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании значительно выше, чем при продольном, но вместе с тем повышается и гидравлическое сопротивление. Энергетическая эффективность трубчатых теплообменников зависит от режима движения и конфигурации пучков труб.

Особенности обтекания, гидродинамического сопротивления и теплоотдачи одиночной трубы, а также различных гладких и ребристых пучков труб подробно рассматриваются в гл. 10—15.

Гидродинамические особенности ламинарного и турбулентного течений и теплообмена в трубах и каналах различного профиля рассматриваются в гл. 16 и 17.

В энергетике, химической промышленности, различных областях новой техники все шире применяются различные высокотемпературные установки, в которых процесс теплообмена усложнен наличием физико-химических изменений или сильным взаимодействием излучения с конвективным переносом энергии. Вопросам высокотемпературного теплообмена посвящены гл. 18—20.

Глава 2

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ

2.1. Общая характеристика теплоносителей

Процесс теплообмена и эффективность работы теплообменника в значительной степени зависят от рода и физических свойств теплоносителя.

На современном уровне развития различных отраслей техники предъявляются определенные требования и к теплоносителям. В общем случае теплоносители должны удовлетворять следующим требованиям:

— обладать термостойкостью,

— быть доступными и удобными для хранения и транспортировки,

— обеспечивать интенсивный и стабильный теплообмен в аппарате при относительно малых затратах энергии на циркуляцию,

— иметь высокую температуру кипения и низкую температуру плавления,

— иметь малую химическую активность относительно обслуживающего персонала и оборудования,

— не вызывать коррозии конструкционных материалов,

— обладать устойчивостью при радиоактивном облучении.

Универсальные теплоносители, удовлетворяющие всем перечисленным требованиям, отсутствуют, поэтому в реальных условиях они должны соответствовать лишь основным для данного типа теплообменников требованиям.

Теплоносители делятся на газы и капельные жидкости, однако принципиальной разницы с точки зрения расчета конвективного теплообмена в однофазной среде нет. Различие в их состоянии в докритической области определяют в основном такие физические свойства, как сжимаемость и плотность. Однако в закритической области разница между жидкостью и газом полностью исчезает.

Из жидких теплоносителей наиболее широко распространена вода. Процессы теплообмена в потоке воды происходят относительно интенсивно, а компактность используемых теплообменников высока. Вместе с тем вода вызывает коррозию и дает солевые отложения.

Во многих случаях в технологических процессах нагреваются и охлаждаются тяжелые фракции нефти. Например, широко применяется подогрев мазута в специальных теплообменниках перед подачей в топку или для транспортировки по трубопроводам. Трансформаторное масло, используемое для отвода тепла в трансформаторах, наоборот, требует охлаждения. Различные смазочные масла широко применяются не только для смазки трущихся поверхностей, но и для отвода тепла, образовавшегося при трении. Нагретое масло охлаждается в различного вида маслоохладителях. Характерная особенность масел — резкое увеличение их вязкости с понижением температуры, которое вызывает ухудшение всего процесса теплообмена и рост энергии, потребляемой на перекачку. Использование тяжелых фракций нефтепродуктов связано также с вопросом возможного их воспламенения.

Все шире применяются такие органические теплоносители, как дифенил,

трифенил, изопропилдифенил, глицерин и др., которые имеют относительно высокую температуру кипения и не вызывают коррозии конструкционных материалов. Их можно применять в качестве теплоносителей в ядерных энергетических установках. Следует отметить, что процессы теплообмена в потоках органических теплоносителей характеризуются относительно высокими коэффициентами теплоотдачи (они лишь несколько ниже, чем у воды), что обусловливает компактность теплообменников. Основными недостатками органических теплоносителей являются невысокая термостойкость, горючесть, а также токсичность некоторых из них, что усложняет условия их эксплуатации.

В связи с развитием атомной энергетики и некоторых областей новой техники расширяется применение жидкометаллических теплоносителей. Характерными их свойствами являются высокая температуропроводность, относительно низкая вязкость и высокая электропроводность, обусловливающие особенности процессов теплообмена, происходящих в их потоках. Рассмотрение процессов переноса в жидких металлах выходит за рамки настоящей книги. Подробно особенности жидкометаллических теплоносителей излагаются в специальных изданиях [1].

Развитие химической промышленности способствовало созданию новых материалов, в том числе и высокополимерных пластмасс. Это обострило актуальность изучения проблемы теплообмена в неньютоновских жидкостях, к которым относятся растворы полимеров, коллоидные системы разного рода, физиологические жидкости, полиэлектролиты и др., обладающие сложной внутренней структурой. Подробному изучению свойств неньютоновских жидкостей и специфике процессов тепло- и массообмена в них посвящены работы [2, 3], поэтому здесь данные вопросы не рассматриваются.

Воздух является широко распространенным газообразным теплоносителем, имеет ряд преимуществ, может служить первичным теплоносителем и применяться для отвода тепла в энергетическом цикле. В достаточной мере воздух удовлетворяет и перечисленным требованиям, предъявляемым к теплоносителям: имеется в неограниченном количестве, во многих случаях его применение способствует облегчению конструкций теплообменников, делает их транспортабельными; воздух не оставляет разных солевых отложений на теплообменных поверхностях, может применяться в открытых системах. Основными недостатками воздуха являются его невысокий коэффициент теплопередачи, окислительная способность по отношению к конструкционным материалам и способность активироваться в реакторе. Первый недостаток можно исключить путем увеличения теплоотдающей поверхности со стороны воздуха. Область применения воздуха, как и других газообразных теплоносителей, расширяется с повышением уровня температур и с распространением одноконтурных схем ядерных паросиловых установок АЭС.

Газы отличаются большой сжимаемостью и малой плотностью, поэтому при помещении в сосуд они заполняют весь его объем и не проявляют свойственного жидкостям поверхностного натяжения.

Для расчета теплообмена в однофазной химически однородной среде основное значение имеют вязкость, теплопроводность, плотность и теплоемкость.

Физические свойства газов и капельных жидкостей в основном изменяются с изменением температуры и давления. Молекулы газов двигаются непрерывно и беспорядочно, а молекулы жидкостей (по сравнению с газами) расположены относительно тесно и совершают периодическое движение в

определенных ограниченных участках пространства. Молекулярная структура жидкостей и газов обусловливает изменение их свойств при воздействии внешних факторов иное, чем в случае твердых тел, молекулы которых имеют фиксированные средние положения и неизменяющийся период колебания.

Жидкость, находящаяся в сосуде, испаряется, т. е. отдельные ее молекулы, обладающие наибольшей скоростью, преодолевают поверхностное напряжение и вылетают в пространство над свободной поверхностью. Одновременно часть молекул пара возвращается обратно в жидкость. В закрытом сосуде наступает состояние динамического равновесия, а давление пара зависит от температуры и физических свойств испаряющейся жидкости. Чем выше температура, при которой протекает процесс парообразования жидкости, тем выше давление насыщенного пара.

2.2. Свойства жидкостей

В природе жидкости занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. При температурах, далеких от критических, физические свойства жидкостей незначительно зависят от давления. В теплообменных аппаратах давление не достигает больших величин, поэтому зависимость физических свойств жидкостей от давления в большинстве случаев можно не учитывать.

Основное влияние на физические свойства жидкостей оказывает температура.

Теплопроводность. Молекулы жидкостей совершают периодические колебательные движения с изменяющимся периодом колебания. Кроме того, каждая молекула находится в зоне действия других молекул, поэтому она перемещается в жидкости сравнительно медленно. Теплопроводность жидкостей обусловливается как передачей энергии соударением молекул между собой, так и переносом ее диффундирующими молекулами. Поэтому описать природу теплопроводности в жидкостях классическими газокинетическими уравнениями невозможно, так как в их основе лежит гипотеза, не соответствующая условиям теплового движения в жидкостях.

Необходимым условием процесса теплопроводности является наличие температурного градиента dt/dy в жидкости. Процесс теплопроводности в направлении y выражается дифференциальным уравнением

$$\frac{dQ}{d\tau} = -\lambda \frac{dt}{dy}. \qquad (2.1)$$

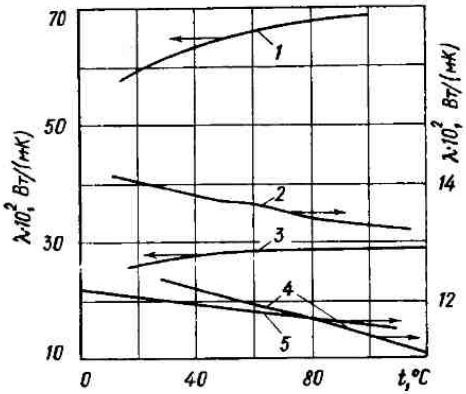
Коэффициент пропорциональности λ (коэффициент теплопроводности) в уравнении (2.1) характеризует способность жидкости передавать тепло и является физическим параметром жидкости.

В общем случае коэффициент теплопроводности жидкостей зависит от их рода, температуры и давления. Диапазон значений коэффициентов теплопроводности различных жидкостей (рис. 2.1) лежит в пределах от 0,07 до 0,7 Вт/(м · К).

При расчете теплообмена необходимо знать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Имеется ряд эмпирических, почти линейных зависимостей для различных жидкостей [4]. Так, для жидких топлив

$$\lambda = 0{,}111 - (t - 20)\frac{5{,}47 \cdot 10^5}{\rho_{20}^5}, \qquad (2.2)$$

где $\rho_{20} = 750 \div 850$ кг/м³.



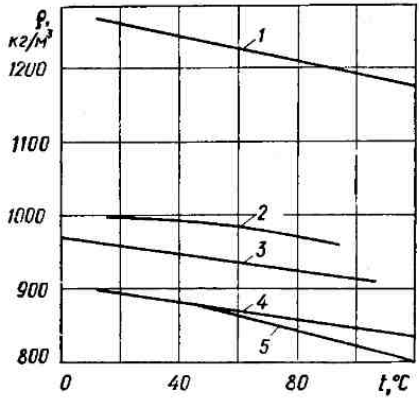


РИС. 2.1. Зависимость коэффициента теплопроводности различных жидкостей от температуры

1 — вода, *2* — масло МС-20, *3* — глицерин, *4* — трансформаторное масло, *5* — топочный мазут-40

РИС. 2.2. Зависимость плотности различных жидкостей от температуры

1 — глицерин, *2* — вода, *3* — топочный мазут-40, *4* — масло МС-20, *5* — трансформаторное масло

На основании представлений о механизме передачи тепла в жидкостях получена следующая зависимость между коэффициентом теплопроводности жидкости и основными ее параметрами:

$$\lambda_0 = A \frac{c_{p_0} \rho_0^{4/3}}{m^{1/3}}, \tag{2.3}$$

где m — молекулярная масса, A — коэффициент, индекс 0 соответствует температуре 0 °С.

С повышением температуры, т. е. с убыванием ρ, коэффициент теплопроводности жидкостей с постоянной молекулярной массой уменьшается (рис. 2.1). Исключение составляют лишь вода и глицерин, для которых в формулу (2.3) вводятся поправки.

С повышением давления коэффициенты теплопроводности жидкостей увеличиваются незначительно (например, с повышением давления от 1 до 1960 бар — на ~13%) [5].

Следует напомнить также и о сверхвысокой теплопроводности жидкого гелия-II, которая при температуре ниже 2 К в сотни раз превышает теплопроводность серебра.

Плотность. Образовавшиеся в определенных условиях поля температур могут оказать существенное влияние на теплообмен и течение жидкости. Так, при небольших скоростях явление резкой стратификации жидкости по плотности ведет к торможению ее перемешивания и даже может привести к полному затуханию турбулентности. Поэтому определенный интерес представляет изменение плотности жидкостей с температурой, которое характеризуется коэффициентом объемного расширения

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_p. \tag{2.4}$$

Отметим, что для жидкостей величина β меньше, чем для газов. Плотность жидкостей, как и их коэффициент теплопроводности, с температурой изменяется слабо. Соотношение плотностей таких жидкостей, как вода, трансформаторное масло и глицерин, при температурах 10 и 100 °С не превышает 1,1. Представление о характере зависимости плотности от температуры в различных жидкостях дает рис. 2.2.

При теоретических расчетах используются линейные зависимости плотности жидкостей от температуры следующего вида:

$$\rho/\rho_0 = 1 - \beta_\rho (t - t_0), \tag{2.5}$$

где ρ_0 — плотность жидкости при температуре t_0; β_ρ — коэффициент, зависящий от рода жидкости и интервала температур.

Теплоемкость является физическим свойством жидкостей и используется при расчете процессов теплообмена. Это количество тепловой энергии, необходимое для нагревания массы жидкости, равной 1 кг, на 1 К. Теплоемкость изменяется с температурой [6], поэтому значение средней теплоемкости зависит от интервала температур ΔT, в котором происходит процесс:

$$c = \Delta Q/\Delta T. \tag{2.6}$$

Значение теплоемкости зависит также от условий протекания процесса: если процесс происходит при постоянном объеме, то теплоемкость равна

$$c_V = (\partial Q/\partial T)_V, \tag{2.7}$$

а если процесс протекает в условиях постоянного давления (изобарический процесс), то

$$c_p = (\partial Q/\partial T)_p. \tag{2.8}$$

Отметим, что разница между c_p и c_V жидкостей очень незначительна, поэтому при расчетах теплообмена в жидкостях значениями c_p обычно пользуются и в условиях изменяющегося давления.

Результаты изменения теплоемкости различных жидкостей при постоянном давлении в зависимости от температуры приведены на рис. 2.3.

Вязкость. Разница между идеальной и реальной жидкостями заключается в основном в наличии касательных напряжений в реальной жидкости и в прилипании жидкости к твердой стенке. Эта разница обусловливается вязкостью жидкости. Вязкость — это сила внутреннего трения в жидкости, которая определяется соотношением

$$p_{\text{тр}} = -\mu F\,(du/dy), \tag{2.9}$$

где F — площадь поверхности соприкосновения слоев жидкости, du/dy — градиент скорости. Если силу трения отнести к единице площади, то получим выражение элементарного закона трения:

$$\tau = \mu\,(du/dy) \tag{2.10}$$

Коэффициент пропорциональности μ, или динамический коэффициент вязкости, является физической характеристикой жидкости, зависящей от температуры.

Наряду с вязкостью в реальной жидкости имеют место и силы инерции, поэтому для их учета пользуются отношением

$$\mu/\rho = \nu, \tag{2.11}$$

т. е. кинематическим коэффициентом вязкости.

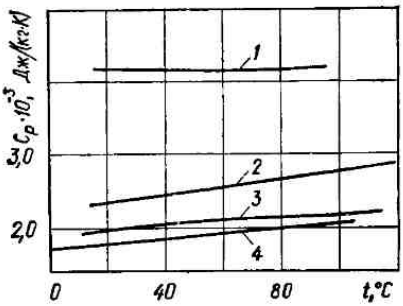


РИС. 2.3. Теплоемкость различных жидкостей при разных температурах

1 — вода, *2* — глицерин, *3* — масло МС-20, *4* — топочный мазут-40 и трансформаторное масло

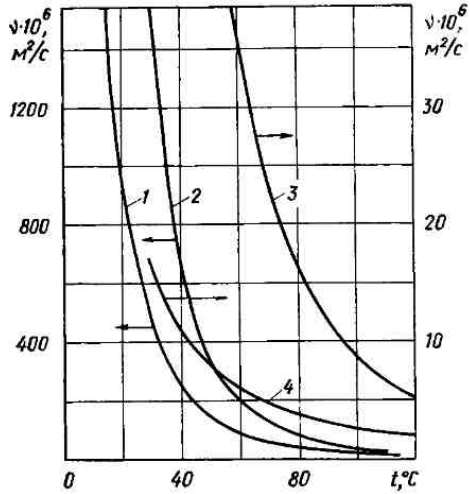


РИС. 2.4. Зависимость кинематической вязкости различных жидкостей от температуры

1 — масло МС-20, *2* — топочный мазут-40, *3* — глицерин, *4* — трансформаторное масло

Вязкость жидкостей почти не зависит от давления, но как динамический, так и кинематический коэффициенты вязкости сильно зависят от температуры. При расчете теплообмена в пограничном слое на элементах теплообменников это необходимо учитывать. Так, процесс теплоотдачи в пограничном слое от стенки к жидким теплоносителям имеет стабилизирующее влияние. В газах же, наоборот, процесс теплопередачи от стенки оказывает турбулизирующее воздействие на поток [7].

Для учета зависимости вязкости от температуры пользуются уравнениями

$$\mu_0/\mu = 1 + \beta_{\mu_1}(t - t_0) + \beta_{\mu_2}(t - t_0)^2 + \ldots, \qquad (2.12)$$

$$\mu_0/\mu = (t/t_0)^b, \qquad (2.13)$$

где μ_0 — динамический коэффициент вязкости при t_0; β_{μ_1}, β_{μ_2} и b — эмпирические коэффициенты.

Степень убывания вязкости зависит как от диапазона температур, так и от рода жидкости. Это наглядно видно по кривым изменения кинематической вязкости на рис. 2.4.

Вязкость определяет гидродинамические и теплотехнические особенности жидкостей. Высокая вязкость при других аналогичных условиях дает меньшие числа Рейнольдса, т. е. может привести к переходу режима течения из турбулентного в ламинарный. Чем больше вязкость жидкости, тем больше скорость, при которой меняется режим течения, и в вязких жидкостях течение остается ламинарным при значительных скоростях.

Высокую вязкость некоторых жидкостей необходимо учитывать не только при расчетах теплогидравлических характеристик теплообменников и их элементов, но и при оценке эффективности работы аппаратов, т. е. при определении удельных затрат на циркуляцию данного теплоносителя.

2.3. Число Прандтля жидкостей

Наиболее важной характеристикой теплоотдачи элементов теплообменников является число Прандтля. Его формула полностью состоит из физических параметров:

$$\mathrm{Pr} = \nu/a = \mu c_p/\lambda, \tag{2.14}$$

где a — коэффициент температуропроводности.

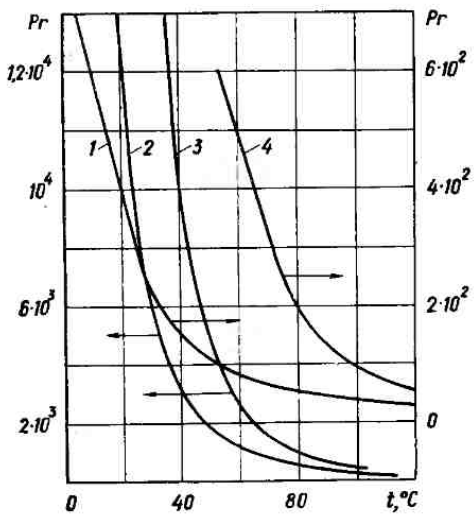
Число Прандтля характеризует теплофизические свойства теплоносителей.

В физическом смысле Pr является как бы мерой подобия полей температуры и скорости. При $\mathrm{Pr} = 1$, т. е. если $\nu = a$, поля температуры и скорости подобны. Следовательно, при вынужденном конвективном течении число Прандтля отражает отношение толщин температурного и динамического пограничных слоев:

$$\delta_T/\delta \backsim \mathrm{Pr}^{-1/2}. \tag{2.15}$$

В жидкостях числа Прандтля больше единицы, поэтому динамический пограничный слой толще температурного, а в различных маслах числа Прандтля достигают нескольких десятков тысяч, поэтому температурный пограничный слой расположен в вязком подслое.

Число Прандтля жидкостей меняется в очень широком диапазоне и отличается явно выраженной зависимостью от температуры (рис. 2.5). Из физических параметров, входящих в число Прандтля, лишь вязкость сильно зависит от температуры, поэтому характер изменения Pr с температурой аналогичен изменению вязкости (рис. 2.6).



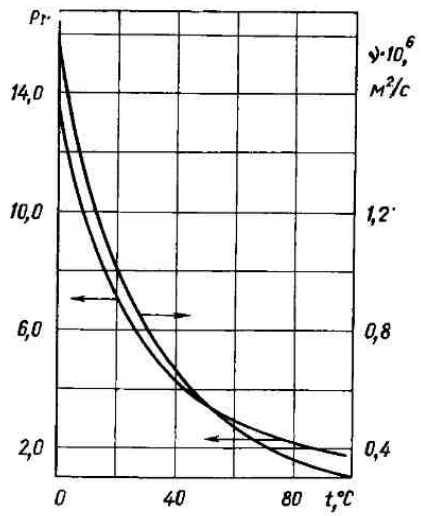


РИС. 2.5. Число Pr различных жидкостей в зависимости от температуры

1 — трансформаторное масло, 2 — масло МС-20, 3 — топочный мазут-40, 4 — глицерин

РИС. 2.6. Зависимость кинематической вязкости и числа Pr для воды от температуры

2.4. Свойства продуктов сгорания

Для достижения высокотемпературных процессов широко используются продукты сгорания углеводородного топлива, сжигаемого в смеси с кислородом, воздухом или с воздушно-кислородной смесью. Обычно необходимо знать состав, теплофизические и термодинамические свойства продуктов сгорания при заданном составе топлива и окислителя, при любых значениях коэффициента избытка окислителя $\tilde{\alpha}$, температуры T и давления p.

При расчетах состава смеси газов принимается предположение, что за зоной горения при равномерных температуре и давлении в продуктах сгорания устанавливается полное тепловое и химическое равновесие. В интервале температур от 400 до 3400 К пренебрегается термической ионизацией продуктов сгорания. Это положение обосновывается расчетами, приведенными в работе [8]. Считается, что для продуктов сгорания действительны законы идеального газа.

Исходный состав горючей смеси при расчетах состава продуктов сгорания задается массовыми долями элементарного состава окислителя O_o, N_o и топлива $C_т$, $H_т$.

В настоящее время имеются различные методики определения термодинамически равновесного состава высокотемпературных продуктов сгорания [8—10]. Расчет состава основывается на решении системы алгебраических уравнений, полученных для основных реакций диссоциации и материального баланса отдельных химических элементов [8]. Уравнения составлены для одиннадцати компонентов: CO_2, CO, H_2O, O_2, N_2, H_2, H, OH, NO. O и N. Константы равновесия происходящих реакций вычисляются по зависимостям, приведенным в работе [11]. С целью сокращения расчетов для случая $T < 1200$ К и при $\tilde{\alpha} > 1$ состав продуктов сгорания рассчитывается по упрощенной системе алгебраических уравнений с допущением, что парциальные давления H_2, H, OH, NO, O и N равны нулю. Применяемая в данной работе итеративная методика расчета состава продуктов сгорания модифицирована для учета возможных примесей в смеси — заданного количества несгоревшего топлива (например, CH_4) и заданного количества образовавшейся сажи C.

Плотность продуктов сгорания при умеренных давлениях можно рассчитать по уравнению состояния идеального газа:

$$\rho = 11{,}79 \frac{M_{\text{mix}}}{T} p, \tag{2.16}$$

где $M_{\text{mix}} = \sum_i x_i M_i$ — кажущаяся молекулярная масса смеси, M_i — молекулярная масса i-го компонента, x_i — мольная доля компонента, T и p — температура и давление смеси.

С повышением температуры от 2000 К в продуктах сгорания интенсивнее протекают реакции диссоциации, образуются новые компоненты, выделяется или поглощается энергия диссоциации, что сказывается на энтальпии, теплоемкости и теплопроводности смеси. Полная энтальпия при характерном для продуктов сгорания равновесном состоянии учитывает энтальпию смеси h_T и теплоту образования отдельных компонентов h_x. По аналогии с работой [11] принимается, что энтальпии компонентов продуктов сгорания в стандартном состоянии при температуре 293,15 К и давлении $p = 0{,}1$ МПа равны нулю. Согласно этому условию, энтальпия i-го компонента при температуре T

равна

$$h_i = h_{Ti} - h^0_{Ti} + h^0_{xi}, \tag{2.17}$$

где h_{Ti} — энтальпия компонента системы при данной температуре, h^0_{Ti} — энтальпия при температуре системы 293,15 К, h^0_{xi} — теплота образования компонента (в Дж/моль) при $T = 293{,}15$ К и $p = 0{,}1$ МПа.

Энтальпия компонентов h_{Ti} при любой температуре определяется по интерполяционным формулам, приведенным в работе [11].

Полная энтальпия смеси продуктов сгорания определяется по формуле

$$h = \left(\sum_i x_i h_i\right) / M_{\text{mix}}. \tag{2.18}$$

Теплота образования продуктов сгорания h_x, характеризующая энтальпию системы в результате протекающих в ней химических процессов, рассчитывается по формуле

$$h_x = \left(\sum_i x_i h^0_{xi}\right) / M_{\text{mix}}. \tag{2.19}$$

Теплоемкость реагирующей смеси, учитывающая теплоту образования отдельных компонентов h_x, называется эффективной и для равновесного состояния газов выражается суммой

$$c^*_p = c_p + c_{pR}, \tag{2.20}$$

где c_p — теплоемкость так называемой замороженной смеси, т. е. смеси, состав которой соответствует расчетным величинам p и T, но при допущении отсутствия в ней химических реакций; c_{pR} — теплоемкость, обусловленная теплотой химических реакций. Величины c_p и c_{pR} называются «замороженной» и химической составляющими теплоемкости.

Таким образом, эффективная теплоемкость учитывает не только изменение энтальпии, но и изменение состава смеси в зависимости от температуры. Для смеси постоянного состава эффективная теплоемкость переходит в обычную замороженную теплоемкость.

Для аналитического расчета замороженной составляющей теплоемкости химически активной смеси требуется знать производные молярного состава продуктов сгорания по температуре. Для термодинамически равновесных продуктов сгорания замороженную составляющую можно определять следующим образом:

$$c_p = \Delta(h - h_x)/\Delta T \tag{2.21}$$

и рассчитывать по интерполяционным формулам, приведенным в работе [11].

Определение составляющей c_{pR} рассмотрено ниже.

Как и для эффективной теплоемкости, в случае равновесного состояния газов коэффициент эффективной теплопроводности равен

$$\lambda^* = \lambda + \lambda_R, \tag{2.22}$$

где λ — коэффициент молекулярной теплопроводности замороженной смеси, а λ_R — коэффициент теплопроводности, характеризующий перенос тепла при диффузии образовавшихся компонентов.

Для определения коэффициента теплопроводности замороженной смеси в качестве эмпирической зависимости была выбрана и модифицирована

формула из работы [12]:

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\sum_i \frac{\alpha_i p_i \lambda_i}{p} + 1 \Big/ \sum_i \frac{\alpha_i p_i}{\lambda_i p}\right), \tag{2.23}$$

где λ_i, p_i — коэффициент теплопроводности и парциальное давление отдельных компонентов смеси, а α_i — поправочные множители, введенные в формулу (2.23) с целью приведения в соответствие данной зависимости и результатов расчета λ методом молекулярно-кинетической теории газов [13]. Поправочные множители α_i определялись методом минимизации квадратичной погрешности и приведены ниже:

	CO_2	CO	H_2O	O_2	N_2	H_2	H	OH	NO	O	N
α_i	1,17	0,75	0,92	0,81	0,99	0,75	1	1	1	1	1

Погрешность определения λ по формуле (2.23) для продуктов сгорания различных углеводородных газов с коэффициентом избытка окислителя от 0,8 до 1,2 не превышает $\pm 2\%$.

В работах [13, 14] изложена методика расчета коэффициентов теплопроводности отдельных компонентов смеси λ_i для уравнения (2.23) в случае высоких температур, основанная на использовании модифицированного потенциала Леннарда—Джонса. Данные, полученные при применении этой методики, с точностью до 15% согласуются с имеющимися немногочисленными экспериментальными данными. В работе [15] предлагается методика расчета теплофизических свойств, основанная на методах термодинамики необратимых процессов. Приведенные в работе [15] немногочисленные результаты, особенно те, которые получены при высоких температурах, совпадают с соответствующими результатами работы [14] в пределах указанной точности этой методики. Обе методики расчета требуют много машинного времени, обширной оперативной памяти машины и не всегда удобны для практического применения.

В нашем институте в основном применяются те данные по теплофизическим свойствам, которые рассчитаны согласно работе [14]. Однако как для экспериментального, так и для теоретического анализа процессов теплоотдачи требуются простые эмпирические зависимости теплофизических свойств от температуры и состава смеси. Поэтому в работе [16] величина λ_i однократно определяется по работе [13] и во всех дальнейших расчетах в интервале T от 400 до 3000 К аппроксимируется полиномом

$$\lambda_i = \sum_{k=0}^{6} a_{ik} (T \cdot 10^{-3})^k. \tag{2.24}$$

Значения a_{ik} приведены в табл. 2.1.

Аналогичный метод расчета использован и для определения коэффициента вязкости μ продуктов сгорания. Значения коэффициентов аппроксимирующего полинома

$$\mu_i = \sum_{k=0}^{6} b_{ik} (T \cdot 10^{-3})^k \tag{2.25}$$

для отдельных компонентов приведены в табл. 2.2, а значения μ_i для отдельных компонентов определялись по [13].

Таблица 2.1

Коэффициенты a_{ik} для расчета теплопроводности отдельных компонентов

Компоненты смеси	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}
CO_2	—1075	9764	—2691	840	—229	45	—4
CO	23	10219	—9061	9435	—5265	1414	—145
H_2O	2176	—6848	25046	—13331	3127	—241	—9
O_2	179	8335	—894	—894	687	—186	18
N_2	925	5085	1981	—2150	927	—200	18
H_2	4588	57831	—41507	34462	—14866	3192	—273
H	—43318	207373	—280539	270123	—137267	34342	—3337
OH	581	6405	—760	612	—418	135	—16
NO	1558	1226	13188	—14763	7949	—2121	223
O	—5494	34425	—50552	50143	—25762	6467	—629
N	41059	—17780	—4460	8870	—3183	488	—28

Таблица 2.2

Коэффициенты b_{ik} для расчета вязкости отдельных компонентов

Компоненты смеси	b_{i0}	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	b_{i4}	b_{i5}	b_{i6}
CO_2	—540	8100	—6466	3999	—1378	237	—15
CO	228	5766	—2952	864	153	141	21
H_2O	218	1277	4693	—3476	1053	—127	3
O_2	802	3847	2422	—4340	2618	—705	71
N_2	—1	7226	—6064	4049	—1506	285	—21
H_2	265	2455	—1069	468	—122	16	—1
H	11	1329	599	—716	267	—34	0,2
OH	13	5047	—3038	2652	—1116	244	—21
NO	697	3943	1462	—3032	1794	—462	44
O	1063	2991	4647	—6355	3456	—854	80
N	6	8827	—8616	6720	—2937	658	—59

Для корреляции значений μ использована формула, предложенная в работе [12]:

$$\mu = 1 \Big/ \sum_i \frac{\beta_i p_i}{\mu_i p}. \qquad (2.26)$$

Поправочные множители β_i подобраны методом минимизации квадратичной погрешности и приведены ниже. Погрешность предлагаемой эмпирической зависимости не превышает $\pm 1{,}5\%$:

	CO_2	CO	H_2O	O_2	N_2	H_2	H	OH	NO	O	N
β_i	1,15	1,1	0,89	0,76	0,99	0,44	1	1	1	1	1

Для расчета коэффициентов переноса продуктов сгорания по зависимостям (2.23) — (2.26) необходимо знать только их парциальный состав.

В настоящей работе методика расчета коэффициентов диффузии в смеси газов применялась для приближенного определения некоторых эффективных коэффициентов бинарной диффузии [12] между отдельным компонентом смеси и всей остальной смесью продуктов сгорания:

$$D_{i\,\mathrm{mix}} = \frac{1 - x_i}{\sum\limits_{j \neq i} (x_j / D_{ij})}, \tag{2.27}$$

где индекс i относится к рассчитываемому компоненту, а j — к остальным компонентам смеси.

Входящие в уравнение (2.27) коэффициенты диффузии бинарных пар D_{ij} определялись по зависимостям молекулярно-кинетической теории газов [12, 13, 17]. Во избежание повторного определения D_{ij} при расчетах для различных продуктов сгорания однократно рассчитанные значения D_{ij} в интервале температур от 400 до 3000 К (как и величин λ_i и μ_i) были аппроксимированы полиномом для отдельных компонентов [16]:

$$D_{ij} = \sum_{k=0}^{6} d_{ijk} (T \cdot 10^{-3})^k, \tag{2.28}$$

где d_{ijk} — коэффициенты аппроксимации, данные в работе [16].

Для расчета величин λ_R и c_{pR}, входящих в выражения (2.22) и (2.20), используется зависимость из работы [18], учитывающая молярные доли реагирующих компонентов, энергию химических реакций и коэффициенты бинарной диффузии, определяемые по (2.27). Коэффициенты λ_R и c_{pR} в данной работе рассчитаны для смеси продуктов сгорания, в которой возможны следующие реакции:

$$\mathrm{CO} + \mathrm{H_2O} \rightleftarrows \mathrm{CO_2} + \mathrm{H_2}, \tag{2.29}$$

$$\mathrm{CO} + {}^1/_2\mathrm{O_2} \rightleftarrows \mathrm{CO_2}, \tag{2.30}$$

$$\mathrm{H_2} \rightleftarrows 2\mathrm{H}, \tag{2.31}$$

$$\mathrm{H_2O} \rightleftarrows \mathrm{OH} + {}^1/_2\mathrm{H_2}, \tag{2.32}$$

$${}^1/_2\mathrm{N_2} + {}^1/_2\mathrm{O_2} \rightleftarrows \mathrm{NO}, \tag{2.33}$$

$$\mathrm{O_2} \rightleftarrows 2\mathrm{O}, \tag{2.34}$$

$$\mathrm{N_2} \rightleftarrows 2\mathrm{N}. \tag{2.35}$$

Расчет λ_R и c_{pR} выполнен в интервале температур от 400 до 3000 К по заданному составу смеси продуктов сгорания.

Несколько сложнее расчет значений c_{pR} и λ_R при низких температурах, когда концентрация многих компонентов уменьшается на несколько порядков. При этих температурах, естественно, величины c_{pR} и λ_R становятся пренебрежимо малыми, однако точное их определение очень важно в связи с установлением эффективного значения числа Le для многокомпонентной реагирующей смеси, которое в данной работе определяется согласно [18]:

$$\mathrm{Le} = \frac{\lambda_R}{c_{pR}} \frac{c_p}{\lambda}. \tag{2.36}$$

Полученные значения Le для некоторых составов продуктов сгорания представлены на рис. 2.7. Рост Le при больших T указывает на преобладание

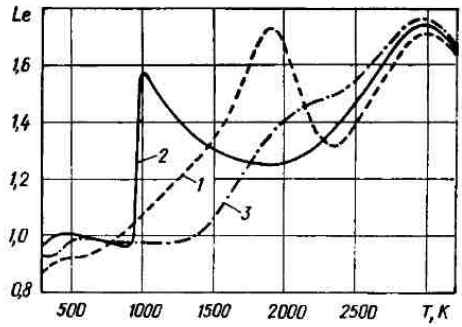
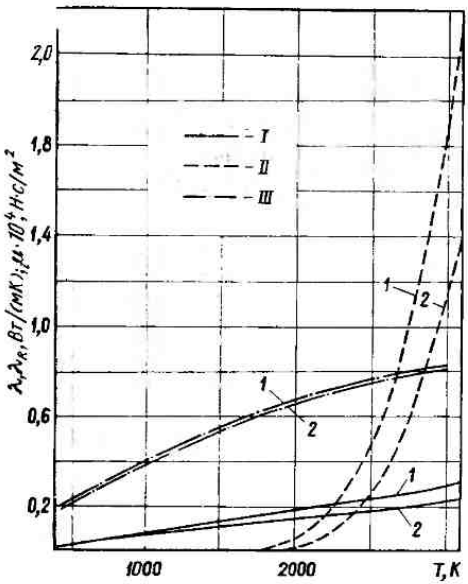


РИС. 2.7. Зависимость Le от температуры продуктов сгорания природного газа в воздухе при значениях коэффициента избытка окислителя, равных 0,9 (*1*), 1,0 (*2*), 1,1 (*3*)



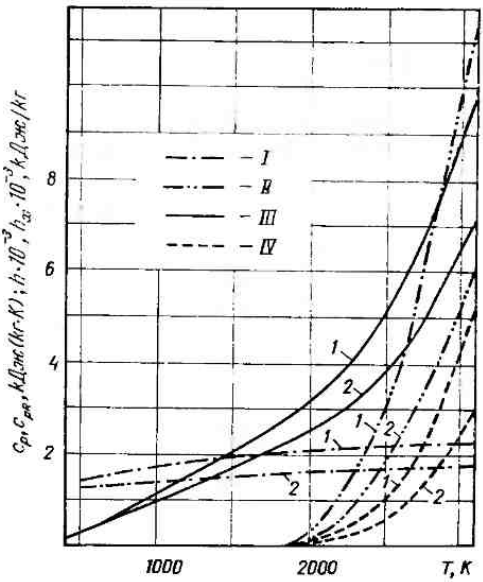


РИС. 2.8. Коэффициенты теплопроводности λ (*I*), λ_R (*II*) и динамической вязкости μ (*III*) продуктов сгорания метана в смеси с кислородом (*1*) и в смеси с воздухом, обогащенным на 50% кислородом (*2*)

РИС. 2.9. Замороженная c_p (*I*) и химическая c_{pR} (*II*) теплоемкости, полная h (*III*) и химическая h_x (*IV*) энтальпии продуктов сгорания, отсчитанные от $T = 273$ К

Обозначения *1* и *2* те же, что и на рис. 2.8

переноса энергии вследствие массообмена (λ_R) по сравнению с переносом, обусловленным молекулярной теплопроводностью (λ). Существенное изменение Le в области T от 800 до 2400 К в зависимости от исходного состава продуктов сгорания можно объяснить значительным влиянием отдельных компонентов, имеющих большие коэффициенты диффузии, хотя концентрация их в смеси может быть и незначительной. При более низких температурах погрешность определения состава продуктов сгорания слишком высока для точного расчета Le. При температурах, близких к 400 К, нами в основном учитывается реакция взаимодействия окислов с водяным паром.

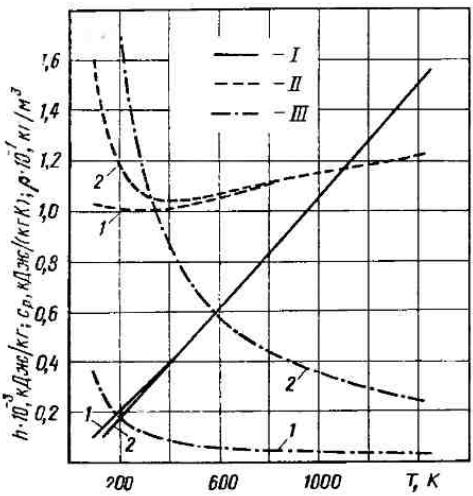
Для расчета состава продуктов сгорания, термодинамических и «переносных свойств» в ИФТПЭ разработан пакет программ в виде стандартных процедур на языках АЛГОЛ-60 и ФОРТРАН-IV, пригодных для различных теплотехнических приложений. Эти программы предназначены не только для расчета свойств продуктов сгорания углеводородного топлива, но и для различных смесей воздуха, водяного пара с углеводородами. Результаты расчета значений физических параметров для характерных составов продуктов сгорания представлены на рис. 2.8 и 2.9.

2.5. Свойства воздуха и азота

В широко применяемых воздухоохладителях или воздухонагревателях различного типа температура воздуха обычно не превышает нескольких сот градусов Цельсия. В этом интервале температур свойства воздуха принимаются по линейно интерполированным данным работы [19].

На рис. 2.10 и 2.11 приведены данные об основных термодинамических и теплофизических свойствах воздуха при нескольких давлениях в интервале сравнительно невысоких температур. Видно, что теплофизические свойства несколько больше зависят от давления лишь в области низких температур.

Для обобщения результатов экспериментальных измерений и проведения расчетов теплообмена в режиме более высоких температур, при которых в теплоносителе (воздухе или азоте) происходят реакции диссоциации (например, в исследуемых нами теплообменниках с потоком плазмы воздуха или азота



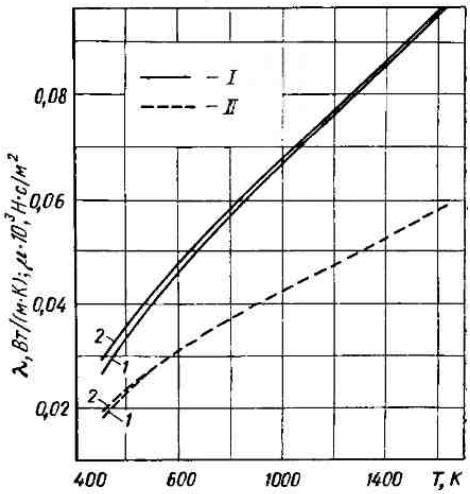
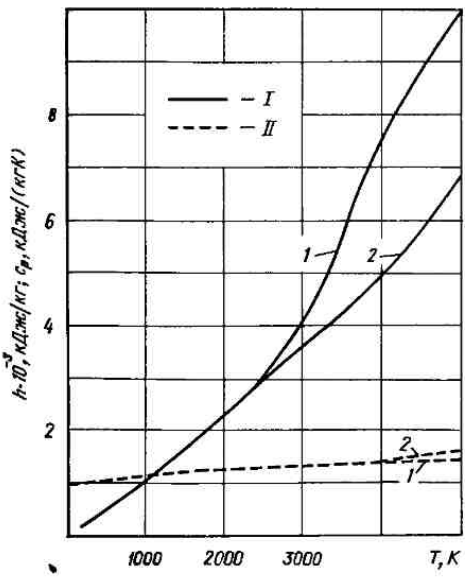


РИС. 2.10. Энтальпия h (I), теплоемкость c_p (II) и плотность ρ (III) воздуха при температуре $T < 2000$ К

1 — для энтальпии $p = 0{,}1$ МПа, *2* — для энтальпии и теплоемкости $p = 4{,}0$ МПа, для плотности $p = 1{,}0$ МПа

РИС. 2.11. Коэффициенты теплопроводности (I) и динамической вязкости (II) воздуха при температуре $T < 2000$ К

1 — для λ $p = 0{,}1$ МПа, *2* — для λ $p = 5{,}0$ МПа, для μ $p = 2{,}0$ МПа



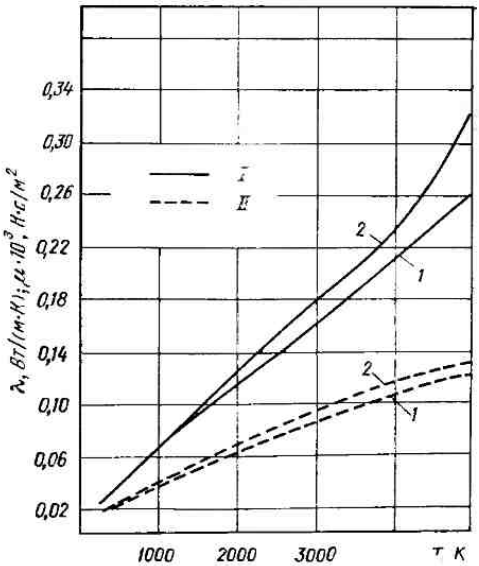


РИС. 2.12. Полная энтальпия (*I*) и теплоемкость замороженного состояния (*II*) воздуха (*1*) и азота (*2*) [20]

РИС. 2.13. Коэффициенты теплопроводности λ (*I*) и динамической вязкости μ (*II*) воздуха (*1*) и азота (*2*) для замороженного состояния [20]

при температуре до 5000 К), используются значения λ и μ для замороженного состояния, а полная энтальпия потока h учитывает энергию химических превращений. Указанные данные о физических свойствах воздуха и азота при давлении $p = 0{,}1$ МПа приведены на рис. 2.12 и 2.13.

2.6. Число Прандтля газов

Число Прандтля газовых и капельных теплоносителей различно. В газах этот физический параметр лишь в малом интервале зависит от атомности. Так, согласно кинетической теории газов, величина Pr изменяется от 0,67 до 1 при числе атомов в молекуле газа от одного до четырех. Кроме того, в газах число Pr мало зависит от температуры теплоносителя. Лишь происходящие с повышением температуры процессы диссоциации газа, в результате которых многоатомные газы переходят в одноатомные, несколько меняют величину Pr (рис. 2.14). В двухатомных газах, входящих в состав воз-

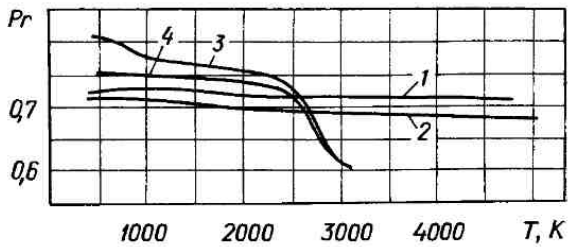


РИС. 2.14. Зависимость числа Pr от температуры для воздуха (*1*), азота (*2*), продуктов сгорания метана в смеси с кислородом (*3*) и в смеси с воздухом, обогащенным на 50% кислородом (*4*)

духа при температурах свыше 3000 К, т. е. когда начинает проявляться диссоциация воздуха, значения Pr несколько изменяются. Значительное влияние диссоциации на изменение числа Pr проявляется в трехатомных газообразных продуктах сгорания CO_2 и H_2O (рис. 2.14). При температуре 2000 К значения Pr резко понижаются до величин, характерных для одноатомных газов. Однако числа Pr различных газовых теплоносителей в интервале температур, характерных для теплообменников, мало различаются.

Незначительная зависимость числа Pr от температуры для газовых теплоносителей (рис. 2.14) существенно отличается от зависимости числа Pr для жидкостей (рис. 2.5 и 2.6). Суть этого отличия заключается в том, что теплофизические параметры (вязкость и температуропроводность), составляющие число Pr и отражающие распространения касательных напряжений и тепла, согласно молекулярно-кинетической теории газов пропорциональны той же величине—произведению средней скорости движения молекул на среднюю длину их свободного пробега. Имеющиеся теоретические выводы и экспериментальные данные показывают, что для газов эта пропорциональность зависит лишь от количества атомов в молекуле газа, а от температуры при умеренных давлениях зависит незначительно. Поэтому и число Pr для газовых теплоносителей не зависит от температуры, являясь постоянной величиной для газов с одинаковой атомностью. Зависимость числа Pr для газов от их атомности записывается в виде $Pr = 4k/(9k - 5)$. Здесь для идеального газа величина $k = c_p/c_V$ — отношение теплоемкостей в изобарном и изохорном процессах — является функцией атомности газа. Для одноатомных, двухатомных, трех- и более атомных газов величина $k = 1{,}67$, $1{,}4$ и $1{,}29—1{,}33$ соответственно.

Глава 3

УРАВНЕНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА

3.1. Предварительные замечания

Теплообмен в движущейся среде зависит от многих факторов. При определении коэффициента теплоотдачи следует учитывать форму, размер и температуру поверхности нагрева, скорость, характер движения, температуру и физические свойства рабочей жидкости, а также ряд других факторов. В большинстве случаев некоторые физические параметры являются переменными и зависящими от других переменных. Решение проблемы в первую очередь сводится к установлению функциональной зависимости между физическими переменными, которые меняются и во времени и в пространстве. Например, при конвективном теплообмене между температурным и скоростным полями существует тесная взаимосвязь. С одной стороны, в потоке жидкости поле температуры зависит от скоростного поля и его изменений. С другой стороны, с изменением температуры существенно меняется вязкость, а также другие физические свойства жидкости, что вызывает изменения скоростного поля.

Независимые переменные при установлении связи между характеризующими процесс параметрами — это координаты пространства x, y, z и время. Полученные уравнения для элементарного объема и небольшого промежутка времени являются общими дифференциальными уравнениями рассматриваемого процесса. Математический анализ и решение составленных дифференциальных уравнений для отдельных случаев возможны лишь при наличии полного математического описания всех частных особенностей, называемых краевыми условиями.

Для потока жидкости можно составить несколько дифференциальных уравнений на основе физических законов сохранения массы и энергии.

Если жидкость рассматривается как сплошная среда, то теоретическое изучение теплообмена в движущейся среде в первую очередь сводится к определению зависимостей для поля скоростей, давления, температуры и физических свойств.

Для описания процессов в потоке жидкости и газа используются следующие дифференциальные уравнения:

1. *Уравнение сплошности (неразрывности)*, выражающее закон сохранения массы среды.

2. *Уравнение движения*, выражающее, согласно второму закону Ньютона, закон сохранения количества движения.

3. *Уравнение энергии*, выражающее закон сохранения энергии.

4. *Уравнение состояния*, которое связывает давление, плотность и температуру газа.

Для потока излучающего газа к этим уравнениям добавляется:

5. *Уравнение переноса излучения*, которое определяет спектральную интенсивность излучения.

Если поток состоит из смеси n компонентов, то к этим уравнениям добавляется:

6. *Уравнение диффузии*, выражающее закон сохранения i-компонента в смеси.

В дальнейшем тексте эти уравнения для несжимаемой жидкости рассмотрены в общем виде, причем под словом «жидкость» подразумевается не только капельная жидкость, но и газ. Более подробно путь составления и применения дифференциальных уравнений для случаев различных потоков жидкости рассматривается в специальных работах [1—3].

3.2. Уравнение сплошности

Это уравнение является уравнением сохранения массы. Если некоторый объем жидкости V ограничен поверхностью F, то в случае несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$) суммарный расход движущейся среды через поверхность равен нулю. В случае сжимаемой жидкости при соответствующем изменении ее плотности может быть получен избыток жидкости, втекающей и вытекающей из рассматриваемого элементарного объема в направлении всех трех осей. В декартовой прямоугольной системе координат в общем случае уравнение неразрывности имеет вид [4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = m_{\text{р}}, \tag{3.1}$$

где $m_{\text{р}}$ — изменение массы, обусловленное излучением энергии, которое пренебрежимо мало в обычных газодинамических задачах. Пренебрегая величиной $m_{\text{р}}$, имеем

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0. \tag{3.2}$$

В частном случае стационарного поля плотности и несжимаемой движущейся среды уравнение неразрывности переходит в уравнение несжимаемости

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{3.3}$$

3.3. Уравнение движения вязкой жидкости

Уравнение движения невязкой жидкости составлено Эйлером — основоположником теоретической гидродинамики. Однако результаты опытов во многом резко противоречили теоретическим расчетам. Расхождение между результатами классической гидродинамики и действительностью возникло вследствие пренебрежения в теоретических расчетах трением жидкости. Позже Навье и Стокс получили уравнение движения жидкости с учетом закона трения.

Вывод дифференциального уравнения движения вязкой жидкости основан на втором законе Ньютона, который гласит, что сила равна массе, умноженной на ускорение. При рассмотрении сил, действующих на элемент жидкости, учитывается сила тяготения, равнодействующая сил давления и равнодействующая сил трения. Равнодействующая этих сил равна произведению массы элемента жидкости на его ускорение.

Уравнение движения вязкой жидкости, часто называемое уравнением Навье — Стокса, имеет вид:

$$\rho\frac{Du}{d\tau}=\rho F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right],$$
$$\rho\frac{Dv}{d\tau}=\rho F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right], \tag{3.4}$$
$$\rho\frac{Dw}{d\tau}=\rho F_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]+$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right],$$

где

$$\frac{D}{d\tau}=\frac{\partial}{\partial\tau}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z} \tag{3.5}$$

— так называемая субстанциональная производная, F_x, F_y, F_z — проекции вектора массовых сил на оси координат, p — давление в рассматриваемой точке, μ — динамический коэффициент вязкости.

В случае сложного теплообмена в уравнение движения дополнительно входит тензор напряжений излучения в интегральной форме [4].

Если скорость диффузии отдельных компонентов вычислять относительно центра массы рассматриваемого элемента, то уравнение движения для многокомпонентной смеси будет почти того же вида, что и уравнение (3.4). Наличие смеси проявится лишь в члене, характеризующем массовые силы [5].

3.4. Уравнение энергии

Условие сохранения энергии в общем случае с учетом лучистого теплообмена для единицы массы выражается уравнением [4]

$$\rho\frac{DE}{d\tau}=\frac{Dp}{d\tau}+Q_\lambda+Q_\text{р}+q_v+\mu\Phi+\Phi_\text{р}, \tag{3.6}$$

где E — полная (суммарная) энергия. Член в левой части уравнения (3.6) выражает скорость изменения полной энергии в единице объема движущейся среды. Первый член в правой части уравнения характеризует работу, совершаемую давлением среды; второй — энергию, передаваемую теплопроводностью; третий — перенос тепла излучением; четвертый — количество тепла, выделенное внутренними источниками; пятый и шестой — диссипацию энергии за счет вязких напряжений и радиационного переноса соответственно.

При отсутствии теплопередачи излучением получим уравнение энергии кондуктивно-конвективного теплообмена [2]

$$c_p\rho\frac{DT}{d\tau}=\nabla(\lambda\nabla T)+\frac{Dp}{d\tau}+q_v+\mu\Phi, \tag{3.7}$$

где диссипативная функция равна

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \\ + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)^2. \quad (3.8)$$

В случае умеренных скоростей течения жидкости можно пренебречь диссипативной функцией и изменением давления. Тогда уравнение (3.7) примет вид

$$c_p\rho\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_v. \quad (3.9)$$

При постоянном коэффициенте теплопроводности λ имеем

$$c_p\rho\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + q_v. \quad (3.10)$$

При отсутствии внутренних источников тепла уравнение (3.10) упрощается:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right). \quad (3.11)$$

В уравнении энергии для многокомпонентных или химически реагирующих смесей появляются дополнительные члены, связанные с диффузионным переносом компонентов с различными значениями энтальпии [5]:

$$\rho\frac{Dh_x}{d\tau} = -\operatorname{div}\mathbf{q} + \frac{Dp}{d\tau} + \mu\Phi + \frac{\rho}{m^2}\sum_{i,j}\left\{m_i\mathbf{X}_i D_{ij}\cdot\left\{\nabla(c_j m) + \right.\right. \\ \left.\left. + c_j(m - m_j)\nabla\ln p - \frac{c_j m_j m}{RT}\left[\mathbf{X}_j - \sum_k (c_k\mathbf{X}_k)\right]\right\}\right\} - \sum_i D_i^T\cdot(\mathbf{X}_i\nabla\ln T), \quad (3.12)$$

где

$$\mathbf{q} = -\lambda\nabla T + \sum_{i,j}\left\{\frac{m_i}{m^2}\rho D_{ij}h_i\left\{\nabla(c_j m) + c_j(m - m_j)\nabla\ln p - \right.\right. \\ \left.\left. - \frac{c_j m_j m}{RT}\left[\mathbf{X}_j - \sum_k (c_k\mathbf{X}_k)\right]\right\}\right\} - \sum_i (h_i D_i^T\nabla\ln T) + \\ + \frac{RT}{m}\sum_{i,j,k}\left\{\frac{c_i D_i^T}{m_j m_i D_{ij}}\left(D_{ik}\frac{m_i}{c_i} - D_{jk}\frac{m_j}{c_j}\right)\left[\nabla(c_k m) + c_k(m - m_k)\nabla\ln p - \right.\right. \\ \left.\left. - \frac{c_k m_k m}{RT}\left(\mathbf{X}_k - \sum_l c_l\mathbf{X}_l\right)\right]\right\} - \frac{RT}{\rho}\sum_{i,j}\left[\frac{c_i D_i^T}{m_i m_j D_{ij}}\left(\frac{D_i^T}{c_i} - \frac{D_j^T}{c_j}\right)\nabla\ln T\right]. \quad (3.13)$$

Здесь D_{ij} — коэффициент диффузии; D^T — коэффициент термодиффузии; h_x — энтальпия, учитывающая энергию химических превращений и фазовых переходов; c — массовая доля газа в смеси; m — молекулярная масса; $\mathbf{X}$ — вектор силы, действующей на единицу массы вещества. Индексы i, j, k, l указывают номера компонентов смеси.

В левой части уравнения (3.12) имеем субстанциональную производную энтальпии, а в правой части четвертый и последующие члены выражают изменение энтальпии за счет работы массовых сил, совершаемой при диффузии отдельных компонентов.

В правой части выражения (3.13) второй и третий члены характеризуют поток энергии за счет всех видов диффузии компонентов с разными значениями энтальпии, а четвертый и пятый — дополнительный поток энергии, связанный с диффузионным термоэффектом.

3.5. Уравнения состояния и переноса излучением

Уравнение переноса излучением является, в сущности, законом сохранения энергии излучения и имеет следующий вид:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\omega}{\partial \tau} + l\frac{\partial I_\omega}{\partial x} + m\frac{\partial I_\omega}{\partial y} + n\frac{\partial I_\omega}{\partial z} = \rho\varkappa_\omega (B_\omega - I_\omega), \tag{3.14}$$

где c — скорость света; I_ω — интенсивность излучения; l, m, n — направляющие косинусы относительно осей x, y и z соответственно; B_ω — функция, характеризующая источник излучения; $\varkappa_\omega$ — коэффициент поглощения [4].

Одной из основных задач теории переноса излучения является определение функции источника B_ω, которая зависит от радиационных процессов.

Функциональная зависимость между давлением p, плотностью ρ и температурой T газа выражается в виде

$$p = \rho T R, \tag{3.15}$$

где R — газовая постоянная.

3.6. Уравнение диффузии

Уравнение сохранения i-го компонента в смеси, состоящей из нескольких компонентов, можно представить в следующем виде [5]:

$$\rho\frac{Dc_i}{d\tau} = -\operatorname{div}\left\{\frac{\rho m_i}{m^2}\sum_j\left\{D_{ij}\left\{\nabla(c_j m) + c_j(m - m_j)\nabla\ln p - \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. - \frac{c_j m_j m}{RT}\left[\mathbf{X}_j - \sum_k (c_k \mathbf{X}_k)\right]\right\}\right\} - D_i^T \nabla \ln T\right\} + W_i, \tag{3.16}$$

где W_i — количество вещества i-го компонента смеси, выделяющегося за счет химической реакции в единице объема в единицу времени.

В правой части уравнения (3.16) первый член суммы, стоящей в фигурных скобках первого ранга, определяет концентрационную диффузию — поток компонента в сторону меньшей концентрации; второй — бародиффузию, характеризующую тенденцию более легких молекул к перемещению в область пониженных давлений, а тяжелых — наоборот; третий — динодиффузию, возникающую при действии сил на частицы, составляющие смесь; четвертый — термодиффузию, при которой в большинстве случаев более тяжелые молекулы перемещаются в сторону низких температур, но не исключен и обратный эффект [5]. Последний член уравнения (3.16) характеризует источник данного вещества, связанный с химическими реакциями.

Для смеси из n компонентов можно написать $n - 1$ независимых уравнений (3.16). Замыкание системы производится суммированием уравнений для всех компонентов, в результате чего получается уравнение неразрывности для всей смеси в целом, т. е. уравнение (3.2).

3.7. Уравнения теплообмена в потоке газа

Современные знания о физической сущности процессов в потоке газа, при которых протекает сложный теплообмен, позволяют математически описать весь комплекс этих процессов системой дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. В общем случае, когда совместно происходят радиационный, конвективный и кондуктивный переносы энергии, эта система состоит из уравнений (3.1), (3.4), (3.6), (3.14), (3.15) и характеристических уравнений физических параметров среды. Система перечисленных уравнений сложного теплообмена является математической основой аналитических и экспериментальных методов исследования рассматриваемых процессов.

Как частные случаи из системы уравнений сложного теплообмена вытекают все остальные уравнения, рассматриваемые в гидродинамике и теории теплообмена: уравнения движения и неразрывности среды, уравнения конвективного и кондуктивного теплообмена, уравнения радиационно-кондуктивного теплообмена в неподвижной среде, уравнения радиационного теплообмена в движущейся, но нетеплопроводной среде и др.

Большая математическая сложность приведенной системы уравнений не позволяет получить ее аналитическое решение в общем виде. Несмотря на это, она является исходной базой для получения упрощенных и численных решений, дает возможность производить исследования процессов сложного теплообмена на основе теории подобия.

Частный случай сложного теплообмена (когда теплообмен излучением пренебрежимо мал) — конвективный теплообмен сжимаемой жидкости, система уравнений для которого состоит из уравнений в частных производных (3.2), (3.4) и (3.7), к ним необходимо присоединить уравнение состояния (3.15) и зависимости физических свойств от температуры $\mu = \mu(T)$, $\lambda = \lambda(T)$ и $c_p = c_p(T)$.

Таким образом, если массовые силы F_x, F_y и F_z рассматривать как заданные, то получится девять уравнений для определения девяти величин: u, v, w, p, ρ, T, μ, λ, c_p. Эта система уравнений еще довольно сложна, и ее решение в общем виде связано с большими трудностями вследствие нелинейности уравнений движения и энергии, обусловленной наличием конвективных членов в их левой части, а также вследствие зависимости физических свойств жидкости от температуры. Поскольку величины μ и ρ зависят от T, поля скорости и температуры оказываются взаимно связанными. Поэтому уравнения движения и неразрывности нельзя решать независимо от уравнения энергии.

С развитием новой техники возникает необходимость применения теплообменников, в которых конвективный теплообмен сопровождается химическими реакциями. Скорость реакций определяется концентрацией реагирующих веществ, температурой и другими факторами. Подвод новых реагентов и отвод продуктов реакций осуществляются за счет конвективной и молекулярной диффузии в условиях неоднородных полей скоростей, концентраций, температур и давлений. Теплообмен с учетом химических реакций и различных видов диффузий представляет одну из наиболее сложных задач теории

конвективного теплообмена. Математически эта задача описывается системой уравнений (3.2), (3.12), (3.15), (3.16) и уравнениями движения типа (3.4) с учетом массовых сил [5].

3.8. Уравнения теплообмена в потоке несжимаемой жидкости

Процесс теплообмена в потоке вязкой несжимаемой жидкости, физические свойства которой произвольно зависят от температуры, описывается следующей системой уравнений:

$$\rho\frac{Du}{d\tau}=\rho F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right],$$

$$\rho\frac{Dv}{d\tau}=\rho F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left(2\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right],$$

$$\rho\frac{Dw}{d\tau}=\rho F_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left(2\mu\frac{\partial w}{\partial z}\right),$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0, \tag{3.17}$$

$$c_p\rho\frac{DT}{d\tau}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_v+\mu\Phi_1,$$

$$\rho=\rho(T),\qquad c_p=c_p(T),\qquad \lambda=\lambda(T),\qquad \mu=\mu(T),$$

где

$$\Phi_1=2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2.$$

Система уравнений (3.17) является более простой по сравнению с системой уравнений для сжимаемой жидкости, так как

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0, \tag{3.18}$$

т. е. дивергенция вектора скорости отсутствует в уравнениях движения и энергии.

Задача еще более упрощается, если предположить, что вязкость μ и плотность ρ постоянны. Тогда уравнения движения и неразрывности становятся независимыми от уравнений энергии.

Если распределение скорости подставить в уравнение энергии, то нелинейность этого уравнения, обусловленная конвективными членами в левой части и зависимостью ρ от T, исчезнет. Останется нелинейность, связанная с зависимостью λ и c_p от T. Следующим шагом по пути упрощения будет предположение, что величины c_p и λ постоянны.

В случае постоянства всех физических свойств жидкости будем иметь следующую систему уравнений:

$$\rho\frac{Du}{d\tau}=\rho F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right),$$

$$\rho\frac{Dv}{d\tau}=\rho F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right),$$

$$\rho\frac{Dw}{d\tau}=\rho F_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right), \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0,$$

$$c_p\rho\frac{DT}{d\tau}=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+q_v+\mu\Phi_1.$$

Благодаря этому упрощению система уравнений становится разрешимой для многих задач конвективного теплообмена. Вместе с тем предположение о постоянстве физических свойств жидкости ограничивает область применения получаемых результатов, исключая такие процессы, в которых физические свойства жидкости значительно изменяются. Тем не менее задачи о теплообмене при постоянных физических свойствах представляют большой интерес, так как позволяют выявить основные закономерности, присущие различным процессам теплообмена.

3.9. Уравнения двумерного конвективного теплообмена

Во многих практических случаях процессы, происходящие в текущей среде, можно рассматривать как двумерные, чаще всего в плоскости xy. Для плоского нестационарного процесса с учетом переменности физических свойств потока система уравнений (3.17) без учета внутренних источников тепла примет вид:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial\tau}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\rho F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right],$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial\tau}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=\rho F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left(2\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right),$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0, \tag{3.20}$$

$$c_p\rho\left(\frac{\partial T}{\partial\tau}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+$$
$$+\frac{\partial p}{\partial\tau}+u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\Phi_2,$$

$$\rho=\rho(T),\qquad c_p=c_p(T),\qquad \lambda=\lambda(T),\qquad \mu=\mu(T),$$

где
$$\Phi_2=2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2.$$

Во всех случаях, когда можно пренебречь зависимостью физических свойств от температуры, система уравнений (3.20) при стационарном процессе будет следующей [6]:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right), \tag{3.21}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,\qquad u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\lambda}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+\frac{\nu}{c_p}\Phi_2.$$

3.10. Уравнения осредненного турбулентного потока

Течение жидкости в теплообменниках может быть ламинарным или турбулентным. Оба вида течения подробно рассматриваются в гл. 5—9.

Согласно И. О. Хинце [7], турбулентное течение жидкости — это нерегулярное состояние, в котором различные ее параметры, случайно изменяющиеся во времени и в пространстве, можно определить лишь статистическим осреднением. Большой вклад в теорию статистического анализа турбулентности внесли советские ученые А. Н. Колмогоров, А. М. Обухов, М. Д. Миллионщиков и др.

Турбулентное течение отличается от ламинарного наличием пульсационного движения, вызывающего перемешивание жидкости, которое равносильно многократному увеличению вязкости. Возникающее негаснущее пульсационное движение в потоке определенного направления настолько сложно, что трудно поддается теоретическому определению.

Закономерности пульсационного движения приходится определять лишь для осредненных во времени величин, характеризующих турбулентное течение. Задача теоретического анализа заключается в выяснении влияния пульсационного движения на осредненное.

При математическом исследовании турбулентное течение целесообразно разложить на осредненное и пульсационное движения. Обозначив осредненное по времени значение составляющей любой величины Φ через $\overline{\Phi}$, а пульсационное — через Φ', получим следующее равенство для составляющих скорости, давления, температуры в общей форме:

$$\Phi = \overline{\Phi} + \Phi'. \tag{3.22}$$

Под осредненным значением подразумевается среднее значение по времени в фиксированной точке пространства. Следовательно, осредненная величина выражается в виде

$$\overline{\Phi} = \frac{1}{\tau_1} \int\limits_{\tau_0}^{\tau_0+\tau_1} \Phi \, d\tau. \tag{3.23}$$

Для осреднения надо брать достаточно большой промежуток времени τ_1, чтобы от последнего совершенно не зависело осредненное значение. Тогда, согласно определению, осредненное по времени любое значение пульсационной величины

$$\overline{\Phi}' = 0. \tag{3.24}$$

Дополнительная, или кажущаяся, вязкость при осредненном движении является особым понятием в теории о турбулентных течениях.

Рассмотрим систему уравнений (3.19). Упростим ее, опустив черту над компонентом осредненной величины в зависимости (3.22). Запишем первое уравнение из системы (3.19) в следующем виде ($F_x = 0$) [8]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right). \tag{3.25}$$

Подставим в него зависимости (3.22) для компонентов скорости u, v, w и давления p. Учитывая, что $\partial u/\partial \tau = 0$, согласно определению осредненной

скорости, получим

$$\frac{\partial u'}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(u+u')^2 + \frac{\partial}{\partial y}(u+u')(v+v') + \frac{\partial}{\partial z}(u+u')(w+w') =$$
$$= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}(p+p') + \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)(u+u'). \qquad (3.26)$$

Осреднив выражение $(u+u')(v+v')$, согласно (3.23), получим $uv + \overline{u'v'}$. Величина $\overline{uv'} = 0$, поскольку $\overline{v'} = 0$. Аналогично поступив с другими произведениями, получим

$$\frac{\partial}{\partial x}(u^2 + \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(uv + \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(uw + \overline{u'w'}) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} +$$
$$+ \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)u. \qquad (3.27)$$

Перенесем члены с пульсационными компонентами в правую сторону. Тогда

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} +$$
$$+ \nu\left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}\right)\right]. \qquad (3.28)$$

Полученное уравнение отличается от исходного уравнения ламинарного течения последними тремя членами в скобках, обусловленными турбулентным пульсационным движением. Согласно второму закону Ньютона, эти члены эквивалентны напряжениям, действующим в направлении координаты x. Член $-\rho\overline{u'^2}$ называется нормальным напряжением, а $-\rho\overline{u'v'}$ и $-\rho\overline{u'w'}$ — касательными напряжениями.

Аналогично проанализировав уравнения движения относительно координат y и z, получим соответствующие уравнения движения для компонентов скорости v и w. Все три уравнения типа (3.28) содержат девять турбулентных напряжений (напряжений Рейнольдса), которые составляют тензор напряжений при условии их симметричности, равный

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \equiv -\rho \begin{vmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{vmatrix}; \qquad (3.29)$$

в тензорной форме эти уравнения имеют вид

$$\tau_{ij} = -\rho\overline{u_i'u_j'}. \qquad (3.30)$$

Тензорное уравнение (3.30) можно дополнить величинами обычных напряжений вязкого течения [2] из системы уравнений (3.17). В результате получим

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \rho\overline{u_i'u_j'}. \qquad (3.31)$$

Система уравнений (3.19) для осредненного турбулентного потока (без учета массовых сил, внутренних источников тепла и диссипативной функции)

будет следующей:

$$
\begin{gathered}
u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-\\
-\left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}\right),\\
u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)-\\
-\left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z}\right), \qquad (3.32)\\
u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)-\\
-\left(\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z}\right),\\
\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0,\\
u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{\lambda}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)-\left(\frac{\partial \overline{u'T'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{v'T'}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z}\right).
\end{gathered}
$$

3.11. Уравнения теплового пограничного слоя

Значительный успех в исследовании движения жидкости был достигнут в 1904 г. Прандтлем (см. [2]), показавшим, каким путем можно упростить дифференциальное уравнение Навье — Стокса, чтобы получить приближенные решения в предельном случае очень малой вязкости или больших чисел Рейнольдса. Суть этого упрощения заключается в применении уравнений гидродинамики к области течения, прилегающей к твердой стенке. Толщина этой области, называемой гидродинамическим пограничным слоем, определяется в основном по изменению скорости от нуля на стенке до скорости, незначительно отличающейся (например, на 1%), от скорости основного потока. В пограничном слое градиент скорости $\partial u/\partial y$ (y — нормаль к стенке) значителен, а вязкость μ, хотя и небольшая, оказывает существенное влияние на трение, так как касательное напряжение может принимать большие значения. Течение вне пограничного слоя, где вязкость не играет большой роли, называется потенциальным или течением без трения.

Температурное поле в окрестности обтекаемого нагретого или холодного тела обладает свойствами, характерными для пограничного слоя. Это означает, что повышение температуры, вызываемое нагретым телом, распространяется в основном только на узкую зону вблизи тела, называемую тепловым пограничным слоем.

Вывод системы уравнений для гидродинамического и теплового пограничных слоев основан на анализе системы уравнений более общего вида (3.17), (3.20) или (3.32) и на оценке порядка малости отдельных их членов [1, 2].

В случае двумерного стационарного течения несжимаемой жидкости система уравнений теплового пограничного слоя имеет следующий вид:

$$
\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{r^k}\frac{\partial}{\partial y}(r^k\tau),
$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(r^k\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(r^k\rho v)=0,\qquad c_p\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=-\frac{1}{r^k}\frac{\partial}{\partial y}(r^k q),\qquad (3.33)$$

$$\rho=\rho(T),\qquad \mu=\mu(T),\qquad \lambda=\lambda(T),\qquad c_p=c_p(T),$$

где r — радиус кривизны теплопередающей поверхности,

$$\tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y},\qquad q=-\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\qquad (3.34)$$

для ламинарного течения и

$$\tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y}-\rho\overline{u'v'}=\mu\left(1+\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial u}{\partial y},$$

$$q=-\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}-c_p\rho\overline{v'T'}\right)=-(\lambda+c_p\rho\varepsilon_q)\frac{\partial T}{\partial y}=-\lambda\left(1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial T}{\partial y}\qquad (3.35)$$

для турбулентного течения.

Для полноты описания процесса обтекания градиент давления, согласно уравнению Бернулли, можно выразить в виде

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\rho_f U\frac{\partial U}{\partial x}.\qquad (3.36)$$

При этом величины ε_τ и ε_q рассматриваются как некоторые коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности и называются коэффициентами турбулентного переноса количества движения и тепла. Они не характеризуют физические свойства жидкости и зависят от числа Рейнольдса, координат и других параметров переноса.

Система уравнений (3.33) при $k=0$ относится к плоскому течению, а при $k=1$ — к осесимметричному [6].

При двумерных течениях ($w=0$) с однородным массовым составом излучающей среды к системе уравнений (3.33) добавляются уравнения спектральной интенсивности излучения I_ω и уравнение состояния (3.15). В уравнение энергии включается дополнительный член — плотность радиационного теплового потока $q_\text{р}$. В работе [9] показано, что $\partial q_\text{р}/\partial x \ll \partial q_\text{р}/\partial y$. С учетом этого получим следующее уравнение энергии:

$$c_p\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=-\frac{1}{r^k}\frac{\partial}{\partial y}(r^k q)-\frac{1}{r^k}\frac{\partial}{\partial y}(r^k q_\text{р}),\qquad (3.37)$$

где

$$q_\text{р}=\int_0^\infty\int_\Omega I_\omega\cos\theta\,d\Omega\,d\omega.\qquad (3.38)$$

Таким образом, для описания процессов сложного теплообмена на основе уравнений пограничного слоя необходимо пять уравнений.

Уравнения пограничного слоя для многокомпонентной смеси получаются аналогичным путем, как и в случае однокомпонентного газа. Если допустить, что все компоненты смеси ведут себя как идеальные газы, и пренебречь эффектами передачи тепла от газа к телу и обратно посредством излучения, то в случае стационарного двумерного течения получим следующую

систему уравнений:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(1+\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial u}{\partial y}\right],$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)=0,\qquad \frac{\partial p}{\partial x}=-\rho_f U\frac{\partial U}{\partial x},\tag{3.39}$$

$$c_p\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\mu\left(1+\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+u\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\lambda\left(1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial T}{\partial y}\right]+$$

$$+\sum_i\left[c_{pi}\rho D_{ij}\left(1+\frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Sc}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial c_i}{\partial y}+c_{pi}\frac{D_i^T}{T}\frac{\partial T}{\partial y}\right]\frac{\partial T}{\partial y}-\sum_i h_{xi}W_i,$$

$$\rho\left(u\frac{\partial c_i}{\partial x}+v\frac{\partial c_i}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left[\rho D_{ij}\left(1+\frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Sc}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial c_i}{\partial y}\right]+W_i.$$

В последнем уравнении системы (3.39) диффузионный поток массы удовлетворяет условию

$$-m_i=\rho D_{ij}\left(1+\frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Sc}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial c_i}{\partial y}-D_i^T\frac{\partial \ln T}{\partial y}.$$

На практике в качестве модельной системы используют систему дифференциальных уравнений пограничного слоя, предназначенную для двухкомпонентной смеси.

Если пренебречь влиянием термодиффузии и эффектами переноса, возникающими вследствие различия теплоемкостей компонентов газовой смеси, то система уравнений так называемого замороженного пограничного слоя в условиях двухкомпонентного потока с одним активным компонентом примет следующий вид:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(1+\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial u}{\partial y}\right],$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho_f U\frac{\partial U}{\partial x},\qquad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)=0,\tag{3.40}$$

$$c_p\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left[\lambda\left(1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial T}{\partial y}\right],$$

$$\rho\left(u\frac{\partial c_1}{\partial x}+v\frac{\partial c_1}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left[\rho D_{12}\left(1+\frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Sc}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right)\frac{\partial c_1}{\partial y}\right].$$

3.12. Краевые условия

Для решения любой системы уравнений конвективного теплообмена необходимо ее конкретизировать, задав краевые условия. Эти условия включают начальные и граничные величины всех параметров, рассматриваемых в задаче.

В качестве начальных условий задаются поля скорости, температуры и другие зависимые параметры для всей области, в которой протекает исследуемый процесс в начальный момент времени. При стационарном процессе необходимость задавать эти условия отпадает.

Граничные условия определяют геометрическую форму системы, гидродинамические, тепловые и другие параметры на ее границах.

Краевые условия зависят от того, к какому типу (эллиптическому, гиперболическому или параболическому) относится данная система уравнений [8].

Уравнения теплового пограничного слоя относятся к параболическому типу. Область их интегрирования находится в пределах пограничного слоя. В большинстве теоретических задач по исследованию конвективных теплообменников краевые условия необходимо задавать для твердой непроницаемой стенки и внешней границы пограничного слоя. Например, для системы уравнений (3.33) граничные условия будут следующими:

при $y = 0$ $u = v = 0$, $T = T_w$ или $q = q_w$,

при $y = \infty$ $u = U$, $T = T_f$.

Краевые условия для уравнения переноса излучением подробно рассмотрены в гл. 20.

Решения уравнений пограничного слоя могут быть точными и приближенными. Точными аналитическими решениями охвачен сравнительно узкий класс задач. Подлежащие решению дифференциальные уравнения обычно нелинейные и в большинстве случаев могут быть решены только приближенными методами.

С развитием вычислительной техники и созданием новых мощных ЭВМ появилась возможность численного решения уравнений как для ламинарного, так и для турбулентного пограничных слоев. В некоторых случаях численными методами решаются уравнения Навье — Стокса. К численным методам решения уравнений в частных производных относятся методы конечных разностей, методы прямых, методы интегральных соотношений, методы конечных элементов. Численные методы, использованные в данной книге, можно разделить на две группы: 1) автомодельные, или «подобные» и 2) разностные. Если существуют подобные, или автомодельные, решения, то уравнения пограничного слоя, представляющие собой систему, например, двух уравнений в частных производных, могут быть сведены к одному обыкновенному дифференциальному уравнению, что в математическом отношении существенно упрощает решение. В этих случаях оно представляется в виде функции от одного аргумента, который является некоторым сочетанием основных аргументов задачи.

Глава 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

4.1. Теория подобия и метод размерностей

Среди методов исследования процессов переноса количества движения, тепла и вещества важное место занимает теория подобия, позволяющая моделировать процессы в подобных системах. Теория подобия указывает, каким условиям должны удовлетворять модель и протекающий в ней процесс, чтобы полученные результаты можно было бы перенести на натуру. Установление условий подобия может быть проведено с помощью теорем подобия при наличии полного математического описания процесса переноса. Если известен только перечень величин, существенных для данного процесса, то условия подобия определяются методом размерностей.

Согласно теории подобия, устанавливаются необходимые условия подобия физических явлений и формулируются правила объединения физических величин в безразмерные комплексы. Математическое описание процесса или явления должно отвечать условию гомогенности. Если записаны уравнения двух явлений

$$F(u_1,\ u_2, \ldots,\ u_n) = 0, \tag{4.1}$$

$$F(k_1u_1,\ k_2u_2, \ldots,\ k_nu_n) = 0, \tag{4.2}$$

то условие гомогенности выполняется только при

$$F(k_1u_1,\ k_2u_2, \ldots,\ k_nu_n) = f(k_1,\ k_2, \ldots,\ k_n)\ F(u_1,\ u_2, \ldots, u_n), \tag{4.3}$$

когда масштабное преобразование отдельных переменных

$$u_i = k_iu_i' \tag{4.4}$$

приводит к масштабному преобразованию всей функции в целом. Подкласс степенных функций всегда удовлетворяет условиям гомогенности и инвариантности по отношению к масштабным преобразованиям [1].

Члены дифференциальных уравнений, описывающих процессы переноса количества движения и тепла (3.19), тоже отвечают условиям гомогенности, если не учитывать член уравнения переноса тепла, отражающий плотность теплового потока внутренних источников тепла.

Условия однозначности выделяют исследуемый процесс из других качественно одинаковых процессов и состоят из геометрических условий, физических условий, начальных условий и граничных условий, характеризующих протекание процесса на границах среды и системы.

Постоянные физические величины, входящие в условия однозначности, можно выбирать в качестве масштабов преобразования. Отнесение размерных величин к соответствующим масштабам приводит дифференциальные уравнения и граничные условия к безразмерному виду (это отмечается здесь знаком $\sim$ над соответствующей переменной или прописными буквами). Коэффициенты при безразмерных членах уравнений переноса выступают

в роли чисел подобия и в общепринятых обозначениях записываются в следующем виде:

$$\mathrm{Sh}\,\mathrm{Re}\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{\tau}}+\mathrm{Re}\left(\tilde{u}\frac{\partial\tilde{u}}{\partial X}+\tilde{v}\frac{\partial\tilde{u}}{\partial Y}+\tilde{w}\frac{\partial\tilde{u}}{\partial Z}\right)=\nabla^2\tilde{u}-\frac{\partial}{\partial X}(\mathrm{Eu}\,\mathrm{Re})+\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}}\tilde{\theta}, \qquad (4.5)$$

$$\frac{\partial\tilde{u}}{\partial X}+\frac{\partial\tilde{v}}{\partial Y}+\frac{\partial\tilde{w}}{\partial Z}=0, \qquad (4.6)$$

$$\mathrm{Pe}\left(\tilde{u}\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial X}+\tilde{v}\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial Y}+\tilde{w}\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial Z}\right)=\nabla^2\tilde{\theta}, \qquad (4.7)$$

$$\mathrm{Nu}=-\left(\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial Y}\right)_{Y=0}. \qquad (4.8)$$

Если критерии подобия, составленные из величин, входящих в условия однозначности, одинаковы, а сами условия однозначности подобны, то и явления подобны [2]. Это положение имеет важное значение при моделировании процессов конвективного переноса в теплообменниках. Комбинируя различным образом критерии подобия, можно получить новые критерии, которые более четко отражают особенности протекания процессов переноса, однако общее число критериев системы не меняется (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Числа подобия процессов переноса количества движения и тепла

Число подобия	Физический смысл числа подобия
$\mathrm{Re}=\frac{Ul}{\nu}$	Число Рейнольдса, характеризует отношение сил инерции к силам молекулярного трения
$\mathrm{Eu}=\frac{\Delta p}{\rho U^2}$	Число Эйлера, выражает отношение сил давления к силам инерции потока жидкости
$\mathrm{Gr}=\frac{gl^3\beta\Delta T}{\nu^2}$	Число Грасгофа, характеризует отношение подъемной силы, обусловленной различием плотности в потоке к силам молекулярного трения
$\mathrm{Sh}=\frac{fl}{U}$	Число Струхаля, выражает соотношение частоты отрыва вихрей, определяющего размера тела и скорости потока
$\mathrm{Pe}=\frac{Ul}{a}$	Число Пекле, характеризует отношение конвективного теплопереноса к молекулярному
$\mathrm{Nu}=\frac{\alpha l}{\lambda}$	Число Нуссельта, характеризует теплообмен на границе стенка—жидкость
$\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a}$	Число Прандтля, характеризует подобие скоростных и температурных полей в потоке жидкости
$\mathrm{St}=\frac{\alpha}{\rho c_p U}$	Число Стантона, выражает отношение интенсивности теплоотдачи к удельному теплосодержанию потока
$\mathrm{Le}=\frac{D}{a}$	Число Льюиса, характеризует подобие концентрационных и температурных полей в потоке жидкости
$\mathrm{Sc}=\frac{\nu}{D}$	Число Шмидта, характеризует подобие скоростных и концентрационных полей в потоке

Обычно для расчетов используются функциональные зависимости между критериями подобия. Полученные в безразмерной системе уравнений (4.5)—(4.8) числа подобия Nu и Eu в общем виде могут быть представлены как функции от безразмерных координат и критериев подобия:

$$\mathrm{Nu} = f(X,\ \mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ \mathrm{Gr}), \tag{4.9}$$

$$\mathrm{Eu} = \varphi(X,\ Y,\ \mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ \mathrm{Gr}). \tag{4.10}$$

В состав чисел подобия Nu и Eu входят зависимые переменные α и Δp, которые могут быть определены из уравнений (4.9), (4.10) для подобных гидродинамических участков при соответствующих граничных условиях.

В зависимости от граничных условий в теплообменниках коэффициенты теплоотдачи и сопротивления при вынужденном течении жидкости описываются уравнениями подобия следующего вида:

$$\mathrm{Nu} = A\ \mathrm{Re}^m \mathrm{Pr}^n, \tag{4.11}$$

$$\mathrm{Eu} = B\ \mathrm{Re}^{-r}. \tag{4.12}$$

В уравнениях подобия обычно отсутствуют параметрические критерии, которые получаются при делении одноименных безразмерных комплексов. Если в уравнениях появились параметрические критерии, то они учитывают некоторое геометрическое, гидродинамическое или тепловое неподобие системы. При переменных физических свойствах параметрические критерии применяются для учета гидродинамического и теплового неподобия систем.

В современных теплообменных устройствах передаются большие тепловые потоки. В связи с большими градиентами температур коэффициенты теплоотдачи сильно зависят от физических свойств теплоносителя, изменяющихся поперек пограничного слоя. Для полного подобия процессов, кроме равенства чисел подобия Re и Pr, необходимо соблюдать подобие физических свойств на границах среды. В работе [3] показано, что величины, входящие в условия однозначности, можно представить в виде симплексов:

$$\rho_f\mu_f/\rho_w\mu_w, \qquad \rho_f\lambda_f/\rho_w\lambda_w, \qquad c_{pf}/c_{pw}, \qquad \rho_f/\rho_w. \tag{4.13}$$

Результаты анализа влияния переменных физических свойств на теплообмен и сопротивление приводят к уравнениям подобия отношений физических параметров при температуре потока и стенки:

$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_0 = f(\rho_f\mu_f/\rho_u\mu_w,\ \rho_f\lambda_f/\rho_w\lambda_w,\ c_{pf}/c_{pw},\ \rho_f/\rho_w), \tag{4.14}$$

$$\mathrm{Eu}/\mathrm{Eu}_0 = \varphi(\rho_f\mu_f/\rho_v\mu_w,\ \rho_f\lambda_f/\rho_w\lambda_w,\ c_{pf}/c_{pw},\ \rho_f/\rho_w). \tag{4.15}$$

Получение количественных зависимостей чисел подобия Nu и Eu от приведенных безразмерных симплексов возможно путем решения системы уравнений движения жидкости и переноса тепла или при использовании обширного экспериментального материала.

Для закрытия системы уравнений необходимо установить зависимости между температурой и такими физическими свойствами, как вязкость, теплопроводность, теплоемкость и плотность. Для газов эти зависимости описываются степенными функциями одинаковой формы, например:

$$\mu/\mu_w = (T/T_w)^{n_\mu}. \tag{4.16}$$

Согласно выражению (4.16), для газовых потоков зависимость физических свойств от абсолютной температуры может быть выражена в виде симплек-

са T_w/T_f, который часто применяется в качестве числа подобия при проектировании теплообменных аппаратов.

М. А. Михеевым было предложено отношение $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$, которое используется для обобщения данных теплообмена капельных жидкостей в трубе при больших тепловых нагрузках. Наши экспериментальные данные подтвердили его пригодность и для случая внешнего обтекания. Тщательный анализ решений уравнений пограничного слоя в условиях ламинарного обтекания пластины при $\mathrm{Pr} > 1$ в широком диапазоне изменения физических свойств [3] показал, что отношение чисел $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$, составленных из симплексов (4.13), имеет наибольший показатель степени по сравнению с показателями степеней остальных симплексов.

Теория подобия дает форму критериев, указывает, какое число комплексных параметров можно получить при данном математическом описании процесса, но не дает информации о виде функции между безразмерными переменными, составляющими уравнение подобия; поэтому эта теория используется как метод обобщения опытных данных эмпирическими зависимостями. Если явления четко детерминированы граничными условиями при одинаковом математическом описании, то теория подобия дает хорошие результаты. При расширении группы рассматриваемых явлений граничные условия перестают быть точно подобными и обобщения могут иметь недопустимую погрешность, но это указывает лишь на необходимость четкого выбора совокупности подобных явлений.

Метод размерностей применяется в тех случаях, когда система дифференциальных уравнений неполна или не составлена из-за отсутствия информации. Определение числа и структуры безразмерных комплексов, составленных из величин, существенных для данного процесса, представляет главную задачу метода размерностей. На основании законов сохранения, описывающих процессы переноса с относительно простыми граничными условиями, устанавливается, какие свойства систем и процессов являются определяющими и каковы связи между величинами с заданными размерностями.

Если составить перечень существенных для теплообмена физических величин, то на основании анализа размерностей можно найти числа подобия, которые входят в функциональную зависимость безразмерных комплексов подобных процессов [2].

При обтекании нагретой поверхности жидкостью существенными для теплоотдачи будут следующие величины, которые должны составить уравнение подобия:

$$F(x, u, \rho, \mu, c_p, \lambda, \alpha) = 0. \tag{4.17}$$

Для определения коэффициента теплоотдачи α запишем остальные физические величины в виде аргументов гомогенной функции, пригодной для описания подобных процессов:

$$\alpha = Ax^l u^r \rho^m \mu^k \lambda^p c_p^n. \tag{4.18}$$

В результате их математического описания получается определенное число безразмерных комплексов, которые связаны между собой функциональной зависимостью. π-Теорема утверждает, что число безразмерных комплексов равно числу физических величин, существенных для процесса, минус число первичных величин.

Из семи размерных величин можно составить три безразмерных комплекса, так как все размерные величины содержат четыре первичные величины

(м, кг, с, К). Показатели степени в зависимости коэффициента теплоотдачи от первичных величин в обеих частях уравнения (4.18) должны быть одинаковыми при произвольном выборе показателей степени m и n. Между показателями получаются следующие связи: $l = m - 1$, $k = n - m$, $r = m$, $p = 1 - n$. Подставив полученные показатели степени в уравнение (4.18) при соблюдении правила одинаковой размерности обеих частей уравнения, получим

$$\alpha = A \frac{\lambda}{x} \left(\frac{\rho u x}{\mu}\right)^m \left(\frac{\mu c_p}{\lambda}\right)^n. \tag{4.19}$$

Уравнение подобия получается путем приведения величины α к безразмерному виду:

$$\mathrm{Nu} = A\,\mathrm{Re}^m \mathrm{Pr}^n. \tag{4.20}$$

Безразмерную величину A и показатели степени m и n безразмерных комплексов можно определить при подстановке экспериментальных данных в уравнение подобия. Теория подобия и метод размерностей применяются при моделировании сложных процессов переноса в теплообменниках и других устройствах.

4.2. Моделирование процессов теплообмена

Моделирование широко используется при усовершенствовании конструкций проточных частей теплообменников, турбин, реактивных двигателей и при оценке эффективности технических устройств и аппаратов различного назначения. Важнейшим достоинством эксперимента с моделью является возможность ее изучения в более широком диапазоне граничных условий с меньшими экономическими затратами, чем при непосредственном исследовании образца.

Моделирование охватывает несколько последовательных этапов: постановку задачи, создание или выбор модели, исследование модели и перенос полученных результатов с модели на создаваемый образец при соблюдении правил теории подобия.

В системе образец—модель главное — подобие процессов переноса, для осуществления которых необходимо геометрическое подобие формы системы, подобие условий движения жидкости на входе в систему, подобие физических характеристик жидкости в сходных точках модели (м) и образца (о), определяемые постоянными отношениями физических величин $\rho_м/\rho_о$, $\mu_м/\mu_о$, $\lambda_м/\lambda_о$, $c_{pм}/c_{pо}$ в изотермических условиях и отношениями величин $(\rho\mu)_м/(\rho\mu)_о$, $(\rho\lambda)_м/(\rho\lambda)_о$, $c_{pм}/c_{pо}$, $\rho_м/\rho_о$ в неизотермических условиях, а также подобие температурных полей на границах образца и модели, выражающееся в соблюдении $T_w = \mathrm{const}$, $q_w = \mathrm{const}$ или других законов изменения температуры и теплового потока; кроме того, должны быть одинаковы численные значения определяющих критериев в любых аналогичных сечениях образца и модели. При этом процессы, протекающие в модели и образце, должны относиться к одному и тому же классу физических процессов и описываться одними и теми же дифференциальными уравнениями.

Если выполнены перечисленные выше условия, то моделирование является полным.

Выбор модели почти всегда сопряжен с трудностью выполнения условий полного моделирования, а несоблюдение некоторых из перечисленных усло-

вий приводит к приближенному моделированию. При тепловом моделировании теплообменников необходимо выполнять условие равенства критериев Pr в модели и образце. Это условие связано с физическими свойствами теплоносителя, так как в природе существует ограниченное число различных теплоносителей с одинаковыми критериями Pr. Во многих случаях в модели используется та же жидкость, что и в образце. Необходимо учитывать, что нагревание жидкости приводит к изменению ее физических свойств, вследствие чего нарушается подобие между скоростными полями, и моделирование становится приближенным.

В исследовании сложных устройств часто применяются методы приближенного моделирования. При этом учитываются геометрические параметры, физические свойства теплоносителя и температурные граничные условия, необходимые для теплового подобия. Разработка методов приближенного моделирования возможна благодаря стабильности и в общем случае автомодельности распределения профилей скорости при движении вязкой жидкости.

Стабильностью называется свойство вязкой жидкости, благодаря которому при ее движении в канале определенной длины возникает установившееся распределение скоростей. Автомодельность включает независимость характера движения от числа Re. Например, независимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Re может служить признаком наступления автомодельности.

Ослабление влияния отдельных критериев значительно облегчает моделирование, так как для исследования процессов можно выбрать более удобный диапазон граничных условий. В области автомодельности уравнения подобия упрощаются без заметного увеличения погрешности.

У плохо обтекаемых поверхностей автомодельность наступает раньше. Так, при течении в шероховатых трубах автомодельность, соответствующая определенному параметру шероховатости и коэффициенту сопротивления, проявляется при значительно меньших Re, чем в гладких трубах. Хотя автомодельность и упрощает моделирование, позволяя проводить исследования на установках меньшей мощности, но все же для получения достоверных результатов необходимо в каждом отдельном случае определять границы автомодельной области.

В исследованиях многотрубных систем применяется метод локального теплового моделирования, предложенный М. В. Кирпичевым и М. А. Михеевым [2]. При локальном тепловом моделировании обтекания пучков труб осуществляется обогрев только одной трубы пучка. При этом соблюдается гидродинамическое подобие, условием которого является геометрическое подобие и равенство чисел Re в образце и модели.

Сравнение методов локального и полного теплового моделирования показывает, что локальное моделирование пригодно в тех случаях, когда происходит полное перемешивание нагретого потока и температурное поле выравнивается после обтекания каждого ряда пучка. Поэтому распределение температуры в набегающем потоке модели подобно температурному распределению в потоке, набегающем на идентичную трубу в образце.

Только в очень тесных пучках тепловой пограничный слой предыдущих рядов не успевает полностью перемешаться с основной массой потока. В этих случаях предпочтение следует отдать методу полного теплового моделирования. Применение метода локального теплового моделирования в теплофизических исследованиях позволяет сэкономить значительные средства.

Метод локального моделирования используется не только в моделях с измененными в принятом масштабе геометрическими характеристиками, но и при исследовании натурных изделий. Возможно уменьшение длины натурного изделия при установившемся течении. В других случаях можно использовать локальный нагрев, если сохранены такие определяющие размеры, как диаметры труб и расстояние между ними. Тепловые исследования ведутся совместно с гидродинамическими, что позволяет выявить существенные тепловые и гидроаэродинамические характеристики исследуемых натурных элементов [4].

При исследованиях моделируют главные части теплообменных аппаратов в отдельности, например поперечно-обтекаемые пучки труб различных компоновок, оребрение поверхностей различных форм и размеров. Для компоновки теплообменника из смоделированных частей приходится моделировать гидродинамический тракт, состоящий из переходов, поворотов и других элементов, создающих направленный поток жидкости или газа. При этом необходимо соблюдать гидродинамическое подобие всех модельных элементов, составляющих рабочую зону теплообменника.

Следует обращать внимание на присутствие побочных факторов, которые выявляются при моделировании. К ним относятся большая интенсивность турбулентности со специфическим ее масштабом, неравномерное распределение скорости во входном участке, вибрация труб, различные виды шероховатости и другие факторы. Влияние некоторых факторов можно сохранить или усилить с целью более эффективной работы теплообменных устройств. Факторы, мешающие равномерному распределению коэффициентов теплоотдачи на участках обтекаемой поверхности, необходимо устранить, так как тот или иной натурный элемент теплообменника может оказаться в критическом режиме, приводящем к пережогу.

Гидродинамический тракт любого теплообменника должен быть скомпонован так, чтобы вся поверхность обтекалась равномерно, с наименьшими гидродинамическими потерями и максимальное перемешивание жидкости у поверхности нагрева обеспечивало интенсивный теплообмен. Эта задача решается моделированием тракта без застойных зон и чрезмерных завихрений. В каналах теплообменника монтируются направляющие лопатки, которые сами могут быть поверхностями нагрева. Интенсивное перемешивание жидкости у поверхности нагрева с целью переноса максимального количества тепла при заданном массовом расходе достигается с помощью различных турбулизаторов и оребрения поверхностей.

Обзор задач моделирования элементов теплообменников показывает, что при систематизации такого материала открываются широкие возможности модульного проектирования оптимальных теплообменников различного назначения.

4.3. Численное моделирование

Численное моделирование переноса в теплообменниках заключается в решении на ЭВМ системы дифференциальных уравнений движения и энергии в частных производных с соответствующими граничными условиями.

Трудности решения полной системы уравнений обусловлены прежде всего их нелинейностью. Даже быстродействующие ЭВМ позволяют провести такие расчеты в приемлемое время лишь для простых условий, т. е. для течений с малыми Re, для ламинарных течений с простой геометри-

ческой конфигурацией и т. д. В сложных задачах стараются упростить исходную систему уравнений.

Широкое распространение получила разработанная Прандтлем теория пограничного слоя, согласно которой упрощается вид членов, характеризующих вязкость, и задачу можно решать, не пользуясь уравнениями, описывающими невязкое внешнее течение. В этом случае поле течения разбивается на область невязкого течения и пограничные слои около обтекаемых поверхностей. Для решения уравнений невязкого течения разработано много

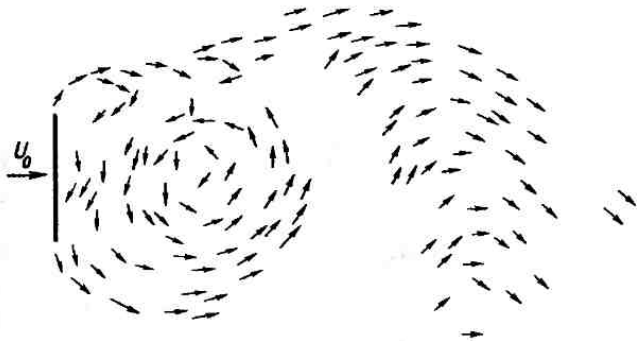


РИС. 4.1. Расчет обтекания медленно вращающейся пластины [7]

разностных методов применительно к ЭВМ; при этом уравнения пограничного слоя решаются уже с заданным распределением давления.

Другим методом упрощения исходной системы уравнений (3.4)—(3.9) является снижение размерности, т. е. уменьшение количества независимых переменных (времени τ, трех координат x, y, z). При этом учитывается симметрия, рассматриваются частично подобные решения для нестационарных пограничных слоев либо подобные решения для стационарных пограничных слоев, получаемые путем преобразований Фокнера—Скэна [5]:

$$\xi = x, \qquad d\eta = \left(\frac{u_f}{\rho_w \mu_w x}\right)^{1/2} \rho\, dy, \tag{4.21}$$

Дородницына [6]:

$$\xi = x, \qquad \eta = \int_0^y \rho\, dy \tag{4.22}$$

и др.

В последнее время в связи с развитием расчетной техники под численным моделированием все чаще подразумевают решение полной системы уравнений. Разнообразные графические устройства позволяют выводить результаты расчетов в виде двух- и трехмерных изображений. Результаты обычно представляются либо в виде векторного поля, либо в виде линий. На рис. 4.1 показано рассчитанное изображение течения за длинным плоским медленно вращающимся элементом, перпендикулярным потоку [7]. Образовавшийся вихрь занимает почти всю ширину элемента.

Для решения на ЭВМ дифференциальные уравнения переводят в разностные. Широко используется криволинейная подвижная сетка. При этом узлы сетки выбирают либо из условия минимизации некоторого функционала [8] и полученное дополнительное уравнение решают совместно с остальными, либо из эвристических соображений: например, следят за тем, чтобы

изменение скорости или температуры от узла к узлу было по возможности равномерным [9]. Распределение узлов подвижной криволинейной сетки может также дать дополнительную информацию о месте сосредоточения больших градиентов скорости (температуры).

Для численного интегрирования от точки к точке уравнений пограничного слоя, являющихся уравнениями параболического типа, чаще всего используются неявные разностные схемы. Это обусловлено тем, что в явных схемах величина шага ограничена устойчивостью разностной схемы. В неявных схемах величина шага теоретически не ограничена, но зато на каждом шаге приходится решать систему нелинейных уравнений. Последнее затруднение преодолевается либо с помощью эффективного процесса итерации, либо одним из способов линеаризации.

Численное моделирование интенсивно развивается. Оно дает богатый материал о неисследованных течениях и теплообмене, например о вторичных течениях, течениях за преградами и т. д. В последнее время развивается направление, основанное на идее численных реализаций турбулентных течений. В этом случае осредняются не исходные уравнения, а полученные решения полной системы нестационарных уравнений. Следует отметить, что при расчете не требуется дополнительной эмпирической информации из опыта, однако использование данного метода ограничено возможностями ЭВМ.

Из-за сложности конструкции и турбулентного течения численное моделирование конкретного теплообменного аппарата затруднительно. Это делается косвенно, по известным закономерностям течения и теплообмена, как конструкторский расчет по выбору оптимального случая (см. гл. 21).

4.4. Устройства для экспериментального моделирования

Моделирование теплоотдачи и обтекания элементов теплообменников и исследование процессов конвективного теплообмена осуществляются в экспериментальных установках, обеспечивающих непрерывный поток газа, жидкости или низкотемпературной плазмы. К этим установкам подключаются экспериментальные участки с исследуемыми элементами тепловых устройств. Рассмотрим некоторое наиболее характерное оборудование лабораторного моделирования ИФТПЭ.

Для экспериментальных исследований элементов теплообменных аппаратов в докритическом режиме обтекания различными жидкостями и воздухом ($Re \leqslant 2 \cdot 10^5$) используется несколько тождественных замкнутых контуров. Исследования элементов теплообменников в критическом режиме обтекания ($Re > 2 \cdot 10^5$) потоком воздуха проводятся на аэродинамическом контуре, давление в котором достигает 2,5 МПа, а в потоке воды — на специально созданном гидродинамическом контуре.

Принципиальная схема аэродинамических и гидродинамических контуров одинакова. Имеются лишь некоторые конструктивные отличия, обусловленные особенностями назначения. Для наглядности здесь представлены схемы контуров циркуляции трансформаторного масла (рис. 4.2), воды (рис. 4.3), а также схема замкнутого аэродинамического контура высокого давления (рис. 4.4) [10—12]. Исследования при низкой степени турбулентности и средних числах Re проводятся на открытых аэродинамических контурах.

Жидкостные экспериментальные установки состоят в основном из резервуара с теплообменниками, успокоительного и экспериментального участков,

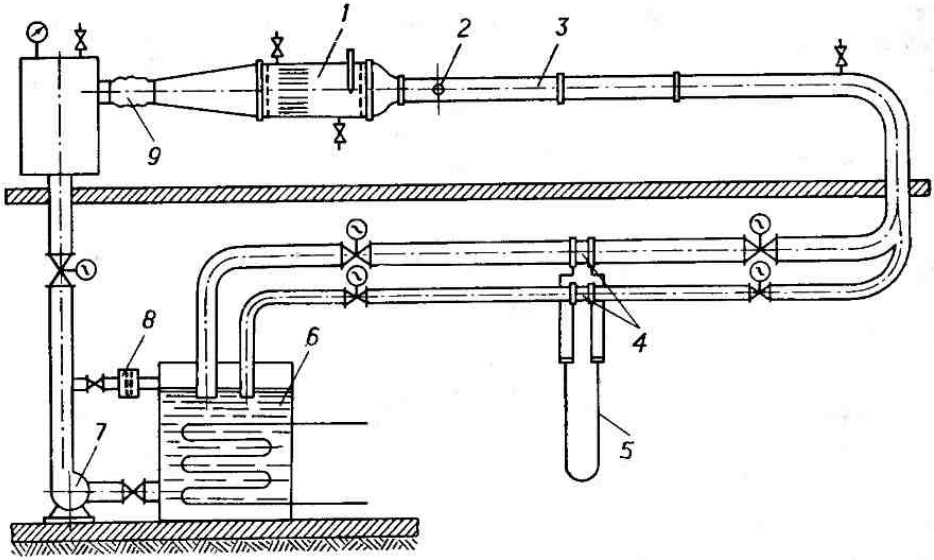


РИС. 4.2. Схема экспериментального контура для трансформаторного масла

1 — успокоительный участок, *2* — исследуемый цилиндр, *3* — экспериментальный участок, *4* — диафрагмы, *5* — дифференциальный манометр, *6* — бак с теплообменником, *7* — насос, *8* — фильтр, *9* — гибкое соединение

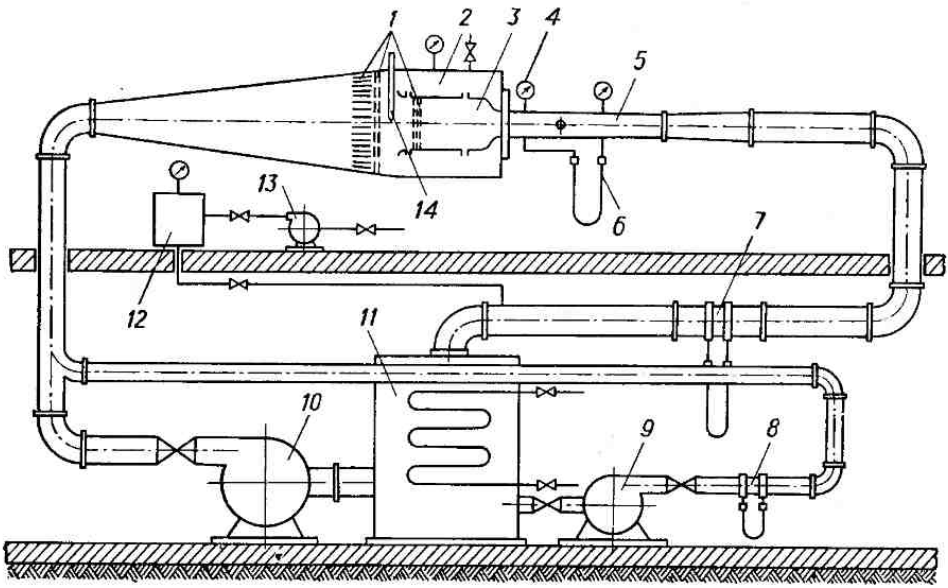


РИС. 4.3. Схема экспериментального контура для воды с дебитом до 1 м³/с

1 — трубки и сетки, *2*, *3* — большой и малый успокоительные участки, *4*, *6* — манометры, *5* — экспериментальный участок, *7* — труба Вентури, *8* — диафрагма, *9*, *10* — насосы, *11* — бак с теплообменником, *12* — ресивер, *13* — противокавитационный насос, *14* — термометр

насоса, циркуляционных трубопроводов, измерительной и регулирующей аппаратуры. Для обеспечения экономичной эксплуатации контуров в случае работы при малых скоростях потока в схемах контуров воды и трансформаторного масла установлено по два насоса с различной производительностью. В зависимости от заданного интервала чисел Re в жидкостных установках используются насосы производительностью от 10 до 1000 кг/с.

В замкнутом аэродинамическом контуре высокого давления воздух приводится в движение воздуходувкой, а в аэродинамическом контуре низкого давления — двумя осевыми вентиляторами производительностью до 10 000 м³/ч каждый. В аэродинамическом контуре высокого давления воздух дополнительно пропускается через водомаслоотделитель, включенный в схему контура.

При работе расход жидкости или воздуха устанавливается либо с помощью задвижек, либо плавной регулировкой числа оборотов двигателя постоянного тока, приводящего в движение насос или воздуходувку. Необходимое число Рейнольдса достигается изменением расхода воздуха, протекающего через экспериментальный участок, или изменением давления воздуха в аэродинамическом контуре высокого давления. С увеличением давления понижается кинематическая вязкость воздуха и тем самым возрастает число Re. Необходимый уровень давления воздуха создается компрессором.

Жидкость (или воздух) из резервуара подается в успокоительный участок с решетками для выравнивания поля скорости и сетками для гашения турбулентности потока.

В контуре с большим расходом воды имеется решетка из продольно-обтекаемых трубок диаметром 15 мм и длиной 345 мм, установленная в начале успокоительного участка диаметром 1600 мм, которая выпрямляет линии тока и гасит крупномасштабную турбулентность, а два слоя мелкоячеистых плетеных сеток снижают турбулентность. Вода из большого успокоительного участка подается в малый успокоительный участок сечением 300 × 300 мм с двумя слоями мелкоячеистых плетеных сеток, которые, как и конфузор, соединяющий успокоительный и экспериментальный участки, еще более снижают турбулентность потока.

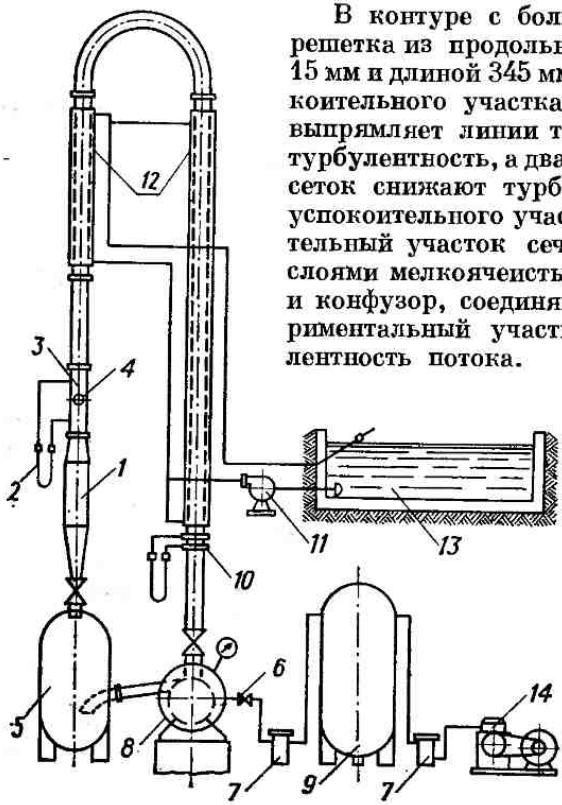


РИС. 4.4. Схема аэродинамического контура высокого давления

1 — успокоительный участок, *2* — дифференциальный манометр, *3* — экспериментальный участок, *4* — исследуемый цилиндр, *5* — коллектор-распределитель, *6* — редукционный клапан, *7* — водомаслоотделители, *8* — барабан с воздуходувкой, *9* — ресивер, *10* — диафрагма, *11* — насос, *12* — охлаждаемые циркуляционные трубы, *13* — бассейн, *14* — компрессор

В других жидкостных схемах также имеются аналогичные успокоительные участки. Но в них, кроме мелкоячеистых сеток, дополнительно установлены решетки для выравнивания профиля скорости, имеющие коэффициент сопротивления $\xi = 2$, а за ними — решетки из продольно-обтекаемых трубок диаметром 15—20 мм и длиной 300—400 мм.

Общий расход жидкости или воздуха определяется по перепаду давления на нормальной диафрагме или трубке Вентури, измеряемому водяным или ртутным дифференциальным манометром. Необходимая точность определения расхода жидкости в широком диапазоне измерений обеспечена строгим соблюдением нормативов при изготовлении измерительных устройств. При малых расходах применяются сдвоенные диафрагмы.

Жидкость или воздух, циркулирующие в контуре, нагреваются благодаря диссипации кинетической энергии. Стабильный температурный режим работы жидкостных контуров достигается с помощью теплообменников, вмонтированных в резервуары. В жидкостных резервуарах установлены специальные перегородки, способствующие успокоению течения жидкости и удалению воздуха. Для поддержания стабильного температурного режима в аэродинамическом контуре высокого давления теплообменник выполнен в виде водяной рубашки на циркуляционных трубах, а направляющие лопатки в контуре низкого давления служат одновременно и теплообменниками.

В контуре с большим расходом воды во избежание кавитации установлен противокавитационный насос, позволяющий в зависимости от заданной скорости потока поддерживать постоянным давление на любом уровне, вплоть до 1,6 МПа. С целью устранения вибраций подсоединение насосов и вентилятора осуществляется посредством гибких соединений.

Для проведения исследований теплоотдачи и гидродинамических характеристик элементов теплообменников в широком интервале значений Re используются разные экспериментальные каналы. В большинстве случаев это каналы прямоугольного сечения, размеры которых определены поставленными задачами эксперимента и условиями его проведения. Каналы изготовлены из нержавеющей стали и снабжены окнами из органического стекла для визуального наблюдения за процессом обтекания элементов. Обычно каналы имеют сборную конструкцию и унифицированные отдельные узлы, что позволяет, не прибегая к значительным конструктивным изменениям, собирать участки разного поперечного сечения.

В качестве примера на рис.4.5 показан экспериментальный участок, который используется для исследования теплоотдачи и гидродинамических характеристик пучков труб. В этом экспериментальном участке пакет труб и калориметры собираются на направляющих, прикрепляемых к стенкам канала.

Для измерения профилей скорости перед пучком в горизонтальной и и вертикальной плоскостях установлены координатные механизмы с трубками Пито—Прандтля. Калориметрическую трубу можно устанавливать в любом ряду семирядного пучка. Для измерений статических давлений перед пучком и за ним в двух стенках канала просверлены соединенные между собой отверстия.

Исследования вибраций труб пучков, возбуждаемых потоком теплоносителя при поперечном обтекании, проводятся в экспериментальном участке сечением 300 × 129 мм, в который в вертикальном положении вставляются жесткие трубы на упругих опорах. Один конец упругих опор ввинчивается в жесткую трубу, а другой вставляется в трубную доску. Применяя опоры

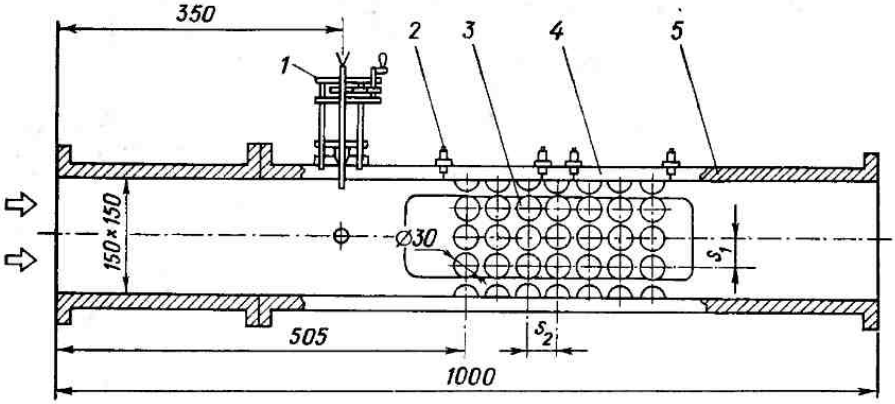


РИС. 4.5. Экспериментальный участок для поперечно-обтекаемых труб

1 — координатный механизм, *2* — штуцера статического давления, *3* — труба пучка, *4* — прозрачная стенка, *5* — стенка канала

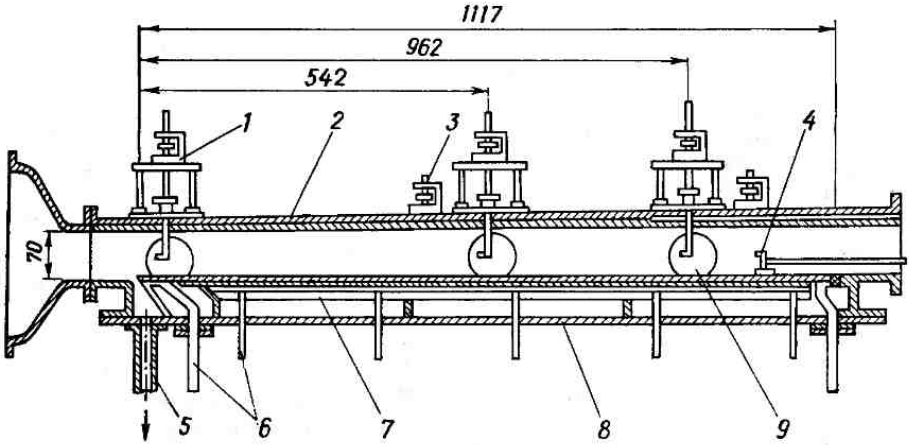


РИС. 4.6. Рабочий участок с пластиной, составляющей стенку канала

1 — координатный механизм, *2* — подвижная стенка, *3* — механизм перемещения стенки, *4* — передвигаемая трубка скорости, *5* — отсос, *6* — контакты тока нагрева пластины-калориметра и компенсатора, *7* — пластина, *8* — основание, *9* — окно

разной толщины, можно собрать пучки труб, частота собственных колебаний которых находится в пределах от 20 до 99 Гц. Аналогичный принцип установки труб применяется и при изучении вибраций пучков с трубами, наклонными к направлению потока, и пучков с радиально расположенными трубами.

Демпфирование труб и частоты их собственных колебаний определяются при установке труб в исследуемый экспериментальный канал.

Степень турбулентности в экспериментальных участках уменьшается до определенного уровня в результате гашения турбулентных пульсаций многослойными мелкоячеистыми сетками, установленными в успокоительных участках. Эти сетки позволяют значительно уменьшить турбулентность в контурах. Для получения более высокой изотропной турбулентности набегающего

потока обычно непосредственно перед экспериментальными участками дополнительно устанавливаются турбулизирующие решетки. Применяются турбулизирующие решетки, изготовленные из круглых стержней $d = 2 \div 20$ мм с размером ячеек $M = 12 \div 40$ мм и отношением $M/d = 1{,}9 \div 6$. Мелкоячеистые сетки для гашения турбулентности и турбулизирующие решетки создают изотропную турбулентность набегающего потока от 0,2 до 10%. С помощью турбулизирующих решеток можно изменять не только величину турбулентности, но и ее микро- и макромасштабы.

Большинство экспериментов по изучению теплоотдачи и гидродинамики продольно-обтекаемых тел в потоках капельных жидкостей проведено в канале, одной из стенок которого служила экспериментальная пластина (рис. 4.6). В этом случае для поддержания постоянной скорости вне пограничного слоя применяется постепенно расширяющийся канал. Кроме того, передвигаемая с помощью специальных координатных механизмов верхняя подвижная стенка дает возможность регулировать угол расширения в зависимости от скорости потока. Постоянство скорости проверяется трубкой Пито—Прандтля, продольно-передвигаемой за пределами пограничного слоя.

Перед пластиной, имеющей острую кромку, находится щель для отсоса жидкости, поэтому за начало развития пограничного слоя принимается передняя кромка. Расход отсасываемой жидкости контролируется перед каждым экспериментом по профилю скорости во входном сечении над пластиной.

На верхней неподвижной стенке канала установлены координатные механизмы для передвижения датчиков скорости и температуры по глубине пограничного слоя. В этом участке, как и в предыдущем, имеются окна из органического стекла для наблюдений.

Процессы теплопереноса в газоохлаждаемых кольцевых каналах при высоких тепловых нагрузках связаны с большими температурными градиентами, что, в свою очередь, в значительной степени определяет возможности исследователя при выборе методов решения изучаемых задач.

Исследования в начальной части кольцевого канала выполняются на опытном участке, где при достаточно большом размере наружного цилиндра отношение диаметров внутреннего и наружного цилиндров весьма мало. Это обусловлено стремлением получить протяженный участок формирования на стенках канала гидродинамических пограничных слоев, не смыкающихся на исследуемом участке. Все исследования проводятся только на внутренних цилиндрах, которые можно менять, изменяя тем самым отношение диаметров.

Исследования теплоотдачи при разных отношениях диаметров стенок кольцевого канала как при двустороннем, так и при одностороннем его нагреве проводятся на экспериментальном участке (рис. 4.7), во время конструирования которого особое внимание уделено уменьшению теплопотерь в окружающую среду. Кольцевой канал длиной 2145 мм образуют полированная и калиброванная по толщине стенки внешняя калориметрическая труба из нержавеющей стали наружным диаметром 29,75 мм, толщиной стенки 0,8 мм и соосно установленная в ней сменная внутренняя калориметрическая труба.

Для уменьшения потерь тепла в окружающую среду обогреваемый участок канала длиной 1000 мм помещен в вакуумную камеру и окружен шестью цилиндрическими отражательными экранами из полированной листовой нержавеющей стали толщиной 0,15 мм. Экраны подвешены к крышке

вакуумной камеры. Верхний конец внешней калориметрической трубы припаян к днищу выходной камеры, корпус которой приварен к крышке вакуумной камеры. Нижний конец через сильфон припаян к удлинительному патрубку днища вакуумной камеры с целью обеспечения компенсации термического расширения. Пружина поддерживает внешнюю калориметрическую трубу в растянутом состоянии, а фторопластовое кольцо обеспечивает ее соосность с вакуумной камерой.

Внутренняя калориметрическая труба подвешена в центре наружной трубы. Центрирование осуществляется в трех сечениях: на входе, на выходе и перед началом обогреваемого участка, где установлены три центрирующие иглы диаметром 0,8 мм с изоляционными фторопластовыми наконечниками. Пружина поддерживает внутреннюю трубу в растянутом состоянии и компенсирует продольные термические деформации.

Основные исследования сложного теплообмена в условиях охлаждения диссоциированных высокотемпературных продуктов сгорания при сильном изменении теплофизических свойств потока проводятся на установках открытого типа, в которых в качестве рабочего теплоносителя используются продукты сгорания природного газа [3]. Горизонтальная установка мощностью 1000 кДж/с генерирует высокотемпературный поток (до 2900 К) продуктов сгорания природного газа в смеси с кислородом или с воздушно-кислородной смесью. Установка состоит из систем подачи горючего, воздуха, кислорода и охлаждающей воды, а также из систем дистанционного управления и контрольно-измерительных приборов (рис. 4.8).

Природный газ поступает в установку из городской сети газоснабжения среднего давления (до 0,3 МПа). При необходимости давление газа повышается компрессором до 0,6 МПа.

Для проведения экспериментов используются камеры сгорания разной конструкции, которые охлаждаются водой. Тепловые потери снижаются путем применения толстостенных камер сгорания, так как футеровка внутренней поверхности камеры сгорания термостойкими керамическими материалами из окислов цир-

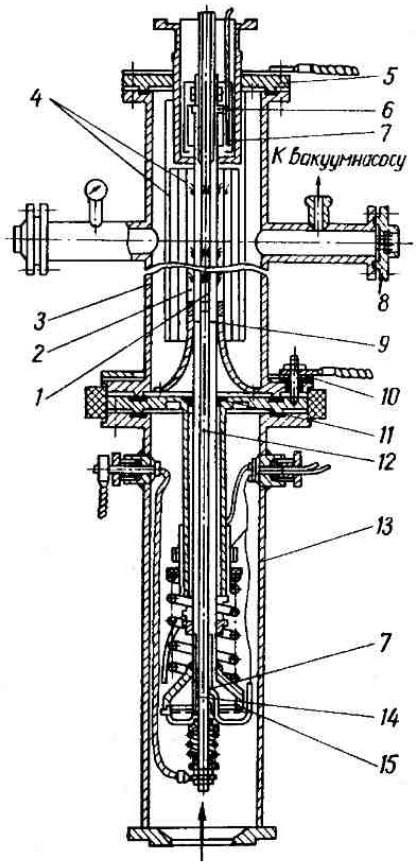


РИС. 4.7. Экспериментальный участок кольцевого канала

1 — внутренняя калориметрическая труба, *2* — внешняя калориметрическая труба, *3* — вакуумная камера, *4* — отражательные экраны, *5* — крышка вакуумной камеры, *6* — опорный ситаловый конус, *7* — термопары, *8* — герметический разъем, *9* — центрирующие иглы, *10* — нижнее токораспределительное кольцо, *11* — центрирующее фторопластовое кольцо, *12* — нижний токоподвод, *13* — входная камера, *14* — зонд для измерения статического давления, *15* — центрирующая решетка

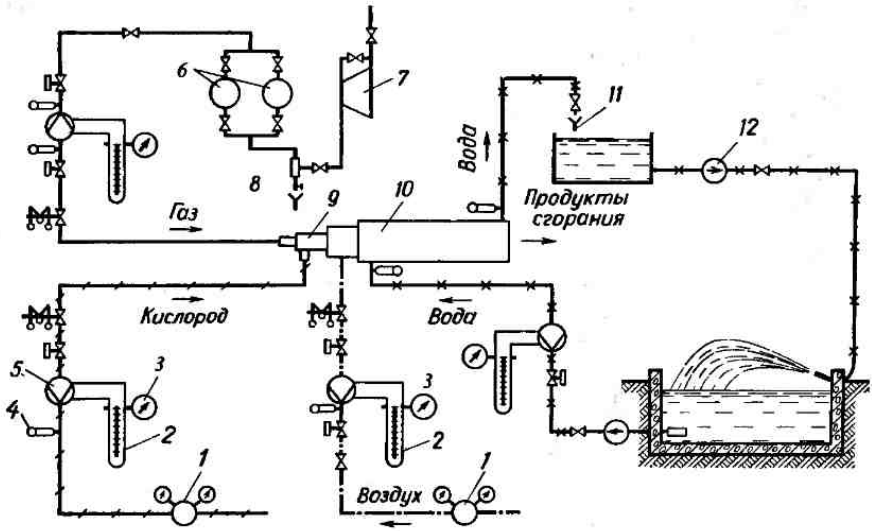


РИС. 4.8. Принципиальная схема коммуникации горизонтальной высокотемпературной установки

1 — редуктор давления, *2* — дифференциальный манометр, *3* — манометр, *4* — измеритель температуры потока, *5* — измерительная диафрагма, *6* — ресиверы, *7* — компрессор, *8* — маслоотделитель, *9* — горелочное устройство, *10* — камера сгорания, *11* — объемный измеритель расхода, *12* — насос

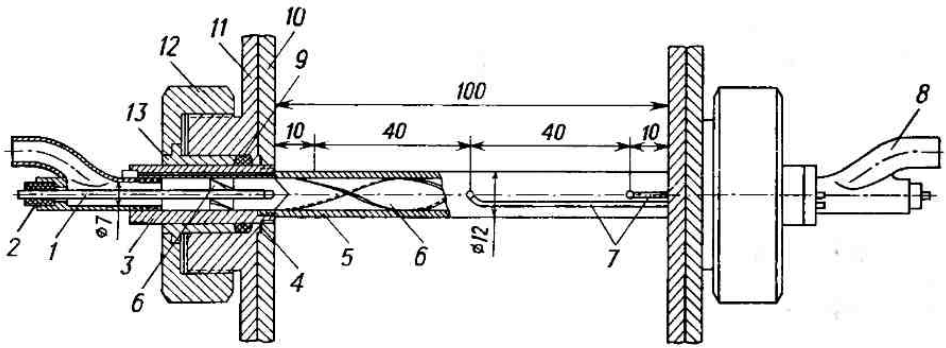


РИС. 4.9. Водяной калориметр для определения средней теплоотдачи трубы

1 — четырехспайная дифференциальная термопара, *2*, *4* — прокладки, *3* — текстолитовая часть трубы, *5* — медная часть трубы, *6* — спираль, *7* — термопары, *8* — подвод воды, *9* — набивка сальника, *10* — стенки экспериментального канала, *11* — корпус сальника, *12* — гайка сальника, *13* — втулка

кония или алюминия не обеспечивает достаточной механической стойкости при резких изменениях температуры.

Параметры потока обеспечивают возможность получения экспериментальных данных о теплообмене в каналах как в режимах чисто конвективно-диффузионной теплоотдачи при весьма несущественном радиационном переносе энергии, так и в режимах, когда радиационный тепловой поток составляет около половины суммарного теплового потока.

Вертикальная экспериментальная установка, помимо системы подачи природного газа и воздуха, также оснащена системой подачи азота как с воздухом, так и отдельно для ввода дисперсных примесей в камеру сгорания с помощью азотной струи. Камера сгорания данной установки выполнена с футеровкой из шамотного и хромомагнитного кирпича и колец из окиси алюминия. Экспериментальный участок длиной 4,1 м, смонтированный на вертикальной установке из 16 калориметрируемых секций с внутренним диаметром 150 мм, обеспечивает возможность исследовать теплообмен не только входного участка, но и участка стабилизированного течения. В секциях имеются по два отверстия для монтажа радиометров или устройств для измерения скоростных и температурных полей.

Исследования процессов высокотемпературного теплообмена проводятся на установках с высокотемпературным нагревом газов до 5000 К. Для нагрева газов применяется электродуговой метод, который в настоящее время широко используется в металлургии, плазмохимии и в других областях новой техники. Анализ опыта создания разных схем и конструкций электродуговых нагревателей газа (плазмотронов) показал, что наиболее перспективными в отношении стабильности и ресурса работы в разных средах являются плазмотроны с межэлектродной вставкой и с газовой стабилизацией.

В ИФТПЭ АН ЛитССР созданные газодинамические установки мощностью до 3000 кВт используются для исследования процессов турбулентного теплообмена и сопротивления в высокотемпературных потоках азота и воздуха.

Важным элементом в моделировании процессов теплообмена являются калориметры. Во многих случаях средняя теплоотдача определяется методом водяного калориметрирования; при этом условия на поверхности калориметра близки к изотермическим. Водяной калориметр позволяет измерять среднюю теплоотдачу как при нагревании, так и при охлаждении потока жидкости. На рис. 4.9 представлен цилиндрический водяной калориметр диаметром 12 мм. Корпус рабочей части калориметра, изготовленный из меди, оканчивается текстолитовыми наконечниками для исключения концевых утечек тепла. В корпус калориметра вмонтированы спирали, обеспечивающие хорошее перемешивание горячей или холодной воды, протекающей внутри. Стабильное снабжение калориметра водой осуществляется специальной термостатирующей системой, состоящей из уравнительных бачков и термостата. Количество тепла, отдаваемое калориметром, определяется по формуле

$$Q = Gc_p\Delta t. \tag{4.23}$$

Перепад температур воды Δt в калориметре измеряется четырехспайной дифференциональной термопарой, а расход ее — взвешиванием. Для определения коэффициента средней теплоотдачи температура стенки калориметра измеряется медно-константановыми термопарами, вмонтированными во внешнюю поверхность калориметра.

Электрический калориметр для определения средней теплоотдачи позволяет проводить измерения лишь при нагревании жидкости. Конструкция его корпуса и расположение термопар обычно такие же, как и в водяном калориметре. Электрический нагреватель изготовлен из нихромовой проволоки и имеет вид спирали со слюдяными пластинками между соседними витками. Вся спираль покрыта слюдой, поэтому нагревание происходит равномерно. Падение напряжения измеряется в средней части калориметра. Количество тепла, отдаваемое калориметром, подсчитывается по падению напряжения

и силе тока:

$$Q = J\Delta U. \tag{4.24}$$

Нагреватель питается от генератора постоянного тока с электронным стабилизатором.

Для исследования местной теплоотдачи широко применяются электронагревательные калориметры из тонкостенной фольги 0,1 мм, закрепленной на текстолитовом каркасе, пропитанном бакелитовым лаком, с канавками для прокладки проводов термопар. Такая конструкция калориметра позволяет получить постоянный тепловой поток на поверхности цилиндра. Для измерения температуры теплообменной поверхности с внутренней стороны цилиндра контактным способом приварены медно-константановые термопары, изготовленные из проволоки сечением 0,1 × 0,1 мм.

Методы измерения гидродинамических и тепловых характеристик, применяемые при моделировании теплоэнергетических устройств и экспериментальном исследовании процессов теплообмена, подробно освещены в специальной литературе.

К основным гидродинамическим характеристикам потока, измеряемым при экспериментальном моделировании элементов теплообменников, относятся средняя скорость, ее пульсационные составляющие, их корреляционные моменты и распределение давления. Измеряются также поверхностное трение и сопротивление элементов, действующие на них стационарные и пульсационные силы, а также возбуждаемые потоком вибрации.

Для измерения гидродинамических характеристик потоков, кроме пневматических методов, перспективными являются бесконтактные оптические методы диагностики, основанные на регистрации параметров рассеянного света. Это в первую очередь касается лазерных доплеровских измерителей скорости.

Для измерения температур теплоотдающих поверхностей и потока в исследованиях обычно используется термоэлектрический эффект, или эффект изменения электрического сопротивления материалов с температурой.

Быстрое и эффективное исследование сложных теплофизических моделей в настоящее время немыслимо без широкого применения вычислительной техники, автоматизации сбора, накопления и обработки экспериментальных данных.

Глава 5

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

5.1. Пограничный слой на пластине

Продольно-обтекаемая ламинарным потоком пластина является одним из наиболее широко распространенных элементов поверхностей современных теплообменных аппаратов. Даже начальный участок трубы можно рассматривать как пластину. Поэтому знание закономерностей протекания процессов теплообмена на пластине с точки зрения современной практики и теории теплообмена остается весьма актуальным. Нередко при разработке точных и приближенных аналитических методов решения различных задач теплообмена с целью первой их проверки обращаются к обтеканию плоской пластины, что еще раз подтверждает важность точного знания закономерностей ее теплообмена.

Строго физически обоснованная модель ламинарного течения позволяет изыскивать различные теоретические методы решения как гидродинамической задачи, так и задачи теплообмена на плоской поверхности. Все имеющиеся теоретические исследования основываются на дифференциальных уравнениях пограничного слоя (уравнениях движения, неразрывности и энергии) или же на интегральных соотношениях.

Рассмотрим безградиентное обтекание пластины ламинарным пограничным слоем жидкости. Плоское стационарное движение несжимаемой жидкости при отсутствии массовых сил и при переменных физических свойствах выражается уравнениями Навье—Стокса:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{5.1}$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right), \tag{5.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0; \tag{5.3}$$

более общий их вид представлен системой уравнений (3.4).

При обтекании пластины (рис. 5.1) реальной жидкостью на ее поверхности вследствие действия сил вязкости образуется область, именуемая пограничным слоем. За пределами этой области течение практически происходит без трения, т. е. оно подчиняется законам идеальной жидкости.

Систему уравнений (5.1)—(5.3) для плоского пограничного слоя можно значительно упростить. Уравнением (5.2) можно пренебречь, поскольку силы, действующие в нормальном направлении к обтекаемой поверхности, значительно меньше сил, действующих в касательном направлении. Тогда стационарный плоский пограничный слой может быть представлен уравнением движения

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{5.1a}$$

и уравнением неразрывности (5.3).

Движение жидкости в пограничном слое с учетом влияния градиента давления при $\rho = \text{const}$ может быть выражено уравнением импульса для элемента данного слоя

$$\rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta (U-u)\, u\, dy + \rho \frac{dU}{dx} \int_0^\delta (U-u)\, dy = \tau_w. \tag{5.4}$$

Вывод этих уравнений пограничного слоя и более подробная физическая их трактовка представлены в известных работах [1, 2].

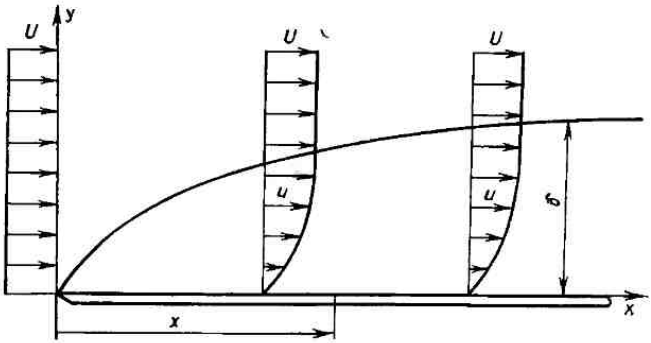


РИС. 5.1. Гидродинамический пограничный слой на пластине

Рассмотрим процесс безградиентного обтекания пластины, для которого $dp/dx = 0$. Тогда задачу обтекания пластины на основе системы уравнений (5.1а), (5.3) в случае отсутствия температурных полей при постоянных физических свойствах потока жидкости можно решить посредством следующей системы уравнений динамического пограничного слоя:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{5.5}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{5.6}$$

которая позволяет точно определить все гидродинамические характеристики обтекания пластины.

При решении данной задачи принимаются следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} &\text{при } y = 0, \quad u = v = 0 \\ &\text{при } y = \infty \quad u = U \end{aligned} \tag{5.7}$$

и, согласно работе [3], вводится функция тока ψ, выражаемая соотношениями

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \tag{5.8}$$

Вводится также новая безразмерная переменная

$$\eta = \frac{y}{2} \left(\frac{U\rho}{\mu x} \right)^{1/2}, \tag{5.9}$$

и тогда функция тока определяется зависимостью

$$\psi = \left(\frac{\mu U x}{\rho} \right)^{1/2} \Phi(\eta). \tag{5.10}$$

Используя зависимости (5.9) и (5.10), можем определить все необходимые члены уравнения (5.5):

$$u = \frac{U}{2}\Phi'(\eta), \tag{5.11}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{U\eta}{4x}\Phi'', \tag{5.12}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{U}{4}\left(\frac{U\rho}{\mu x}\right)^{1/2}\Phi'', \tag{5.13}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{U\rho}{8\mu x}\Phi''', \tag{5.14}$$

$$v = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu U}{\rho x}\right)^{1/2}(\eta\Phi' - \Phi). \tag{5.15}$$

Подставив (5.10)—(5.15) в уравнение (5.5) и выполнив некоторые операции, получим обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение

$$\Phi''' + \Phi\Phi'' = 0, \tag{5.16}$$

которое может быть проинтегрировано при следующих видоизмененных граничных условиях:

$$\begin{aligned} &\text{при } \eta = 0 \quad \Phi = 0,\ \Phi' = 0, \\ &\text{при } \eta = \infty \quad \Phi = 1,\ \Phi' = 2. \end{aligned} \tag{5.17}$$

При решении уравнения (5.16) возникают некоторые затруднения. Поэтому решение может быть получено либо разложением в степенной ряд по быстро возрастающим степеням в области малых значений η и асимптотическим продолжением при больших значениях η, либо численными методами. Подробное решение уравнения (5.16) при использовании этих двух методов приведено в работах [1,2].

Хоуарт [4] решил данную задачу посредством численного интегрирования уравнения (5.16). Результаты этого расчета представлены в табл. 5.1. По ней можно определить распределение скоростей в пограничном слое $u/U = f(\eta)$, графическая интерпретация которого дана на рис. 5.2. Точки соответствуют измерениям И. Жюгжды и автора в потоке трансформаторного масла при $U = 0{,}12$ м/с [5].

Если принять, что толщина пограничного слоя равна расстоянию от пластины, на котором $u = 0{,}99U$, то, используя данные табл. 5.1, ее можно выразить уравнением

$$\delta = 4{,}96\sqrt{\nu x/U}. \tag{5.18}$$

Из уравнения (5.18) следует, что пограничный слой с удалением от передней кромки пластины возрастает, подчиняясь закону $\delta \sim \sqrt{x}$.

К числу очень важных гидродинамических характеристик обтекания пластины относятся местное и среднее сопротивления трения на поверхности пластины. Указанные сопротивления трения можно определить путем использования данных табл. 5.1 и уравнения местного касательного напряжения на стенке:

$$\tau_w(x) = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{\mu U}{4}\sqrt{\frac{U}{\nu x}}\,\Phi''(0). \tag{5.19}$$

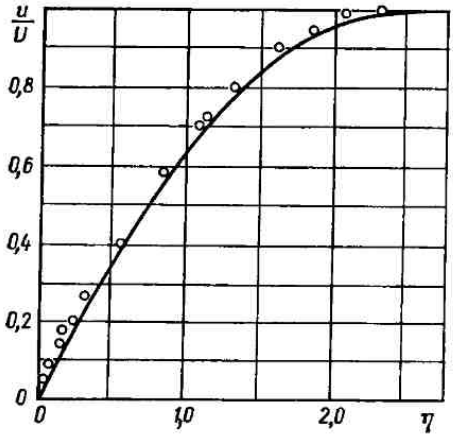


РИС. 5.2. Распределение скоростей в пограничном слое на пластине

Плавная кривая — теоретический расчет, точки — эксперимент [5]

Таблица 5.1

Значения функций Ф, Ф′, Ф″, u/U для продольно-обтекаемой пластины

η	Ф	Ф′	Ф″	u/U	η	Ф	Ф′	Ф″	u/U
0	0	0	1,32824	0	2,0	2,3058	1,9110	0,2570	0,9555
0,2	0,0266	0,2655	1,3260	0,1328	2,2	2,6924	1,9518	0,1558	0,9759
0,4	0,1061	0,5294	1,3095	0,2647	2,4	3,0853	1,9756	0,0875	0,9878
0,6	0,2380	0,7876	1,2664	0,3938	2,6	3,4819	1,9885	0,0454	0,9943
0,8	0,4203	1,0336	1,1867	0,5108	2,8	3,8803	1,9950	0,0217	0,9915
1,0	0,6500	1,2596	1,0670	0,6298	3,0	4,2796	1,9980	0,0096	0,9990
1,2	0,9223	1,4580	0,9124	0,7290	3,2	4,6794	1,9992	0,0039	0,9996
1,4	1,2310	1,6230	0,7360	0,8115	3,4	5,0793	1,9998	0,0015	0,9999
1,6	1,5691	1,7522	0,5565	0,8761	3,6	5,4793	2,0000	0,0005	1,0000
1,8	1,9295	1,8466	0,3924	0,9233	3,8	5,8792	2,0000	0,0002	1,0000

В этом уравнении $\Phi''(0) = 1{,}328$. Тогда безразмерное касательное напряжение на стенке можно представить выражением

$$\tau_w(x)/\rho U^2 = 0{,}332/\sqrt{\mathrm{Re}_x}. \tag{5.20}$$

Из (5.20) видно, что сопротивление трения c_f, выраженное через τ_w, уменьшается по длине пластины, т. е. $\tau_w(x) \backsim x^{-1/2}$. Такая пропорциональность между касательным напряжением и продольной координатой обусловлена образованием и закономерностью развития пограничного слоя на стенке.

Для практики очень важно знать местный и средний коэффициенты сопротивления:

$$c_{fx} = 2\tau_w(x)/(\rho U^2) = 0{,}664/\sqrt{\mathrm{Re}_x}, \tag{5.21}$$

$$c_f = 1{,}328/\sqrt{\mathrm{Re}}. \tag{5.22}$$

В процессе формирования пограничного слоя на пластине основную роль играет продольная составляющая скорости. Ею обусловлены все особенности течения в пограничном слое и взаимодействия пластины с потоком. Поперечная составляющая скорости v играет второстепенную роль, ее дей-

ствие во много раз меньше действия продольной составляющей. Это ясно видно, если в системе координат $v/U\sqrt{\mathrm{Re}_x} = f(\eta)$ представить распределение скорости (рис. 5.3). Поперечная составляющая скорости незначительно влияет на потенциальное течение даже при больших расстояниях от поверхности пластины. Природа этой составляющей обусловлена образованием пограничного слоя на поверхности, неразрывностью потока и постепенным уменьшением продольной составляющей скорости вдоль течения. Здесь, на внешней границе, эффект поперечной составляющей скорости проявляется как обратное влияние пограничного слоя на потенциальный поток. В теории пограничного слоя это обстоятельство не принимается во внимание. Предполагается, что образование пограничного слоя не вызывает искажений продольной составляющей скорости потенциального потока, хотя и приводит к слабому поперечному течению в нем.

Математические трудности, с которыми неизбежно приходится сталкиваться в процессе непосредственного интегрирования дифференциальных уравнений течения жидкости в пограничном слое, побуждают к изысканию более простых, хотя и менее точных, методов решения поставленной задачи. В существовании таких трудностей мы убедились и при решении уравнения (5.16). При решении задач гидродинамики употребляют приближенные методы, основывающиеся на интегральных соотношениях, которые обычно выводятся из уравнений пограничного слоя или из теоремы о количестве движения для элемента пограничного слоя конечной толщины.

В отличие от точных расчетов в приближенных расчетах распределение скорости в пограничном слое считается заданной функцией его толщины. В этом случае толщина пограничного слоя является главной, подлежащей определению величиной, с помощью которой впоследствии точно определяются распределения скоростей и сопротивление трения.

Для расчета обтекания пластины ламинарным потоком использовано интегральное уравнение импульса (5.4) со следующими условиями:

$$\begin{aligned} &\text{при } y = 0 \quad u = 0,\ du^2/dy^2 = 0, \\ &\text{при } y = \delta \quad u = U,\ du/dy = 0. \end{aligned} \tag{5.23}$$

Распределение скоростей в пограничном слое описываем полиномом третьей степени, т. е. кубической параболой

$$u = ay + by^2 + cy^3. \tag{5.24}$$

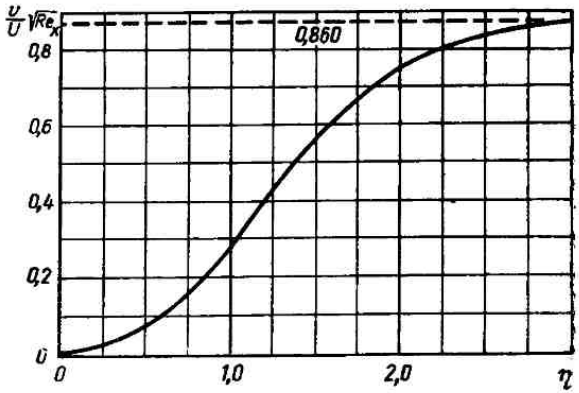


РИС. 5.3. Распределение поперечной составляющей скорости в пограничном слое

Значения констант a, b, c определяются в процессе двукратного дифференцирования по y уравнения (5.24):

$$du/dy = a + 2by + 3cy^2, \quad d^2u/dy^2 = 2b + 6cy.$$

Приняв граничные условия (5.23), получим:

$$b = 0, \quad a + 3c\delta^2 = 0, \quad u = a\delta + c\delta^3, \quad c = -\frac{1}{2}\frac{U}{\delta^3}, \quad a = \frac{3}{2}\frac{U}{\delta}.$$

Тогда для распределения скоростей в пограничном слое имеем

$$\frac{u}{U} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3. \tag{5.25}$$

Используя данную зависимость, получим выражение для изменения количества движения в пограничном слое:

$$\rho\int_0^\delta (U-u)\,u\,dy = \rho\int_0^\delta U\left(1-\frac{u}{U}\right)\frac{Uu}{U}\,dy =$$

$$= \rho U^2\int_0^\delta \left[1{,}5\frac{y}{\delta} - 0{,}5\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]\left[1 - 0{,}5\frac{y}{\delta} + 1{,}5\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]dy = \frac{39}{280}\rho U^2\delta. \tag{5.26}$$

Из уравнения (5.26) получим градиент скорости на поверхности пластины

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}\frac{U}{\delta}.$$

Применение этого градиента позволяет определить касательное напряжение на стенке:

$$\tau_w(x) = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3}{2}\mu\frac{U}{\delta}. \tag{5.27}$$

Подставив в уравнение (5.4) выражения (5.26) и (5.27), получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{39}{280}\rho U^2\frac{d\delta}{dx} = \frac{3}{2}\mu\frac{U}{\delta}. \tag{5.28}$$

Выполнив разделение переменных и проинтегрировав, находим аналогичную (5.18) зависимость для определения толщины пограничного слоя:

$$\delta = 4{,}64\sqrt{\nu x/U}. \tag{5.29}$$

Сопоставление результатов, полученных при точном и приближенном расчетах уравнений (5.18) и (5.29), дает хорошее совпадение, что указывает на удачный подбор распределения скоростей в пограничном слое.

5.2. Градиентное обтекание

Изменение градиента давления вдоль контура любого обтекаемого тела приводит к изменению скорости на внешней границе пограничного слоя, которая может меняться произвольно или по определенному закону, например степенному.

Степенное распределение скорости на внешней границе пограничного слоя выражается уравнением

$$U = cx^{m_1}. \tag{5.30}$$

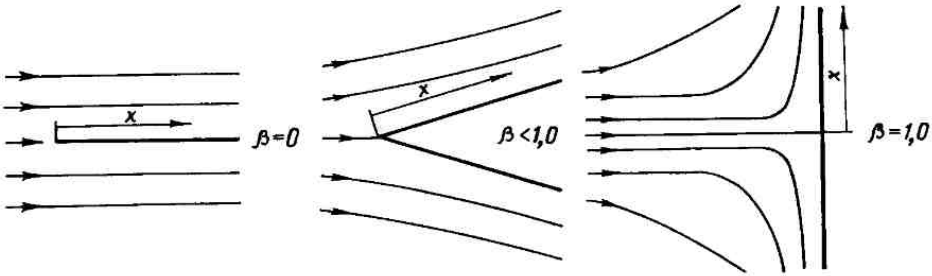


РИС. 5.4. Схемы обтекания клиновидных тел

При ускоряющемся или замедляющемся потоке такое обтекание будет сопровождаться появлением градиента давления dp/dx. Только в случае $m_1 = 0$ обтекание останется безградиентным, т. е. будет соответствовать обтеканию пластины. На рис. 5.4 представлены наиболее характерные случаи обтекания клиновидных тел. Характерной величиной для клиновидных тел является угол раствора β в радианах, деленных на π. Как видно из рисунка, при β = 0 и β = 1 обтекание клиньев аналогично продольному и поперечно-

РИС. 5.5. Распределение скоростей в пограничном слое над поверхностью клиновидных тел

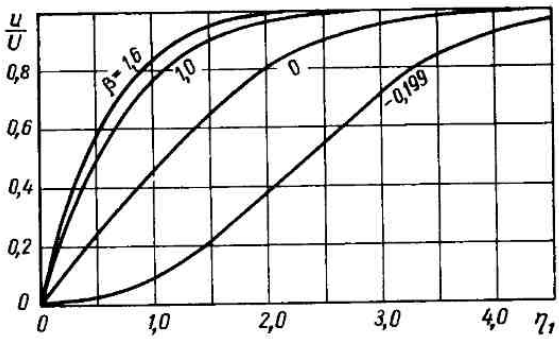


Таблица 5.2

Значения функции Φ′ при различных значениях β и Φ″

η_1	Значения Φ′			η_1	Значения Φ′		
	β = 0, Φ″ = 0,469	β = 1, Φ″ = 1,232	β = 1,6, Φ″ = 1,521		β = 0, Φ″ = 0,469	β = 1, Φ″ = 1,232	β = 1,6, Φ″ = 1,521
0,0	0,0000	0,0000	0,0000	2,2	0,8633	0,9841	0,9928
0,2	0,0939	0,2266	0,2726	2,4	0,9011	0,9905	0,9961
0,4	0,1876	0,4144	0,4849	2,6	0,9306	0,9946	0,9980
0,6	0,2806	0,5662	0,6446	2,8	0,9529	0,9971	0,9990
0,8	0,3720	0,6859	0,7610	3,0	0,9691	0,9985	0,9995
1,0	0,4606	0,7778	0,8432	3,2	0,9804	0,9992	0,9998
1,2	0,5453	0,8467	0,8997	3,4	0,9880	0,9996	0,9999
1,4	0,6244	0,8969	0,9375	3,6	0,9929	0,9998	
1,6	0,6967	0,9324	0,9620	3,8	0,9959	0,9999	
1,8	0,7610	0,9569	0,9775	4,0	0,9978		
2,0	0,8167	0,9732	0,9871				

му обтеканию пластины. Показатель степени m_1 выражается через угол раствора β:

$$m_1 = \beta/(2 - \beta).$$

Исследование обтекания клиновидных тел осуществляется с помощью уравнений пограничного слоя (5.1а) и (5.3), которые в случае постоянных физических свойств принимают следующий вид:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{5.31}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \tag{5.32}$$

Как и при обтекании пластины, вводятся функции тока и новая переменная:

$$\eta_1 = \frac{2}{\sqrt{2-\beta}}\eta, \qquad \psi_1 = \Phi(\eta_1)\sqrt{\frac{2}{m_1+1}\nu x U}, \tag{5.33}$$

а также принимаются следующие граничные условия:

$$\text{при } \eta_1 = 0 \quad \Phi = 0, \quad \Phi' = 0,$$
$$\text{при } \eta_1 = \infty \quad \Phi' = 1.$$

Вводя функцию тока ψ (5.33) в уравнение неразрывности (5.32) и проинтегрировав, определим составляющие скорости u и v. Выполнив подстановку этих скоростей в уравнение (5.31) и обозначив

$$2m_1/(m_1 + 1) = \beta, \tag{5.34}$$

получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\Phi''' + \Phi''\Phi + \beta(1 - \Phi'^2) = 0. \tag{5.35}$$

Решение этого уравнения численными методами получил Д. Хартри [6]. Результаты решения для $\beta = 1{,}6;\ 1{,}0;\ 0$ представлены в табл. 5.2. Распределение скоростей показано на рис. 5.5.

Таким образом, распределение безразмерных скоростей в пограничном слое и градиент скорости на стенке определяются следующими зависимостями:

$$u/U = \Phi', \tag{5.36}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{\eta_1=0} = U\sqrt{\frac{1+m_1}{2}\frac{U\rho}{\mu x}}\,\Phi''(0). \tag{5.37}$$

Для расчета профиля скорости и ее градиента, а также сопротивления трения используются данные, приведенные в табл. 5.2.

5.3. Малые числа Рейнольдса

Процесс обтекания в этом случае имеет место при малых скоростях, а также в непосредственной близости к передней кромке пластины или другого тела. Уравнения теории пограничного слоя неприменимы к этой области, так как допущение $d^2u/dx^2 \ll du^2/dy^2$ здесь не действительно ввиду значительных

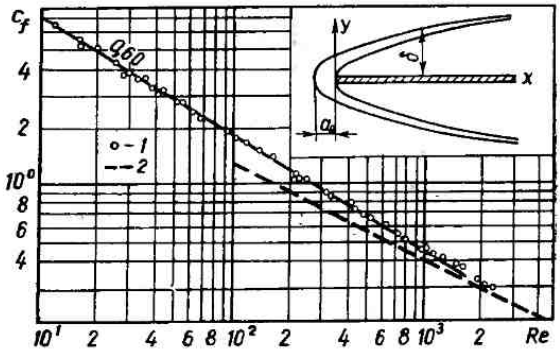


РИС. 5.6. Обтекание и сопротивление трения пластины при малых числах Re

1 — экспериментальные данные [8],

2 — по Блазиусу

продольных изменений трения. Таким образом, в какой-то области пластины ($0 < x < x_{мин}$) классическая теория пограничного слоя не действительна. Особенности обтекания пластины в этой области могут быть отражены только с помощью полных уравнений Навье—Стокса. В результате приближенной оценки [7] установлена нижняя граница числа Re_x, до которой применима классическая теория пограничного слоя. Если утверждать, что толщина пограничного слоя значительно меньше x — расстояния до передней кромки пластины, то приближенно можно принять, что

$$\delta^2 \ll x^2. \tag{5.38}$$

Если считать толщину пограничного слоя, полученную в точном решении, равной

$$\delta = 4{,}96\sqrt{\nu x/U}, \tag{5.18}$$

то из уравнения (5.38) с учетом (5.18) получим значения для минимального числа $\mathrm{Re}_x \gg 25$.

При допущении, что $\delta^2 \ll 40x^2$, минимальное число Re_x будет равно 1000. Этот результат подтвержден экспериментальным исследованием среднего коэффициента сопротивления трения [8], который выражается уравнением (рис. 5.6)

$$c_f = 2{,}90\mathrm{Re}^{-0{,}60}. \tag{5.39}$$

Предполагается, что формирование пограничного слоя начинается не на самой передней кромке пластины при $x = 0$, а на некотором выдвинутом вперед расстоянии a_0 (рис. 5.6), которое и определяет особенности обтекания данной передней части пластины. В результате анализа такой модели установлено, что влияние расстояния a_0 на процесс обтекания сказывается только до $\mathrm{Re} = Ua_0/\nu = 40$.

Глава 6

ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ОБТЕКАНИИ

6.1. Теплоотдача изотермической поверхности

Теплоотдача поверхности продольно-обтекаемой пластины является строго закономерным процессом переноса и достаточно четко описывается дифференциальными уравнениями или интегральными соотношениями для теплового и гидродинамического пограничных слоев.

Аналогично образованию гидродинамического пограничного слоя, обтекаемого реальной жидкостью, над поверхностью, имеющей температуру, отличающуюся от температуры потока, образуется тепловой пограничный слой. Изменение температуры пристенного потока происходит на весьма небольшом расстоянии от стенки. Эта пристенная область, в которой в направлении, перпендикулярном поверхности, существует градиент температуры, и называется температурным, или тепловым, пограничным слоем, который в наиболее общем виде может быть обобщен уравнением энергии (3.11). Соотношение между тепловым и гидродинамическим слоями в основном зависит от рода жидкости. Учитывая изменение физических свойств с температурой, температурный пограничный слой можно представить уравнением энергии в следующем виде:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right). \tag{6.1}$$

Для приближенных расчетов пограничного слоя можно использовать интегральное уравнение теплового потока:

$$\frac{d}{dx} \int\limits_0^{\delta_T} (T_f - T)\, u\, dy = a \left(\frac{dT}{dy}\right)_{y=0}. \tag{6.2}$$

Ниже приводятся уравнения законов теплоотдачи и теплопроводности, а также уравнение теплообмена:

$$q = \alpha (T_w - T_f), \tag{6.3}$$

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}, \tag{6.4}$$

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}. \tag{6.5}$$

В случае постоянных, т. е. не зависящих от температуры физических свойств жидкости, уравнение энергии запишется в таком виде:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \tag{6.6}$$

К этому уравнению необходимо присоединить уравнения движения жидкости в пограничном слое (5.5) и (5.6), а также следующие граничные

условия:

$$\begin{aligned} &\text{при } y=0 \quad u=v=0, \quad T=T_w, \\ &\text{при } y=\infty \quad u=U, \quad T=T_f. \end{aligned} \tag{6.7}$$

Эта система уравнений с указанными граничными условиями впервые была решена Е. Польгаузеном [1].

Для температуры принимаем безразмерное соотношение

$$\theta=\frac{T_w-T}{T_w-T_f}. \tag{6.8}$$

Для определения поля скоростей, согласно Г. Блазиусу (см. гл. 5), принимаем, что

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad \eta=\frac{y}{2}\left(\frac{U\rho}{\mu x}\right)^{1/2}, \quad \psi=\left(\mu\frac{Ux}{\rho}\right)^{1/2}\Phi(\eta).$$

В результате для определения $\Phi(\eta)$ получим дифференциальное уравнение

$$\Phi\Phi''+\Phi'''=0, \text{ или } \Phi=-\Phi'''/\Phi''.$$

Подставив уравнения (5.9)—(5.11) и (6.8) в уравнение (6.6), получим обыкновенное дифференциальное уравнение, выражающее температурное поле в пограничном слое:

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2}+\Pr\Phi\frac{d\theta}{d\eta}=0. \tag{6.9}$$

Новые граничные условия для этого уравнения будут такие:

$$\begin{aligned} &\text{при } \eta=0 \quad \theta=0, \\ &\text{при } \eta=\infty \quad \theta=1. \end{aligned} \tag{6.10}$$

Тогда

$$d\theta'/d\eta+\Pr\Phi\theta'=0, \tag{6.11}$$

$$d\theta'/\theta'=-\Pr\Phi\,d\eta, \tag{6.12}$$

$$\ln\theta'=-\Pr\int_0^\eta\Phi\,d\eta+c, \tag{6.13}$$

$$\theta'=\frac{d\theta}{d\eta}=c_1\exp\left(-\Pr\int_0^\eta\Phi\,d\eta\right), \tag{6.14}$$

$$\theta=c_1\int_0^\eta\exp\left(-\Pr\int_0^\eta\Phi\,d\eta\right)d\eta. \tag{6.15}$$

Из граничного условия $\theta=1$ при $\eta=\infty$ получим

$$c_1=\left[\int_0^\infty\exp\left(-\Pr\int_0^\eta\Phi\,d\eta\right)d\eta\right]^{-1}. \tag{6.16}$$

В результате из уравнения (6.9) находим

$$\theta = \frac{\int\limits_0^{\eta} \exp\left(-\Pr \int\limits_0^{\eta} \Phi\, d\eta\right) d\eta}{\int\limits_0^{\infty} \exp\left(-\Pr \int\limits_0^{\eta} \Phi\, d\eta\right) d\eta}. \tag{6.17}$$

Значения функции Φ берутся из табл. 5.1.

Функция (6.16) для чисел Pr от 0,6 до 15 рассчитана Е. Польгаузеном [1]. Значения этой функции приведены ниже:

Pr	0,6	1,0	3,0	7,0	10	15,0
$c_1(\Pr)$	0,552	0,664	0,956	1,29	1,46	1,67

Численные значения с хорошим приближением аппроксимируются зависимостью

$$c_1(\Pr) = 0{,}664 \sqrt[3]{\Pr}. \tag{6.18}$$

Приведенный в работе [2] анализ показывает, что зависимость (6.18) можно интерполировать до чисел Pr = 1000.

Распределения температур в пограничном слое для чисел Pr от 0,6 до 1000, вычисленные по зависимости (6.17), изображены на рис. 6.1. Кривые безразмерной температуры указывают на то, что толщина пограничного слоя с увеличением числа Pr уменьшается.

Подставив значение Φ из (5.16) в (6.17), при Pr = 1 получаем

$$\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_f} = \frac{\Phi'(\eta)}{\Phi'(y = \infty)} = \frac{u}{U}. \tag{6.19}$$

Эта зависимость показывает, что распределение температуры на рис. 6.1 для Pr = 1 изображает одновременно и распределение скоростей в пограничном слое. Как видно, при $\Pr > 1$ тепловой пограничный слой тоньше гидродинамического, а при $\Pr < 1$ — толще.

Ввиду отсутствия критерия Re в уравнении (6.17) температурный профиль обладает автомодельностью по отношению к нему. Во всех сечениях пограничного слоя температурные профили подобны между собой при одном и том же числе Pr. Анализ уравнения энергии (6.6) показывает, что при $y = 0$ $\partial^2 T/\partial y^2 = 0$. Это означает, что профиль температуры вблизи стенки прямолинейный. Прямолинейность температурного профиля свидетельствует о том, что процесс теплопереноса в ламинарном пограничном слое осуществляется теплопроводностью.

Из выражений (6.8) и (5.9) получаем, что

$$\left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0} = \frac{(\partial\theta/\partial y)_{y=0}}{(\partial\eta/\partial y)_{y=0}} = -\frac{1}{(T_w - T_f)} \frac{(\partial T/\partial y)_{y=0}}{{}^1/_2 (U/\nu x)^{1/2}}. \tag{6.20}$$

Тогда, используя уравнения (6.3)—(6.5), определяем величину теплового потока от поверхности и местную теплоотдачу пластины:

$$q_w = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{\lambda}{2}(T_w - T_f)\left(\frac{U}{\nu x}\right)^{1/2} \left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0}, \tag{6.21}$$

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{2}\left(\frac{U}{\nu x}\right)^{1/2} \left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0}. \tag{6.22}$$

Видно, что коэффициент местной теплоотдачи зависит от градиента температуры на стенке, скорости, физических свойств, а также от продольной координаты.

При $\eta = 0$ из зависимостей (6.14) и (6.16) получаем

$$\left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0} = c_1 = \left[\int_0^\infty \exp\left(-\Pr\int_0^\eta \Phi\, d\eta\right) d\eta\right]^{-1}, \tag{6.23}$$

а подставив в (6.23) значение c_1 из (6.18), будем иметь

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = 0{,}332\,\mathrm{Re}_x^{0,5}\,\mathrm{Pr}^{0,33}. \tag{6.24}$$

Выполнив интегрирование по всей длине пластины, находим зависимость для определения средней теплоотдачи:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}664\mathrm{Re}^{0,5}\mathrm{Pr}^{0,33}. \tag{6.25}$$

Нахождение теплоотдачи пластины этим методом сопряжено с трудностью интегрирования уравнений теплового пограничного слоя. Поэтому при оп-

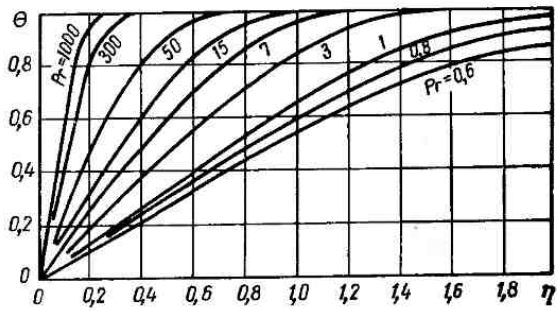
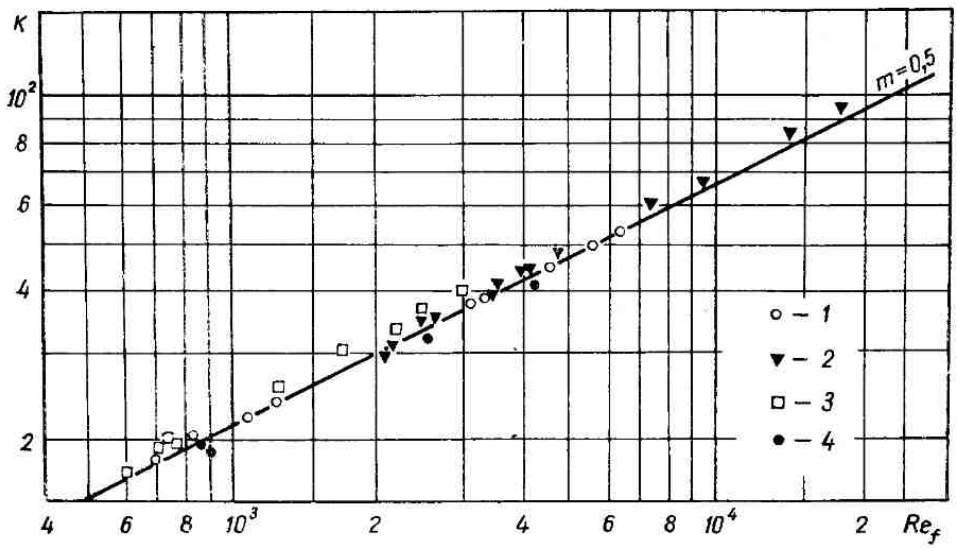


РИС. 6.1. Распределения температуры в тепловом пограничном слое на пластине при $T_w = \mathrm{const}$

РИС. 6.2. Данные по средней теплоотдаче пластин, изотермических по длине

1, 2 — в потоках воздуха и воды соответственно, 3, 4 — в потоке трансформаторного масла (две серии опытов) $K = \mathrm{Nu}_f \mathrm{Pr}_f^{-0,33} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{-0.25}$



ределении теплоотдачи пластины чаще всего обращаются к приближенным методам, по точности незначительно уступающим точным методам с использованием интегрального уравнения теплового потока (6.2), предложенного Г. Н. Кружилиным [3].

С целью подтверждения вышеприведенных результатов теоретических расчетов теплоотдачи изотермической пластины, а также обоснования принятых допущений проводятся и экспериментальные исследования. Согласно измерениям автора и И. Жюгжды [4], местная теплоотдача изотермической пластины выражается зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}33\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_f^{0,33}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{6.26}$$

а средняя теплоотдача (рис. 6.2) —

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}66\,\mathrm{Re}_f^{0,5}\,\mathrm{Pr}_f^{0,33}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{6.27}$$

Сопоставление экспериментальных (6.26), (6.27) и теоретических (6.24), (6.25) результатов показывает достаточно четкое их совпадение, разницу составляет лишь дополнительный параметр $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}$, учитывающий влияния температурного напора и направления теплового потока на процесс теплоотдачи, обусловленные переменностью физических свойств жидкости в пограничном слое.

6.2. Теплоотдача при градиентном обтекании

В практических условиях часто встречаются такие случаи обтекания криволинейных тел, а также прямолинейных тел типа клиньев, когда скорость на внешней границе изменяется по определенному закону. Природа обтекания клиновидных тел влечет за собой следующий закон изменения скорости:

$$U = cx^{m_1}. \tag{6.28}$$

Процесс обтекания при таком распределении скорости проанализирован в гл. 5.

Рассмотрим случай теплообмена клиновидных тел при температуре стенки $T_w = \mathrm{const}$ [5].

Если использовать переменные

$$\eta_1 = \frac{2}{\sqrt{2-\beta}}\,\eta, \tag{5.33}$$

$$f_1 = \frac{\Phi}{\sqrt{2-\beta}}, \tag{6.29}$$

то уравнение энергии примет вид

$$\frac{d^2T}{d\eta_1^2} + \mathrm{Pr}\,f_1\,\frac{dT}{d\eta_1} = 0. \tag{6.30}$$

Граничные условия будут такие:

$$\begin{aligned} &\text{при } \eta_1 = 0 \quad T = T_w, \\ &\text{при } \eta_1 = \infty \quad T = T_f. \end{aligned} \tag{6.31}$$

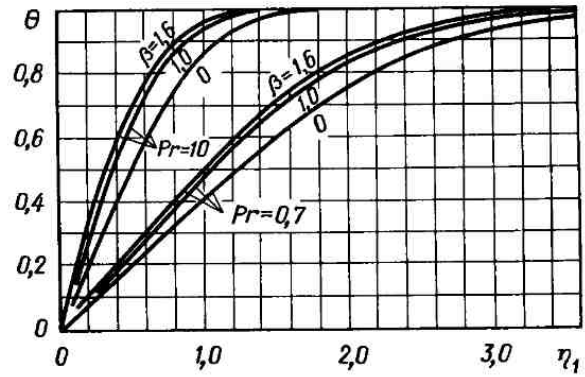


РИС. 6.3. Распределение температуры в тепловом пограничном слое клиновидных тел при $T_w = \text{const}$ при разных значениях числа Pr и β

В результате интегрирования уравнения (6.30) получим распределение температуры в пограничном слое:

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_f} = \theta = c_2 \int_0^{\eta_1} \exp\left(-\Pr \int_0^{\eta_1} f_1 \, d\eta_1\right) d\eta_1. \tag{6.32}$$

С помощью граничных условий определим значение константы c_2:

$$\frac{1}{c_2} = \int_0^{\infty} \exp\left(-\Pr \int_0^{\eta_1} f_1 \, d\eta_1\right) d\eta_1. \tag{6.33}$$

Из уравнения (6.32) при разных значениях Pr и β можно определить распределение температуры в пограничном слое, которое графически представлено на рис. 6.3.

Используя градиент температуры на стенке, из уравнения (6.5) находим коэффициент местной теплоотдачи:

$$\alpha_x = -\frac{\lambda}{T_w - T_f}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{\lambda}{\sqrt{2-\beta}} \sqrt{\frac{u}{\nu x}}\, c_2. \tag{6.34}$$

В безразмерной форме это выразится так:

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = \frac{c_2}{\sqrt{2-\beta}} \sqrt{\mathrm{Re}_x}. \tag{6.35}$$

Коэффициент c_2 для различных значений Pr и β, определенный Э. Эккертом [5], может быть обобщен зависимостью

$$c_2(\Pr, \beta) = 0{,}56\,(\beta + 0{,}2)^{0{,}1}\, \Pr^{0{,}333 + 0{,}067\beta - 0{,}026\beta^2}. \tag{6.36}$$

Тогда для выражения местного теплообмена различных клиновидных тел будем иметь

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}56\, \frac{(\beta + 0{,}2)^{0{,}1}}{\sqrt{2-\beta}}\, \mathrm{Re}_x^{0{,}5}\, \Pr^{0{,}333 + 0{,}067\beta - 0{,}026\beta^2}. \tag{6.37}$$

Уравнение (6.37) дает динамику изменения местного теплообмена на поверхности клиновидных тел в зависимости от их угла раствора β.

6.3. Влияние переменных физических свойств жидкости

Если физические свойства жидкостей зависят от температуры, то температурные градиенты в пограничном слое вызывают взаимодействие скоростных и температурных полей, которые, в свою очередь, влияют на теплообмен. Теплообмен в данном случае может быть исследован аналитическими методами, которые значительно сложнее методов, используемых в случае постоянных физических свойств.

Уравнения движения и энергии решаются совместно при обязательном присоединении к ним температурных зависимостей для физических свойств, принятых переменными. Из всех физических свойств жидкостей сильнее всего изменяется вязкость. Поэтому в большинстве случаев при теоретических расчетах учитывают лишь влияние вязкости на теплоотдачу (см., например, работу С. М. Тарга [6]). Иногда принимают во внимание изменение теплопроводности и других физических свойств жидкости. К таким исследованиям можно отнести работу [7], в которой при теоретическом исследовании теплоотдачи пластины в потоке воды в качестве переменных физических свойств приняты вязкость и теплопроводность. При этом в системе уравнений (5.1а), (5.3) и (6.1) вязкость и теплопроводность задавались в виде температурных степенных функций

$$\mu/\mu_f = (T/T_f)^{m_0}, \tag{6.38}$$

$$\lambda/\lambda_f = (T/T_f)^{n_0}. \tag{6.39}$$

Показатели степени m_0 и n_0 зависят от рода жидкости и ее температуры. В данном случае для воды в интервале изменения температуры от 0 до 100° С $m_0 = -6$, а $n_0 = 0{,}95 \div 0{,}22$. Введем обозначения:

$$T/T_f = \zeta, \quad (T_w - T)/(T_w - T_f) = \theta. \tag{6.40}$$

С учетом уравнений (6.38) — (6.40) исходная система уравнений пограничного слоя принимает такой вид:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu_f \frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta m_0 \frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{6.41}$$

$$u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = a_f \frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta n_0 \frac{\partial \theta}{\partial y}\right). \tag{6.42}$$

Далее вводятся функция тока (5.8) и новые переменные (5.9) и (5.10). Тогда справедливы выражения (5.10) и (5.15). Учитывая это и принимая, что $\theta(x, y) = \theta(\eta)$, получим

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{U}{\nu_f x}}\,\theta'(\eta). \tag{6.43}$$

Тогда из (5.15) и (6.43) найдем следующую преобразованную систему уравнений:

$$\Phi''' + m_0\zeta^{-1}\zeta'\Phi'' + \zeta^{-m_0}\Phi\Phi'' = 0, \tag{6.44}$$

$$\theta'' + n_0\zeta^{-1}\zeta'\theta' + \mathrm{Pr}\,\zeta^{-n_0}\Phi\theta' = 0. \tag{6.45}$$

Используя метод Рунге—Кутта, можно проинтегрировать эту систему уравнений. Результаты интегрирования для чисел Pr, равных 2, 3, 5, 8, 10 и 14, представлены в таблицах работы [7]. На рис. 6.4, согласно данным этой работы, отложены скоростные и температурные поля для чисел Pr, равных 2

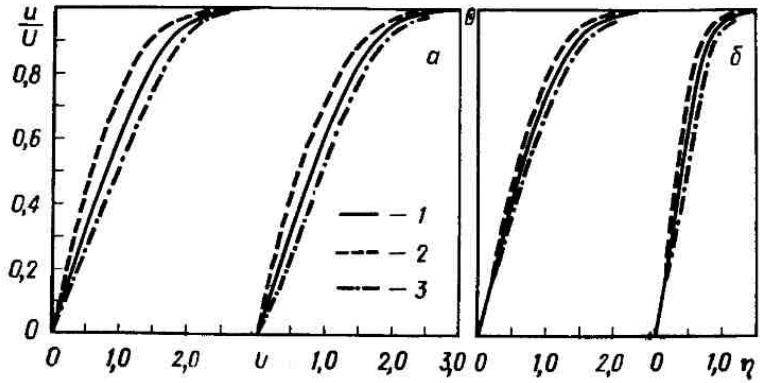


РИС. 6.4. Распределение скорости (*а*) и температуры (*б*) в пограничных слоях при разных направлениях теплового потока

1 — постоянные физические свойства ($\varepsilon = 0$), *2* — нагревание жидкости ($\varepsilon = 0{,}1$), *3* — охлаждение жидкости ($\varepsilon = -0{,}1$)

(левые семейства кривых) и 14 (правые семейства кривых), в зависимости от η и ε, где $\varepsilon = (T_w - T_f)/T_f$. Как видно, с увеличением Pr влияние отношения температур на изменение температурных и скоростных полей уменьшается.

Путем несложных преобразований и использования уравнения теплопроводности (3.4) была получена зависимость для определения местного теплообмена:

$$\mathrm{Nu}_{fx} = -\frac{(\theta'_w)_{\eta=0}}{2}\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,5}\left\{1 + \left[\left(\frac{\theta'_f}{\theta'_w}\right)_{\eta=0} + n_0\right]\varepsilon\right\}. \qquad (6.46)$$

В данном уравнении градиент температуры на стенке является функцией критерия Pr, и его можно выразить уравнением

$$\theta'_w = \left(\frac{\partial\theta_w}{\partial\eta}\right)_{\eta=0} = f(\mathrm{Pr}_f) = 0{,}676\sqrt[3]{\mathrm{Pr}_f}, \qquad (6.47)$$

а также

$$\left(\frac{\theta'_f}{\theta'_w}\right)_{\eta=0} + n_0 = B(\mathrm{Pr}_f). \qquad (6.48)$$

Член в фигурных скобках в уравнении (6.46) обусловливает зависимость интенсивности теплоотдачи от изменения физических свойств жидкостей с изменением температуры и направления теплового потока. Обозначим его

$$K_1 = 1 + B(\mathrm{Pr}_f)\frac{T_w - T_f}{T_f}.$$

М. А. Михеев [8] предложил учитывать влияние резкого изменения физических свойств жидкости в прилегающем к стенке пограничном слое отношением $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ в степени 0,25.

Поскольку с температурой существенно изменяется вязкость жидкости, то влияние температурного напора и направления теплового потока часто предлагают учитывать соотношением μ_f/μ_w.

Обозначим

$$K_2 = (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \quad K_3 = (\mu_f/\mu_w)^{0,25}.$$

По табл. 6.1, составленной в ИФТПЭ, можно сравнить предложенные параметры с соответствующим параметром, полученным при аналитическом решении.

Таблица 6.1

Значения параметров K_1, K_2, K_3 для воды

t_w, °C	$t_f = 0°$ C			$t_f = 20°$ C			$t_f = 60°$ C		
	K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3
10	1,06	1,09	1,08	0,94	0,93	0,94	0,79	0,74	0,77
20	1,13	1,18	1,15	1,00	1,00	1,00	0,83	0,80	0,83
40	1,26	1,34	1,28	1,12	1,13	1,11	0,92	0,91	0,92
60	1,39	1,46	1,39	1,23	1,24	1,21	1,00	1,00	1,00
80	1,52	1,58	1,49	1,34	1,34	1,30	1,08	1,08	1,07
90	1,58	1,63	1,54	1,40	1,38	1,34	1,12	1,11	1,10

Видно, что приведенные способы учета температурного фактора дают практически одинаковые результаты, поскольку при незначительном изменении теплопроводности и теплоемкости

$$\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w \approx \mu_f/\mu_w.$$

Преимущество следует отдать тому из них, который включает максимальное количество переменных физических свойств и в практических расчетах определяется самым простым способом. На наш взгляд, этим качеством обладает параметр $[\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w]^{0,25}$. Что касается показателя степени, то для различных жидкостей в зависимости от направления теплового потока он несколько отклоняется от 0,25. Это подтверждают аналитические расчеты теплоотдачи изотермической (T_w = const) пластины при переменных физических свойствах жидкости, которые представлены в работе, выполненной автором совместно с В. Макарявичюсом и сотр. [9].

В указанной работе для определения температурных полей в пограничном слое и теплоотдачи на пластине в условиях переменных физических свойств жидкости принимается система уравнений (5.1а), (5,3), (6.1). При решении данной системы используются обычные граничные условия:

$$\text{при } y = 0 \quad u = v = 0, \quad T = T_w = \text{const},$$

$$\text{при } y = \infty \quad u = U, \quad T = T_f, \ \partial T/\partial y = \partial u/\partial y = 0.$$

Для преобразования уравнений вводятся переменные и функция тока:

$$\eta = \sqrt{\frac{U}{2\nu_w x}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_w}\, dy, \quad \theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_f}, \quad \psi = \sqrt{2U\nu_w x}\, \Phi(\eta). \qquad (6.49)$$

Выполнив необходимые операции аналогично случаю обтекания и теплообмена пластины при постоянных физических свойствах (см. разд. 6.1),

получим систему дифференциальных уравнений

$$(\rho\mu/\rho_w\mu_w)\,\Phi''' + [(\rho\mu/\rho_w\mu_w)' + \Phi]\,\Phi'' = 0,$$
$$(c_{pw}/c_p)(\rho\lambda/\rho_w\lambda_w)\,\theta'' + [(c_{pw}/c_p)(\rho\lambda/\rho_w\lambda_w)' + \mathrm{Pr}_w\,\Phi]\,\theta' = 0 \qquad (6.50)$$

со следующими граничными условиями:

$$\text{при } \eta = 0 \quad \Phi = \Phi' = 0, \quad \theta = 0,$$
$$\text{при } \eta = \infty \quad \Phi' = 1, \qquad \theta = 1.$$

Данная система является автомодельной. Для решения ее численным методом использовались дополнительные условия в виде степенных зависимостей между физическими свойствами жидкостей и температурой:

$$\mu/\mu_w = (T/T_w)^{n_\mu}, \quad \lambda/\lambda_w = (T/T_w)^{n_\lambda}, \quad c_p/c_{pw} = (T/T_w)^{n_c}, \quad \rho/\rho_w = (T/T_w)^{n_\rho}.$$

Теплофизические свойства жидкостей в зависимости от температуры меняются в широких пределах. Поэтому показатели их степенных зависимостей от температуры принимались на основе анализа свойств воды, глицерина и трансформаторного масла и при расчетах варьировались в следующих пределах: $n_\rho + n_\mu$ — от $-4{,}0$ до $-16{,}0$, $n_\rho + n_\lambda$ — от $1{,}0$ до $-1{,}0$, n_c — от $0{,}0$ до $1{,}0$.

В результате расчетов проанализировано влияние изменения плотности, теплопроводности, теплоемкости и вязкости на распределения в пограничном слое температур и скоростей в интервале отношения температур T_f/T_w от 0,4 до 1,6 и чисел Pr_w от 1 до 500.

Замечено, что влияние изменения физических свойств в пограничном слое зависит от направления теплового потока и в большей степени проявляется при $T_f < T_w$.

Полученные результаты расчетов теплоотдачи пластины при переменных физических свойствах жидкости можно обобщить зависимостью [9]

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}33\mathrm{Re}_{fx}^{0,50}\,\mathrm{Pr}_f^{0,33}K_4, \qquad (6.51)$$

где

$$K_4 = (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,17+p}\,(\rho_f\lambda_f/\rho_w\lambda_w)^{0,32a-0,50+p}\,(c_{pf}/c_{pw})^{0,32a-0,50+p}.$$

Здесь показатели степени p и a зависят от направления теплового потока и числа Pr_w.

В случае $T_f < T_w$ величина $a = 0{,}75$, а значения показателя степени p меняются в зависимости от числа Pr_w: при $\mathrm{Pr}_w = 1$ $p = 0{,}05$, при $\mathrm{Pr}_w = 10$ $p = 0{,}08$, при $\mathrm{Pr}_w = 100$ $p = 0{,}11$ и при $\mathrm{Pr}_w = 500$ $p = 0{,}13$. В случае $T_f > T_w$ величины $a = 1{,}0$ и $p = 0$.

Это наглядно видно из рис. 6.5. Зависимость (6.51) совпадает с расчетными данными по теплообмену для случая реальных физических свойств воды, трансформаторного масла и масла МС-20, в интервале чисел Pr_w от 1 до 10^3 и отношения $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ от 0,001 до 10^3. Последние данные со среднеарифметической погрешностью 4,5% описываются зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}332\mathrm{Re}_{fx}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_f^{0,33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0,224+0,033\lg(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)}. \qquad (6.52)$$

В интервале изменения $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ от 0,1 до 10 в случае нагревания жидкости ($T_w/T_f > 1$ и $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w > 1$) показатель степени при отношении $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ в зависимости (6.52) равен 0,25, а при охлаждении жидкости ($T_w/T_f < 1$,

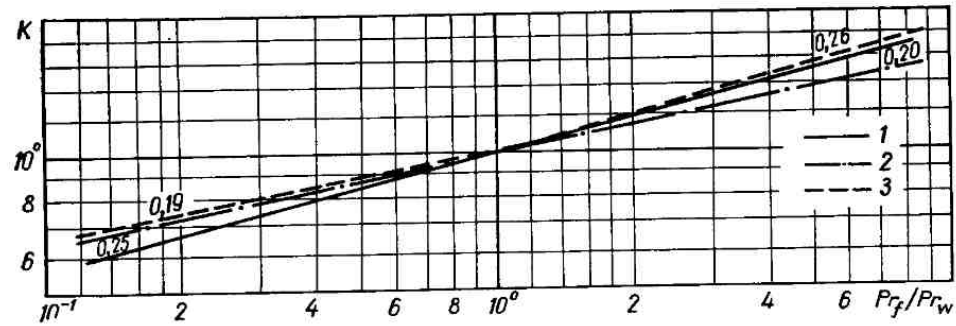


РИС. 6.5. Сопоставление методов учета влияния температурного напора и направления теплового потока на теплоотдачу пластины

1 — K_2 по М. А. Михееву [8], *2* — K_1 по работе [7], *3* — K_4 — результаты настоящего исследования

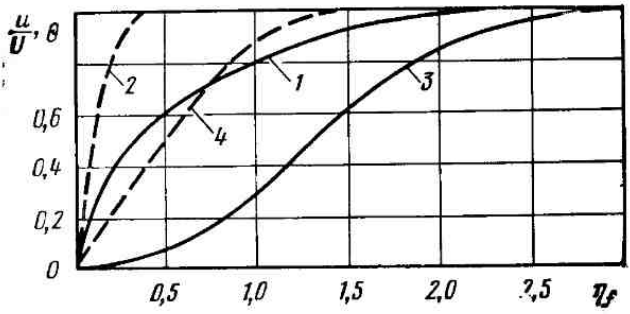


РИС. 6.6. Влияние направления теплового потока на распределение скорости (сплошные линии) и температуры (пунктир) в пограничных слоях в потоке капельной жидкости

1, *2* — при переменной вязкости на обогреваемой пластине ($Pr_f = 100$, $\nu_ц/\nu_f = 1/8$), *3*, *4* — то же, на охлаждаемой пластине ($Pr_f = 12{,}5$, $\nu_ц/\nu_f = 8$)

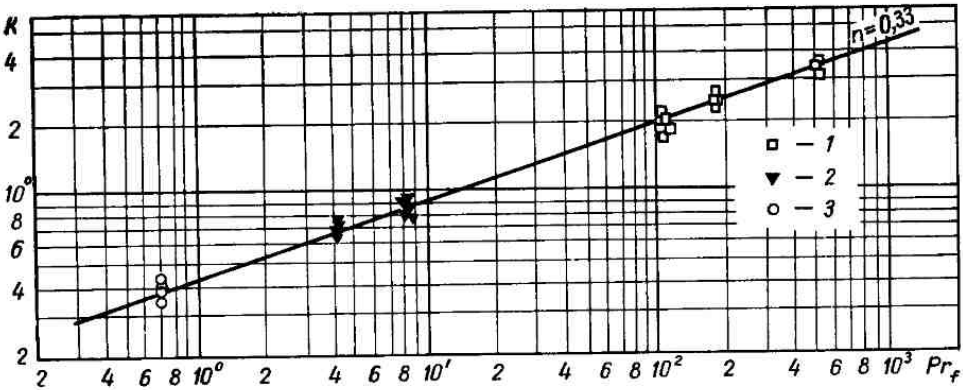


РИС. 6.7. Определение показателя степени n при числе Pr_f в опытах с трансформаторным маслом (*1*), водой (*2*) и воздухом (*3*)

$K = Nu_{fx} Re_{fx}^{-0,5} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

$Pr_f/Pr_w < 1$) — 0,2. Однако, учитывая простоту расчета, для большинства практических случаев при нагревании и охлаждении с достаточной точностью можно принимать показатель степени 0,25. Представленные здесь результаты теоретических расчетов достаточно четко подтверждаются экспе-

риментальными исследованиями, проведенными автором совместно с И. Жюгждой [4].

Г. Шу [10] предложил интегрально-итерационный метод определения взаимодействия скоростных и температурных полей, вызванного зависимостью физических свойств от температуры. При этом в качестве первых приближений использовались результаты точных решений Г. Блазиуса и Е. Польгаузена [1] при постоянных физических свойствах.

С учетом изменения вязкости с температурой получено решение для пластины, продольно-обтекаемой вязким маслом. Изменение вязкости с температурой определялось степенной функцией с показателем степени, равным 3.

Как показывает анализ результатов исследования (рис. 6.6), при нагревании масла ($T_w > T_f$) профили температуры и скорости более заполнены, чем при охлаждении ($T_w < T_f$). Такая деформация профилей показывает, что при нагревании жидкости тепловой пограничный слой тоньше, чем при охлаждении. При прочих равных условиях, чем меньше толщина теплового пограничного слоя, тем больше градиент температуры и, как следует из уравнения (6.22), тем больше коэффициент теплоотдачи. Таким образом,

$$\alpha_{\text{нагр}} > \alpha_{\text{охл}}.$$

Из рассмотренного выше материала, графиков и табл. 6.1 видно, что при прочих равных условиях коэффициент теплоотдачи при нагревании капельной жидкости больше, чем при охлаждении, и эта разница возрастает по мере увеличения температурного напора.

Влияние физических свойств жидкости на теплообмен характеризуется в основном числом Pr. На основе предварительного анализа наших данных сделан вывод, что за определяющую температуру следует принимать температуру набегающего потока t_f.

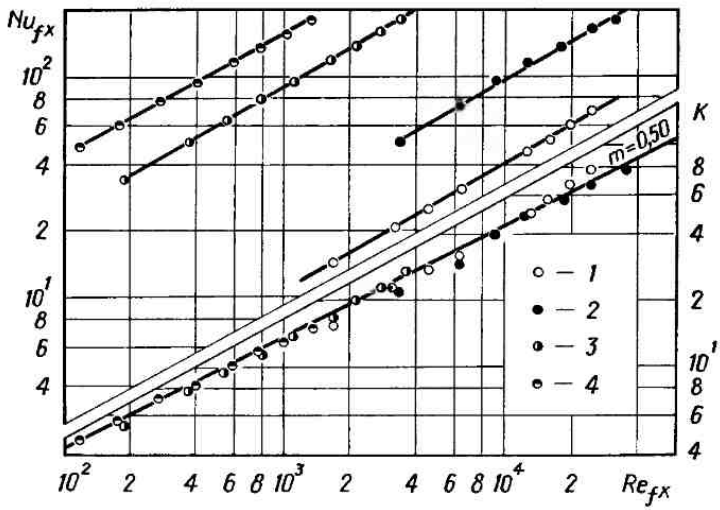


РИС. 6.8. Влияние физических свойств жидкостей и температурного напора на теплоотдачу пластины

1 — воздух, 2 — вода, $Pr_f = 8,0$, $Pr_f/Pr_w = 1,20 \div 2,25$; трансформаторное масло: 3 — $Pr_f = 172$, $Pr_f/Pr_w = 1,25 \div 2,33$, 4 — $Pr_f = 502$, $Pr_f/Pr_w = 1,385 \div 4,95$. $K = Nu_{fx} Pr_f^{-0,33} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

Приведенные на рис. 6.7 экспериментальные данные для пластины показывают, что показатель степени n при числе Pr_f равен 0,33 [4].

Экспериментальные данные, представленные в логарифмических координатах в виде функции $\mathrm{Nu}_{fx} = f(\mathrm{Re}_{fx})$ (рис. 6.8), располагаются отдельными группами в зависимости от рода жидкости и ее температуры. Это явно подтверждает сильное влияние физических свойств жидкости и их зависимости от температуры на теплообмен. Указанное влияние вызвано различной структурой температурных и скоростных полей в пограничных слоях. Те же опытные данные, обработанные для зависимости $K = \mathrm{Nu}_{fx}\mathrm{Pr}_f^{-0,33} \times [\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w]^{-0,25}$, ложатся на одну кривую (рис. 6.8, нижняя кривая). Экспериментально определенное значение показателя степени при числе Pr подтверждается результатами вышеприведенных теоретических решений.

Аналогичные результаты получаются и для средней теплоотдачи.

6.4. Влияние необогреваемого начального участка

В плоских элементах теплообменных аппаратов из-за наличия начального необогреваемого участка часто имеет место неодновременное развитие гидродинамического и теплового пограничных слоев. В результате их взаимодействия наблюдается существенное влияние необогреваемого начального участка на формирование теплового пограничного слоя и, следовательно, на теплообмен.

Этот случай теплообмена довольно просто решается приближенным методом [11]. Рассмотрим теплоотдачу пластины в потоке жидкостей при $\mathrm{Pr} > 1$, т. е. когда тепловой пограничный слой тоньше динамического (рис. 6.9). Температура поверхности пластины, участвующей в теплообмене, принимается постоянной ($T_w = \mathrm{const}$).

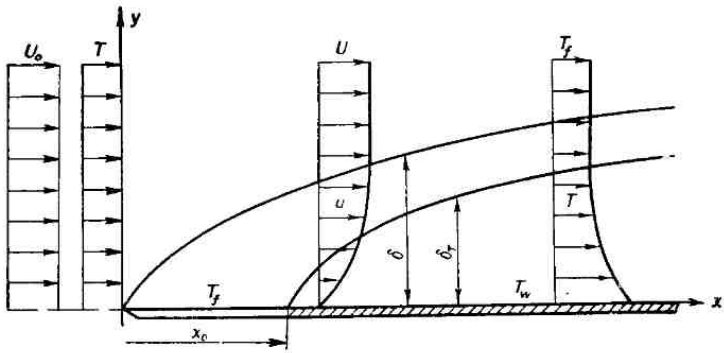


РИС. 6.9. Схема обтекания пластины с необогреваемым начальным участком

Теплообмен пластины описывается интегральным уравнением теплового потока (6.2). В процессе решения к нему необходимо присоединить заданное распределение температуры в пограничном слое, а также результаты решения уравнений импульса в случае обтекания пластины.

В гл. 5 при рассмотрении обтекания пластины распределение скоростей в ламинарном пограничном слое было описано кубической параболой и в окончательном виде выражено уравнением (5.25).

Анализ уравнения теплообмена (6.4) при заданных граничных условиях (6.7) показывает, что распределение температуры можно также выразить кубической параболой. При этом в окончательном виде получим уравнение, аналогичное по форме уравнению распределения скоростей:

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_f} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3. \tag{6.53}$$

Подставив выражения (6.53) и (5.25) в интегральное уравнение (6.2), находим

$$U[T_w - T_f]\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_T}\left[1 - \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_T} + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3\right]\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]dy =$$
$$= -a\left(\frac{dT}{dy}\right)_{y=0}. \tag{6.54}$$

Из зависимости (6.53) получаем

$$\left(\frac{dT}{dy}\right)_{y=0} = -\frac{3}{2}\frac{(T_w - T_f)}{\delta_T}. \tag{6.55}$$

Вычислив интеграл и обозначив $\xi_1 = \delta_T/\delta$, из (6.54) получим:

$$U(T_w - T_f)\frac{d}{dx}\delta\left[\frac{3}{20}\xi_1^2 - \frac{3}{280}\xi_1^4\right] = a\frac{3}{2}\frac{T_w - T_f}{\delta_T}. \tag{6.56}$$

Ввиду того что $\delta_T < \delta$, членом (3/280) ξ_1^4 в данном уравнении можно пренебречь. Упростив уравнение (6.56), имеем

$$U\frac{\delta\xi_1}{10}\frac{d}{dx}(\xi_1^2\delta) = a. \tag{6.57}$$

Продифференцировав, находим

$$U\frac{1}{10}\left(\xi_1^3\delta\frac{d\delta}{dx} + 2\xi_1^2\delta^2\frac{d\xi_1}{dx}\right) = a. \tag{6.58}$$

После подстановки значений $\delta\frac{d\delta}{dx}$ из уравнения (5.28) и δ^2 из уравнения (5.29) получим

$$\frac{14}{13}\frac{\nu}{a}\left(\xi_1^3 + 4x\xi_1^2\frac{d\xi_1}{dx}\right) = 1. \tag{6.59}$$

Отношение 14/13 приблизительно может быть принято равным единице. Тогда, положив в последнем уравнении $\xi_1^3 = z$, имеем

$$z + \frac{4}{3}x\frac{dz}{dx} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}. \tag{6.60}$$

В результате решения данного дифференциального уравнения получим

$$z = 1/\mathrm{Pr} + cx^{-3/4}. \tag{6.61}$$

Из граничных условий $x = x_0$, $\xi_1 = 0$ или $z = 0$ следует, что

$$c = -x_0^{3/4}/\mathrm{Pr}.$$

Тогда

$$\xi_1 = \mathrm{Pr}^{-1/3}[1 - (x_0/x)^{3/4}]^{1/3}. \tag{6.62}$$

Если принять, что $x_0 = 0$, т. е. вся поверхность пластины участвует в теплообмене и формирование теплового и динамического пограничных слоев начинается одновременно, то из (6.62) получим соотношение между толщинами этих слоев:

$$\xi_1 = \delta_T/\delta = \mathrm{Pr}^{-1/3}. \tag{6.63}$$

Далее переходим непосредственно к определению коэффициента теплоотдачи. Используя зависимость (6.55), из (6.5) находим

$$\alpha = -\frac{\lambda}{T_w - T_f}\left(\frac{dT}{dy}\right)_{y=0} = \frac{3}{2}\frac{\lambda}{\xi_1\delta}. \tag{6.64}$$

Подставив сюда значение ξ_1 из (6.62) и δ из (5.29), получим следующую зависимость для определения коэффициента теплоотдачи:

$$a = 0{,}324\lambda\mathrm{Pr}^{1/3}\,[1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3}\,(u/\nu x)^{1/2}. \tag{6.64a}$$

После преобразования запишем выражение для теплоотдачи в виде

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}324\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_x^{1/2}\,[1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3}. \tag{6.65}$$

При $x_0 = 0$ выражение для местной теплоотдачи пластины, нагреваемой по всей длине, будет следующим:

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}324\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_x^{1/2}. \tag{6.65a}$$

Как мы видим, последняя зависимость хорошо согласуется с уравнением (6.24), полученным точным методом.

Необходимо отметить, что влияние начального необогреваемого участка пластины существенно зависит от граничных условий на ее поверхности. Это показано при последующем изложении материала. Здесь же приводятся результаты экспериментального исследования роли начального необогреваемого участка пластины при постоянном тепловом потоке на ее поверхности ($q_w = \mathrm{const}$).

При анализе экспериментальных данных показатели степени при числах подобия принимались такими же, что и для полностью обогреваемой пластины (см. разд. 6.3). В случае исследования местной теплоотдачи за определяющий размер принималось расстояние от передней кромки обогреваемой части до исследуемой точки x_1. С учетом изложенного выше опытные данные представлены на рис. 6.10 в логарифмических координатах. На этом рисунке приведена кривая, соответствующая теплоотдаче пластины без необогреваемого участка. Все опытные данные для пластины с необогреваемым участком располагаются значительно ниже прямой, определяющей теплоотдачу полностью обогреваемой пластины. Такое размещение экспериментальных данных показывает, что теплообмен пластины с начальным необогреваемым участком менее интенсивен. Это обусловлено неодновременным образованием и развитием динамического и теплового пограничных слоев. Достигая обогреваемой части пластины, развивающийся ламинарный гидродинамический слой имеет большее термическое сопротивление переносу тепла, чем при отсутствии необогреваемого участка. В этом случае определенные участки теплового пограничного слоя находятся в зоне с меньшей скоростью потока в динамическом пограничном слое.

Если внимательно изучить опытные данные, приведенные на рис. 6.10, то заметим их явную зависимость от длины начального участка, с увеличением которой теплоотдача уменьшается. Таким образом, для дальнейшего

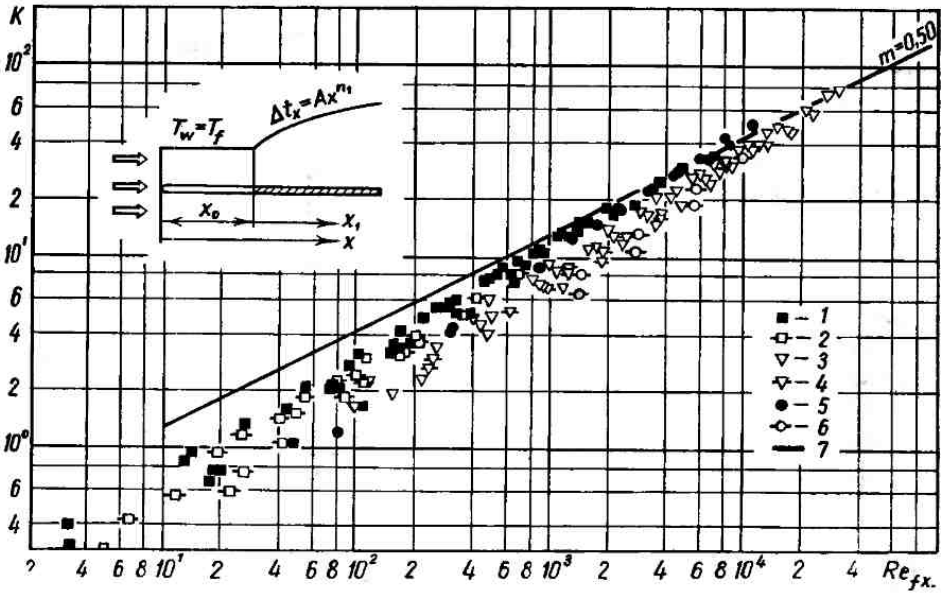


РИС 6.10. Данные по местной теплоотдаче пластины с начальным необогреваемым участком при $x_0 = 92$ и 182 мм соответственно

1, 2 — в потоке трансформаторного масла, *3, 4* — в потоке воды, *5, 6* — в потоке воздуха, *7* — теплоотдача пластины без необогреваемого участка согласно (6.26). $K = \mathrm{Nu}_{fx_1}\mathrm{Pr}_f^{-0,33}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{-0,25}$

обобщения результатов необходимо ввести дополнительный параметр для учета влияния начального необогреваемого участка. Введем в качестве такого параметра [12] отношение обогреваемой x_1 и полной x длин до рассматриваемой точки. В этом случае теплообмен пластины можно обобщить уравнением

$$\mathrm{Nu}_{fx_1} = c\mathrm{Re}_{fx_1}^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,33}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}(x_1/x)^{n_0}, \tag{6.66}$$

где в числах подобия за определяющий размер принята обогреваемая часть пластины. Графическая интерпретация данных (рис. 6.11) показывает, что влияние начального необогреваемого участка на местный теплообмен пластины учитывается параметром $(x_1/x)^{0,2}$. Экспериментальные результаты хорошо подтверждают итоги теоретического решения [13].

Приведенные на рис. 6.12 экспериментальные данные в предложенной обработке хорошо ложатся на одну кривую, соответствующую уравнению теплообмена пластины без необогреваемого участка.

Таким образом, теплоотдачу пластины с необогреваемым участком при изменении температуры поверхности по степенному закону при $n_1 = 0,4$ в исследованном интервале чисел Re_{fx_1} можно определить зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx_1} = 0,43\mathrm{Re}_{x_1}^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,33}(x_1/x)^{0,2}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{6.67}$$

Зависимость (6.67) при исследовании влияния начального необогреваемого участка на теплоотдачу пластины соответствует граничному условию $q_w = \mathrm{const}$. Если провести сравнение этих результатов с результатами, по-

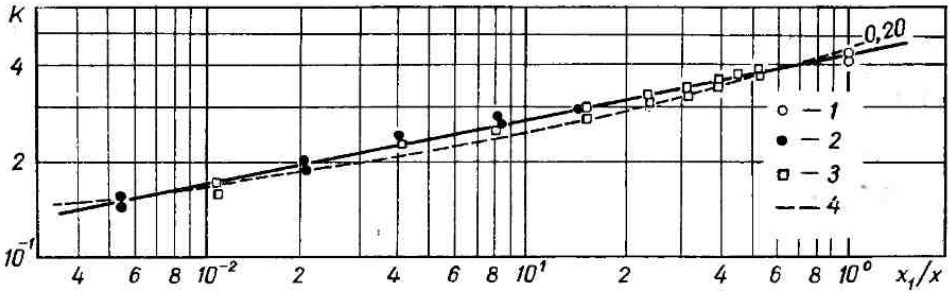


РИС. 6.11. Определение влияния начального необогреваемого участка на теплоотдачу пластины в опытах при x_0, равном 0 (*1*), 182 (*2*), 92 мм (*3*), и результаты исследования [13]

$K = \mathrm{Nu}_{fx_1}\mathrm{Re}_{fx_1}^{-0,5}\mathrm{Pr}_f^{-0,33}\ (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{-0,25}$

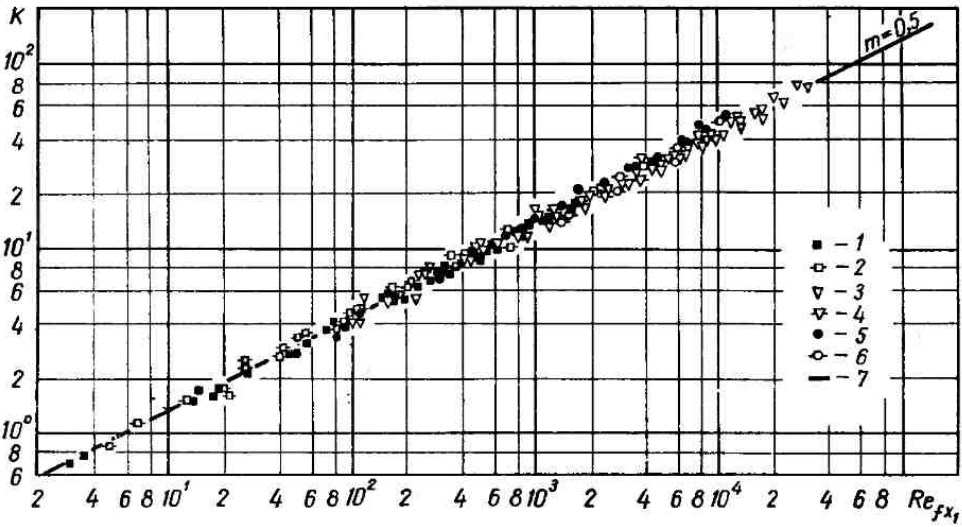


РИС. 6.12. Обобщение данных по местной теплоотдаче пластины с начальным необогреваемым участком

Обозначения те же, что и на рис. 6.10. $K = \mathrm{Nu}_{fx_1}\mathrm{Pr}_f^{-0,33}\ (x_1/x_0)^{-0,2}\ (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{-0,25}$

лученными в работе [11] при граничном условии $T_w = \mathrm{const}$, то увидим, что это влияние учитывается различными параметрами (см. (6.65), (6,67)). В уравнении (6.65) x_0 можно заменить на x_1. Тогда в случае $T_w = \mathrm{const}$ уравнение (6.65) примет вид

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}324\mathrm{Pr}^{0,33}\mathrm{Re}_x^{0,5}\ (x_1/x)^{0,14}. \tag{6.68}$$

Аналогичному обобщению поддается и средняя теплоотдача пластины с начальным необогреваемым участком, выражаемая уравнением

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}71\mathrm{Re}_f^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,33}\ (l_1/l)^{0,2}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{6.69}$$

где l_1, l — обогреваемая и полная длины пластины.

6.5. Теплоотдача неизотермической поверхности

Применение на практике таких высокоэффективных теплообменных поверхностей, как различные оребрения при больших тепловых нагрузках и скоростях, приводит к изменению температуры теплообменной поверхности вдоль потока. Поверхность становится неизотермической. В настоящее время в большинстве случаев процесс теплообмена протекает именно при определенной неизотермичности поверхности. Неизотермичность поверхности очень четко выражается через температурный напор между температурами поверхности и потока. Изменение температурного напора может быть задано различными законами: степенным, ступенчатым, линейным; в практических же условиях оно носит произвольный характер.

Все виды неизотермичности поверхности, т. е. продольный градиент температуры поверхности, существенно влияют на развитие процесса теплообмена, что в основном обусловлено наличием деформации распределения температуры в тепловом пограничном слое и изменением его толщины.

При степенной неизотермичности распределение температурного напора вдоль поверхности задается зависимостью

$$T_{wx} - T_f = \Delta t_x = Ax^{n_1}. \tag{6.70}$$

В общем случае принимается, что скорость на внешней границе динамического пограничного слоя выражается тоже степенным законом (5.30). Принимая указанные распределения температуры и скорости, а также то, что физические свойства жидкости не зависят от температуры, для решения задачи используем систему уравнений пограничного слоя (5.31), (5.6) и (6.6). К этим уравнениям присоединяем следующие граничные условия

$$\begin{aligned} &\text{при } y = 0 \quad u = v = 0, \quad T = T_w, \\ &\text{при } y = \infty \quad u = U, \quad T = T_f. \end{aligned} \tag{6.71}$$

Рассмотрим точный метод решения, предложенный в работе С. Леви [14]. В процессе этого решения вводятся переменные:

$$\eta_1 = y\sqrt{\frac{(1+m_1)U}{2\nu x}}, \qquad \psi_1 = \sqrt{\frac{2}{1+m_1}\nu x U}\,\Phi(\eta_1), \tag{5.33}$$

где ψ_1 — функция тока, аналогичная (5.10).

Тогда уравнения движения и энергии преобразуются следующим образом:

$$\Phi''' + \Phi\Phi'' + \beta(1 - \Phi'^2) = 0, \tag{5.35}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2} + \Phi\,\mathrm{Pr}\,\frac{d\theta}{d\eta} - \mathrm{Pr}\,(2-\beta)\,n_1\Phi(1-\theta) = 0, \tag{6.72}$$

где

$$\beta = 2m_1/(1+m_1), \qquad \theta = (T_w - T)/(T_w - T_f).$$

В данном случае граничные условия следующие:

$$\begin{aligned} &\text{при } \eta_1 = 0 \quad \theta = 0, \\ &\text{при } \eta_1 = \infty \quad \theta = 1. \end{aligned} \tag{6.73}$$

Результаты решения уравнения (5.35) для некоторых β представлены в табл. 5.2.

Решение может быть получено численным интегрированием (6.72) на ЭВМ при разных значениях Pr, β и n_1. Результаты такого решения для пластины и клиновидных тел в виде градиента температуры на стенке $(d\theta/d\eta_1)_{\eta_1=0}$ представлены в табл. 6.2.

Из выражений для θ и η_1 получаем

$$\left(\frac{d\theta}{d\eta_1}\right)_{\eta_1=0}=\frac{(d\theta/dy)_{y=0}}{(d\eta_1/dy)_{y=0}}=-\frac{(\partial T/\partial y)_{y=0}}{(T_w-T_f)\sqrt{\frac{1}{2-\beta}}\sqrt{\frac{u}{\nu x}}}. \qquad (6.74)$$

Используя уравнения (6.3) — (6.5), определяем величину теплового потока на поверхности:

$$q_w=-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}=-\lambda\frac{T_w-T_f}{\sqrt{2-\beta}}\left(\frac{d\theta}{d\eta_1}\right)_{\eta_1=0}\sqrt{\frac{u}{\nu x}}. \qquad (6.75)$$

Местный теплообмен пластины ($\beta = 0$) равен

$$\mathrm{Nu}_x=-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{d\theta}{d\eta_1}\right)_{\eta_1=0}\mathrm{Re}_x^{0,5}. \qquad (6.76)$$

При расчете теплоотдачи значения градиента температуры в уравнениях (6.75) и (6.76) необходимо брать из табл. 6.2.

Уравнение (6.76) показывает зависимость числа Nu_x от ряда факторов, которую можно представить так:

$$\mathrm{Nu}_x = c\,(\beta,\ n_1)\,\mathrm{Re}_x^{0,5}\mathrm{Pr}^n, \qquad (6.77)$$

где в общем случае

$$c\,(\beta,\ n_1) = 0{,}40\,(\beta + 0{,}2)^{0,1}\,[n_1\,(2-\beta)+1]^{0,37+0,06\beta}, \qquad (6.78)$$

а для пластины

$$c\,(\beta,\ n_1) = 0{,}33\,(2n_1+1)^{0,37}. \qquad (6.79)$$

В результате расчетов по уравнению (6.36) определено, что показатель степени при числе Pr в (6.77) изменяется в зависимости от β в интервале $n = 0{,}37 \div 0{,}25$. Для продольно-обтекаемой пластины $n = 0{,}33$.

Решение уравнения (6.72) позволяет определить температурные профили в пограничном слое при разных значениях β и n_1. Установлено, что при высоких уровнях неизотермичности, а также с увеличением β профиль температуры становится более заполненным, что указывает на меньшую толщину пограничного слоя. Ввиду того что толщина теплового пограничного слоя обратно пропорциональна коэффициенту теплоотдачи, можно утверждать, что неизотермичность поверхности приводит к изменению интенсивности теплообмена. Зависимость теплоотдачи от степени неизотермичности поверхности, выраженной через n_1, для тел с разными значениями β при Pr = 0,7 и 5,0 показана на рис. 6.13.

Случай ступенчатой неизотермичности рассматривался в предыдущих разделах при анализе влияния необогреваемого начального участка на теплоотдачу пластины, поэтому далее речь пойдет о таком часто встречающемся случае, когда температура поверхности вдоль потока изменяется непрерывно и произвольно, не подчиняясь порой никакому аналитически обобщенному закону. С. Сцеса и С. Леви [15] для этого случая использовали уравнения

Таблица 6.2

Значения градиента температуры на стенке $(d\theta/d\eta_1)_{\eta_1=0}$

n_1	Pr				n_1	Pr			
	0,70	2,0	10	20		0,70	2,0	10	20
		$\beta = 0$					$\beta = 0$		
−0,50	0	0	0	0	0,50	−0,5690	−0,8112	−1,377	−1,721
−0,25	−0,2700	−0,3789	−0,6257	−0,7668	1,00	−0,6746	−0,9593	−1,625	−2,024
0,00	−0,4065	−0,5822	−0,9863	−1,230	2,00	−0,8218	−1,165	−1,965	−2,445
0,25	−0,4989	−0,7130	−1,210	−1,513	3,00	−0,9296	−1,316	−2,211	−2,741
n_1	0,7	1,0	5,0	10,0	n_1	0,7	1,0	5,0	10,0
		$\beta = 1$					$\beta = 1,6$		
−1,0	0	0	0	0	0,25	−0,5353	−0,6161	−1,122	−1,432
−0,75	−0,1755	−0,2000	—	−0,4062	0,50	−0,5626	−0,6468	−1,176	−1,501
−0,25	−0,4093	−0,4708	—	−1,081	1,00	−0,6120	−0,7031	−1,275	−1,626
0	−0,4879	−0,5603	−1,011	−1,286	2,00	−0,6975	−0,7995	−1,442	−1,836
0,25	−0,5535	−0,6345	−1,141	−1,451	3,00	−0,7692	−0,8808	−1,581	−2,010
0,50	−0,6094	−0,6979	−1,251	−1,590			$\beta = -0,199$		
1,00	−0,7033	−0,8116	−1,432	−1,818	−0,46	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2,00	−0,8461	−0,9647	—	−2,159	−0,25	−0,1955	−0,2168	−0,3290	−0,3894
3,00	−0,9567	−1,089	−1,914	−2,418	0,00	−0,2930	−0,3227	−0,4884	−0,5806
		$\beta = 1,6$			0,25	−0,3476	−0,3820	−0,5760	−0,6848
−2,50	0	0	0	0	0,50	−0,3861	−0,4237	−0,6375	−0,7581
−1,50	−0,2687	−0,3101	−0,5587	−0,7005	1,00	−0,4412	−0,4835	−0,7257	−0,8629
−0,50	−0,4413	−0,5085	−0,9303	−1,186	2,00	−0,5134	−0,5622	−0,8424	−1,002
0,00	−0,5062	−0,5828	−1,064	−1,357	3,00	−0,5641	−0,6174	−0,9245	−1,099

теплового пограничного слоя (6.6). В результате их решения, представленного в работе [4], получено отношение теплоотдачи неизотермической ($\mathrm{Nu}_x\,(n_1 \neq 0)$) и изотермической ($\mathrm{Nu}_x\,(n_1 = 0)$) пластин, выражаемое коэффициентом неизотермичности поверхности:

$$\chi = \frac{\mathrm{Nu}_x\,(n_1 \neq 0)}{\mathrm{Nu}_x\,(n_1 = 0)} = \frac{4}{3} n_1 \frac{\Gamma\,(^4/_3 n_1)\,\Gamma\,(^2/_3)}{\Gamma\,(^4/_3 n_1 + {}^2/_3)}\,. \tag{6.80}$$

где Γ — гамма-функция. Уравнение (6.80) четко показывает, какую важную роль играют граничные условия на поверхности в процессе теплообмена.

Д. А. Лабунцов [13] предложил сравнительно простой итерационный метод расчета теплообмена при произвольном изменении температуры поверхности пластины. В случае произвольного изменения температурного напора по длине пластины решение задачи о теплообмене основывается на дифференциальных уравнениях пограничного слоя (5.5), (5.6) и (6.6). Решение рассматривается для условий $\delta_T \leqslant \delta$, которые соответствуют $\mathrm{Pr} \geqslant 1$. В итоге имеем

$$q_w = 0{,}333\lambda T_w \left(\frac{U}{\nu x}\right)^{1/2} \left(\frac{\nu}{a}\right)^{1/3} \chi, \tag{6.81}$$

где T_w — температура стенки, отсчитанная от температуры набегающей жидкости;

$$\chi = \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\int\limits_0^{x^{3/4}} T_w\, dx^{3/4}\, d\ln T_w}{T_w x^{3/4}\, d\ln x}\right) \left(\frac{\int\limits_0^{x^{3/4}} T_w\, dx^{3/4}}{T_w x^{3/4}}\right)^{-1/3}. \tag{6.82}$$

В случае постоянной температуры стенки $T_w = \mathrm{const}$ коэффициент $\chi = 1$. Уравнение (6.81) точно выражает теплообмен при $T_w = \mathrm{const}$ (см. (6.24)), а коэффициент χ учитывает влияние неизотермичности поверхности на теплообмен.

Формула (6.82) позволяет определить влияние неизотермичности поверхности на теплообмен при любом, аналитически заданном законе изменения температурного напора. Как отмечалось, наиболее распространенным видом неизотермичности является неизотермичность, выраженная степенным законом (6.70). В этом случае

$$\chi = (1 + 2n_1)/(1 + {}^4/_3 n_1)^{2/3}. \tag{6.83}$$

Приняв граничные условия $0 < x < x_0$, $T = 0$ при $x = x_0$ и $T = T_w$, $T_w = \mathrm{const}$ при $x > x_0$, получим случай ступенчатой неизотермичности. Использовав уравнение (6.82), определим коэффициент неизотермичности:

$$\chi = \left(T_w x^{3/4} \int\limits_{x_0^{3/4}}^{x^{3/4}} T_w\, dx^{3/4}\right)^{1/3}. \tag{6.84}$$

При $T_w = \mathrm{const}$ окончательно имеем

$$\chi = [1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3}. \tag{6.85}$$

Зависимость (6.85) полностью совпадает с дробью, ранее полученной в формуле (6.65).

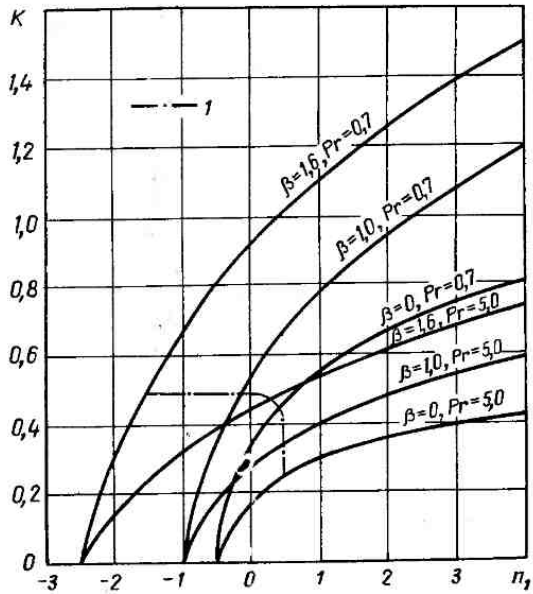


РИС. 6.13. Влияние степенной неизотермичности поверхности, клиновидности тела и числа Pr на теплоотдачу

1 — постоянный тепловой поток.

$K = Nu_x Re_x^{-0,5} Pr^{-0,33}$

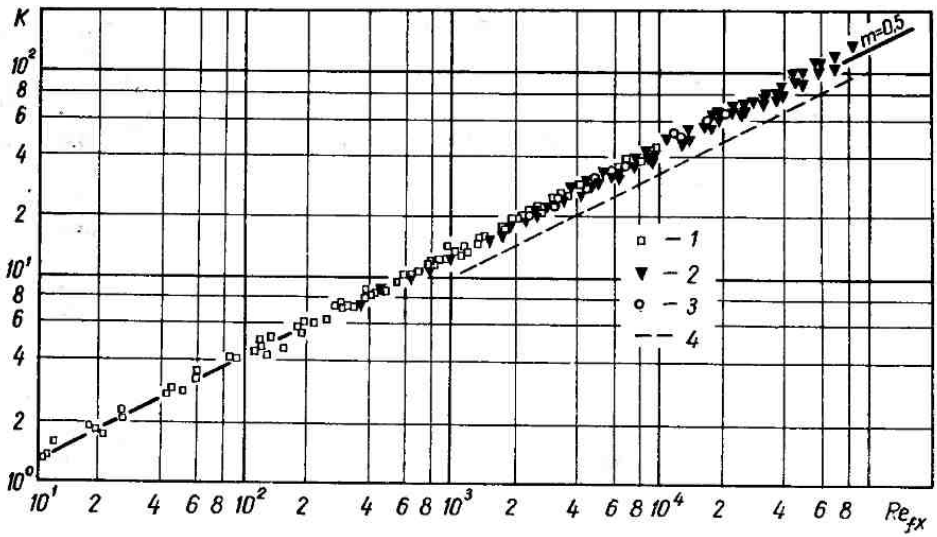


Рис. 6.14. Данные по местной теплоотдаче пластины, неизотермической по длине, при q_w = const и $n_1 = 0,4$

1—3 — в потоках трансформаторного масла, воды и воздуха соответственно, 4 — теплоотдача изотермической пластины.

$K = Nu_{fx} Pr^{-0,33} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

Экспериментальные данные для пластины со ступенной неизотермичностью при $n_1 = 0,4$, согласно [4], (рис. 6.14) обобщаются зависимостью

$$Nu_{fx} = 0,43 Re_{fx}^{0,5} Pr_f^{0,33} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \qquad (6.86)$$

При степени неизотермичности $n_1 = 0,5$ опытные данные располагаются выше, чем в случае $n_1 = 0,4$ [4], а постоянная в уравнении (6.86) возрастает до 0,45. Влияние неизотермичности четко проявляется при сопоставлении теплоотдачи неизотермической поверхности с теплоотдачей изотермической пластины (уравнение (6.26)). Численные значения коэффициента теплоотдачи

пластины при постоянном тепловом потоке приблизительно на 35% выше коэффициентов теплоотдачи изотермической пластины.

Причиной более интенсивного теплообмена на изотермической поверхности следует считать деформацию температурного профиля, которая отмечена в теоретических решениях.

Полученное уравнение (6.86) можно использовать только при $n_1 = 0{,}4$.

Влияние продольного градиента температуры поверхности на теплоотдачу пластины при разных степенях неизотермичности поверхности можно количественно определить отношением теплоотдачи неизотермической ($n_1 \neq 0$) и изотермической ($n_1 = 0$) пластин согласно теоретическим расчетам и экспериментальным данным.

Некоторые значения зависимости $\chi = f(n_1)$, согласно расчетам и экспериментам, представлены ниже:

n_1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1,0	2,0
χ	1	1,09	1,17	1,25	1,30	1,36	1,52	1,6	1,98

Разделив экспериментально полученные уравнения на приведенные выше коэффициенты χ при значениях n_1, имевших место в наших экспериментах, находим

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}33\mathrm{Re}_{fx}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_f^{0,33}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{6.87}$$

которое полностью совпадает с выражением для теплообмена изотермической пластины (6.26).

Обобщив экспериментальные данные и результаты аналитических решений, получим следующую зависимость для практических расчетов местной теплоотдачи неизотермической пластины при ламинарном пограничном слое:

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}33\chi\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_f^{0,33}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{6.88}$$

где значение коэффициента χ следует брать из приведенных выше данных в зависимости от n_1.

Если принять во внимание более общий случай и учесть еще влияние ступенчатой неизотермичности, то на основе результатов исследования, приведенных в разд. 6.4, местная теплоотдача обобщается зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx_1} = 0{,}33\chi\,\mathrm{Re}_{fx_1}^{0,5}\,\mathrm{Pr}^{0,33}\,(x_1/x)^{0,2}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{6.89}$$

Определение средней теплоотдачи неизотермической пластины более сложно. Как известно, существуют два метода осреднения коэффициента теплоотдачи. По первому из них средний коэффициент теплоотдачи определяется интегрированием значений местного коэффициента теплоотдачи и представляется зависимостью

$$\alpha = \frac{1}{l}\int_0^l \alpha_x\,dx. \tag{6.90}$$

По второму методу он определяется делением среднеинтегрального теплового потока на среднеинтегральный напор по длине и выражается формулой

$$\alpha' = \left(\frac{1}{l}\int_0^l q_w\,dx\right) \Bigg/ \left(\frac{1}{l}\int_0^l \Delta t_x\,dx\right). \tag{6.91}$$

В настоящее время нет общепринятого метода осреднения коэффициента средней теплоотдачи. Теоретически более обоснован первый метод. Однако расчеты теплоотдачи для инженерных приложений часто ведутся по второму методу. Известно, что осреднение тех же данных первым и вторым методами приводит к расхождениям в результатах. Это убедительно показано в работе В. П. Исаченко с сотр. [16], в которой зависимость (6.91) в случае степенной неизотермичности преобразована в следующую:

$$\alpha = \frac{\int\limits_0^l cx^{-0,5} A x^{n_1} dx}{\int\limits_0^l A x^{n_1} dx} = \frac{2c}{\sqrt{l}} \frac{n_1+1}{2n_1+1} = 2\alpha_x \frac{n_1+1}{2n_1+1}. \qquad (6.92)$$

Отсюда следует, что в случае $n_1 = 0$ $\alpha = 2\alpha_x$, а в случае $n_1 = 0,5$ ($q_w = \mathrm{const}$) $\alpha = 1,5\ \alpha_x$. Аналогичный результат получен и в работах [4, 17].

При обобщении экспериментальных данных, представленных на рис. 6.14, использовался второй метод осреднения теплоотдачи. Показатели степени при числах Re и Pr принимались теми же, что и для местной теплоотдачи. Аналогично учитывалось и влияние температурного напора на теплоотдачу. Экспериментальные данные по средней теплоотдаче пластин в интервале изменения чисел Re_f от 10 до 10^5 обобщаются зависимостью

$$\mathrm{Nu}_f = 0,71\ \mathrm{Re}_f^{0,5} \mathrm{Pr}_f^{0,33} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \qquad (6.93)$$

Детальные исследования по влиянию изменения температуры поверхности на теплоотдачу пластины и продольно-обтекаемых плоских поверхностей показали, что местная и средняя теплоотдача сильно зависит от продольного градиента температуры. При положительном градиенте теплоотдача протекает интенсивнее. Следовательно, при использовании расчетных зависимостей, полученных в случае изотермических поверхностей, для определения теплоотдачи неизотермических поверхностей можно получить лишь приближенные результаты. Взаимозаменяемость расчетных зависимостей в условиях больших продольных градиентов температуры поверхности приводит к значительным погрешностям.

Глава 7

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

7.1. Общие свойства турбулентного пограничного слоя

Турбулентное течение является наиболее распространенной формой движения теплоносителя в теплообменных аппаратах. Теплообмен между стенкой и потоком осуществляется через пограничный слой, который оказывает основное сопротивление теплопереносу. Процессы, протекающие в нем, сводятся к переносу импульса и тепла, что непосредственно отражается на закономерностях распределения осредненной скорости и температуры. Поэтому по ним можно судить не только об интенсивности переноса импульса и тепла, но и об особенностях вихревой структуры.

Обычно турбулентный пограничный слой на пластине в классическом его рассмотрении наиболее важен при анализе турбулентного переноса. Этот случай обтекания рассматривается во всех фундаментальных работах по изучению турбулентного пограничного слоя [1—4]. В них также достаточно полно отражены характеристики стабилизированного течения в трубах с четко выраженным универсальным распределением. Анализ общих свойств теплового пограничного слоя в потоках различных жидкостей представлен в работе [5]. В реальных теплообменниках процесс турбулентного теплообмена происходит при наличии ряда факторов, возмущающих поток, поэтому в дальнейшем основное внимание будет уделяться анализу влияния на характеристики течения и теплоотдачи переменных физических свойств теплоносителя, шероховатости и кривизны поверхности, турбулентности и ускорения внешнего потока.

В основу анализа закономерностей переноса импульса и тепла положено общепринятое разделение течения в турбулентном пограничном слое на пластине на две области: пристенную, или внутреннюю, часть пограничного слоя и внешнюю его часть (рис. 7.1). Пристенная область занимает около 0,2 толщины всего пограничного слоя, и течение в ней описывается так называемым законом стенки. Обычно принимают, что распределение средней скорости в пристенной области определяется величиной касательного напряжения на стенке τ_w, плотностью ρ, кинематической вязкостью ν и расстоянием от стенки y и может быть выражено законом подобия

$$u/u_* = f\,(yu_*/\nu), \tag{7.1}$$

где $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ — динамическая скорость, $yu_*/\nu \equiv y^+$ — безразмерное расстояние.

В пристенной области около самой стенки примерно при $y^+ < 7$ расположен очень тонкий вязкий подслой, в котором течение определяется молекулярной вязкостью и распределение скорости выражается линейной зависимостью

$$u/u_* = yu_*/\nu. \tag{7.2}$$

За вязким подслоем следует переходная зона, для которой, несмотря на существенные турбулентные пульсации, необходимо учитывать влияние

вязкости. Далее, при $y^+ > 25$ течение приобретает развитый турбулентный характер и распределение скоростей следует логарифмическому закону:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C, \tag{7.3}$$

где $\varkappa$ — универсальная постоянная порядка 0,4; C — постоянная, определяемая экспериментальным путем.

Для внешней области пограничного слоя, толщина которой составляет около 0,8—0,9 толщины пограничного слоя, справедлив так называемый за-

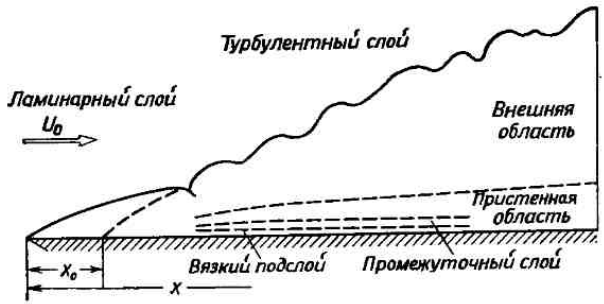


РИС. 7.1. Схема турбулентного пограничного слоя

кон следа, или дефекта скорости:

$$(U - u)/u_* = f_1 (y/\delta,\ u_*/U). \tag{7.4}$$

Поскольку величина u_*/U слабо изменяется с Re, закон распределения осредненной скорости для плоской пластины может быть выражен зависимостью

$$(U - u)/u_* = f_1 (y/\delta). \tag{7.5}$$

Ввиду некоторой неопределенности толщины пограничного слоя И. К. Ротта [4] предложил заменить безразмерное расстояние y/δ безразмерным расстоянием $yu_*/\delta^* U$, которое включает в себя более точно определяемую толщину вытеснения

$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/U)\, dy. \tag{7.6}$$

Существование локального подобия для пристенной и внешней областей пограничного слоя на плоской пластине доказано экспериментально и теоретически. Поэтому остановимся лишь на основных законах подобия, а в соответствующих разделах — на их количественных выражениях в условиях воздействия различных факторов.

Важная количественная характеристика — толщина потери импульса

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \tag{7.7}$$

может быть представлена в виде

$$\delta^{**} = \delta^* \left(1 - \frac{u_*}{U} I\right), \tag{7.8}$$

где

$$I\left(\frac{u_*}{U}\right) = \int_0^\infty \left(\frac{U-u}{u_*}\right)^2 d\,\frac{yu_*}{\delta^* U}.$$

Основные принципы подобия подтверждаются также постоянством $I = 6{,}1$ для пограничного слоя на плоской пластине и универсальностью зависимости $H = \delta^*/\delta^{**} = f(U/u_*)$.

Аналогично образованию гидродинамического пограничного слоя над поверхностью, имеющей температуру, отличающуюся от температуры потока, образуется тепловой пограничный слой. Тепловой поток, преодолев сопротивление вязкого подслоя, распространяется по всему пространству турбулентно движущейся жидкости в пограничном слое. Таким образом, толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев совпадают. С увеличением числа Pr перепад температуры, приходящийся на вязкий подслой, становится все больше.

Соображения, используемые для установления законов подобия в распределении скорости, могут быть применены и к распределению температуры, поскольку при однородном нагреве и небольших температурных перепадах тепло можно рассматривать как пассивную примесь.

В таком случае в пристенной области распределение температур можно выразить законом подобия

$$\vartheta/\vartheta_* = f_2(yu_*/\nu, \mathrm{Pr}), \tag{7.9}$$

где $\vartheta = t - t_w$ — разность температур жидкости и стенки, $\vartheta_* = q_w/(\rho c_p u_*)$ — характеристическая температура.

Для зоны вязкого подслоя

$$\vartheta/\vartheta_* = \mathrm{Pr}\,(yu_*/\nu), \tag{7.10}$$

а для зоны логарифмического распределения

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_*} = \frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C_q(\mathrm{Pr}). \tag{7.11}$$

Во внешней области пограничного слоя распределение температуры следует закону дефекта температуры

$$(\vartheta_0 - \vartheta)/\vartheta_* = f_3(y/\delta), \tag{7.12}$$

где $\vartheta_0 = t_f - t_w$ — разность температур потока и стенки. В этой области турбулентного течения закон дефекта температуры не должен зависеть от Pr.

Указанные законы подобия с достаточно хорошим приближением подтверждаются в условиях автомодельного развития пограничного слоя. Однако в реальных условиях от передней кромки пластины нельзя вести отсчет начала развития турбулентного пограничного слоя. Поэтому обычно вводится понятие его виртуального начала. Если это начало находится на расстоянии x_0 от передней кромки пластины, то такая характеристика пограничного слоя, как местное трение, в одинаковой степени будет описываться либо длиной $x - x_0$, либо локальной характеристикой δ^{**}. По экспериментально определенным профилям скорости с учетом условия автомодель-

ности их развития по формуле

$$\mathrm{Re}_{x-x_0} = U^{+2}\,\mathrm{Re}_{\delta^{**}}(U^+) - 2\int_0^{U^+} \mathrm{Re}_{\delta^{**}}(U^+)\,U^+\,dU^+, \tag{7.13}$$

построенной на основе баланса количества движения, была получена связь между Re_{x-x_0} и Re_x для течения в пограничном слое (рис. 7.2) [5]. Так как положение переходной зоны сильно зависит от турбулентности набегающего потока, то и x_0 также зависит от этого параметра. Для удобства расчетов можно рекомендовать следующие зависимости между Re_{x-x_0}, Re_δ, Re_{δ^*} и $\mathrm{Re}_{\delta^{**}}$:

$$\mathrm{Re}_\delta = 0{,}37\mathrm{Re}_{x-x_0}^{0{,}8}, \tag{7.14}$$

$$\mathrm{Re}_{\delta^*} = 0{,}045\mathrm{Re}_{x-x_0}^{0{,}8}, \tag{7.15}$$

$$\mathrm{Re}_{\delta^{**}} = 0{,}035\mathrm{Re}_{x-x_0}^{0{,}8}. \tag{7.16}$$

В дальнейшем под толщиной пограничного слоя δ будем подразумевать расстояние от стенки, на котором значение скорости $u = 0{,}99U$.

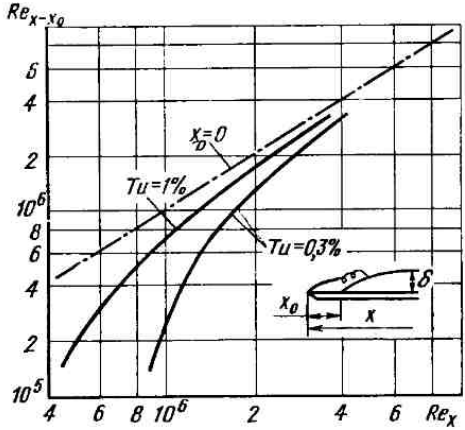
7.2. Переходный режим течения

Турбулентному течению в пограничном слое предшествует ламинарное течение с последующим переходным режимом. Переход течения из ламинарной формы в турбулентную зависит от числа Re, критическое значение которого определяется еще и рядом таких факторов, как градиент давления, характеристики обтекаемой поверхности, теплообмен между стенкой и потоком, уровень внешних возмущений потока. В случае гладкой пластины с острой передней кромкой при безградиентном обтекании и турбулентности потока (Tu) порядка 1% переход происходит обычно при $\mathrm{Re}_x = 3\cdot10^5$—$5\cdot10^5$. С повышением Tu значение критического числа $\mathrm{Re}_к$ резко уменьшается (рис. 7.3). Этот график составлен на основе данных, приведенных в работах [1, 6], а также результатов по местному теплообмену в потоке воздуха при разных уровнях турбулентности набегающего потока. При уменьшении Tu можно достичь значительного повышения $\mathrm{Re}_к$. В работе [7] показано, что при $\mathrm{Tu} < 0{,}3\%$ ощутимое влияние на переход начинают оказывать даже акустические возмущения. При малых их уровнях изменение $\mathrm{Re}_к$ в момент возникновения турбулентности следует зависимости

$$2220/\mathrm{Re}_к^{1/2} = 1 + 38{,}2\,\mathrm{Re}_к^{1/2}(\sqrt{\overline{u'^2}}/U)^2, \tag{7.17}$$

и $\mathrm{Re}_к$ может достигать значений $4{,}9\cdot10^6$.

В основу всех теоретических исследований перехода заложены предположения о воздействии на ламинарное течение малых возмущений, связанных с условием течения и дальнейшим их развитием. Возмущающими факторами могут служить неравномерности потока, шероховатость обтекаемой поверхности, акустические волны и т. д. Нарастание возмущений со временем означает, что течение неустойчиво. На некоторых расстояниях от точки потери устойчивости возникают возмущения большой амплитуды, вызывающие формирование турбулентных пятен, которые по мере продвижения вниз по потоку увеличиваются и сливаются с другими. Постепенно эти фор-



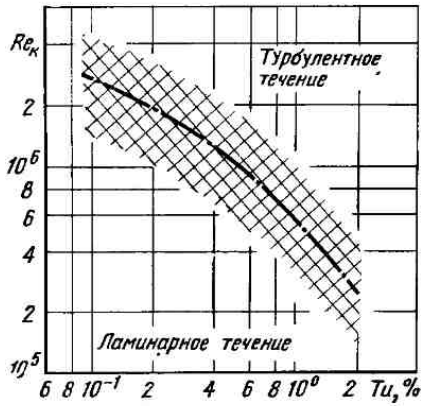
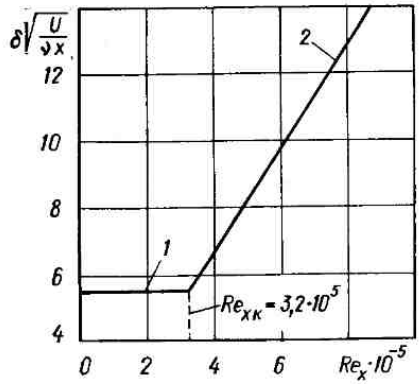


РИС. 7.2. График для определения положения виртуального начала развития турбулентного пограничного слоя при разных степенях турбулентности

РИС. 7.3. Влияние степени турбулентности на критическое число $Re_к$ для пластины



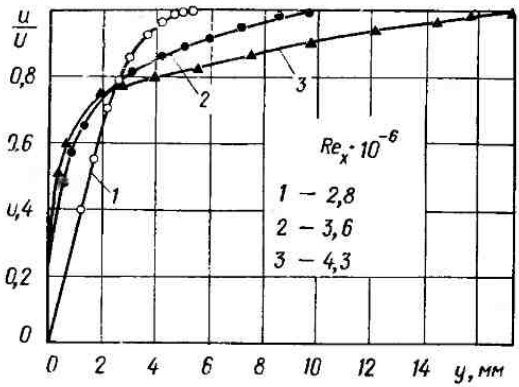


РИС. 7.4. Толщина пограничного слоя на продольно-обтекаемой плоской пластине
1 — ламинарное течение, *2* — турбулентное течение

РИС. 7.5. Профили скорости в пограничном слое на пластине в переходной области по [1]
1 — профиль Блазиуса, *3* — профиль $u/U = (y/\delta)^{1/7}$

мирования заполняют поток, что фактически означает установление новой формы автомодельного течения.

Переход от ламинарного течения к турбулентному характеризуется сильным ростом толщины пограничного слоя (рис. 7.4). Если в условиях ламинарного пограничного слоя

$$\delta = 5{,}5x\mathrm{Re}_x^{-0{,}5}, \tag{7.18}$$

то для турбулентного пограничного слоя, согласно известному выражению Шлихтинга [1],

$$\delta = 0{,}37x\mathrm{Re}_x^{-0{,}2}. \tag{7.19}$$

Для распределения скорости в переходном режиме течения характерно сильное изменение профиля скорости (рис. 7.5), ведущее к резкому возрастанию градиента скорости у стенки и тем самым к увеличению сопротивления трения. Это свойство иногда используется для экспериментального определения перехода по показаниям трубки полного давления, передвигаемой у стенки. Установлено, что переход занимает определенную область и не является точкой, в которой свойства потока меняются мгновенно.

Ввиду наличия в теплообменниках множества возмущающих факторов и больших Re значимость переходной зоны течения весьма мала. Ее роль возрастает в области малых Re, на входных участках каналов, при поперечном обтекании тел. И все же наибольшее практическое значение исследований перехода связывалось с проблемами уменьшения сопротивления тел в аэрогидродинамике.

Такие факторы, как благоприятный градиент давления, отсос пограничного слоя, охлаждение стенки, способствуют стабилизации ламинарного течения. Турбулизация течения за счет различных источников за пределами пограничного слоя и в нем, положительный градиент давления, вдув, нагревание жидкости относятся к факторам, ускоряющим переход. Таким образом, конструкторы теплообменных аппаратов обладают широким диапазоном возможностей управления переходом.

7.3. Моделирование турбулентного переноса

При осреднении уравнений турбулентного пограничного слоя возникают неизвестные функции турбулентных напряжений трения $-\rho\overline{u'v'}$ и потоков тепла $-\rho c_p\overline{v'\vartheta'}$, отыскание связей которых со свойствами осредненного течения составляет основную проблему при решении задач турбулентного переноса. Теория турбулентности развивается в основном в двух направлениях. Первое направление связано с идеями Прандтля и Кармана о длине пути перемешивания, а во втором направлении, развитом на гипотезах А. Н. Колмогорова, для замыкания уравнений движения и энергии используются уравнения баланса пульсационных величин с привлечением гипотез относительно неизвестных членов, содержащихся в замыкающих уравнениях.

Основные пути развития моделей турбулентности в той или иной степени отражены в ряде монографий, учебников, обзоров [2, 4, 8—10].

Наиболее простые модели турбулентности основаны на эмпирических соотношениях для введенного Буссинеском коэффициента турбулентной вязкости ε_τ или длины пути перемешивания Прандтля. В первом случае

$$\tau = -\rho\overline{u'v'} = \rho\varepsilon_\tau \frac{du}{dy}. \tag{7.20}$$

Согласно Прандтлю, длина пути перемешивания l отражает путь, на котором вихрь еще полностью не утратил своего первоначального импульса, двигаясь поперек основного течения. При $u' \approx v' \approx l\,(du/dy)$

$$\tau = -\rho\overline{u'v'} = \rho l^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \frac{du}{dy}. \tag{7.21}$$

Несмотря на известные недостатки этих моделей, все же для многих простых равновесных случаев течения несжимаемой жидкости, а в некоторых случаях и для сложных можно установить сравнительно простые и универ-

сальные выражения для ε_τ и l и произвести расчеты. При разумном использовании эти модели дают возможность избежать сложных расчетов (особенно применительно к практическим задачам) и поэтому еще долгое время будут использоваться при анализе закономерностей турбулентного переноса.

Так как на их основе построен анализ излагаемого в книге экспериментального материала, остановимся на этом вопросе подробнее.

Трение и теплообмен пластины, обтекаемой безградиентным потоком несжимаемой жидкости, определяют на основе дифференциальных уравнений пограничного слоя для количества движения и потока тепла, присоединив к ним уравнение неразрывности:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\frac{\partial\tau}{\partial y},$$
$$\rho c_p u\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}+v\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right)=\frac{\partial q}{\partial y}, \tag{7.22}$$
$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0.$$

Касательное напряжение и поток тепла выражаются зависимостями (3.35). Граничные условия при этом следующие:

$$\text{при } y=0 \quad u=v=0, \quad \vartheta=0, \quad \overline{u'v'}=\overline{v'\vartheta'}=0, \tag{7.23}$$

$$\text{при } y=\infty \quad u=U, \quad v=0, \quad \vartheta=\vartheta_0, \quad \overline{u'v'}=\overline{v'\vartheta'}=0. \tag{7.24}$$

В данной работе выражение для длины пути перемешивания в зависимости (7.21) строилось для отдельных зон пограничного слоя. Для зоны действия закона стенки

$$l=\varkappa n y, \tag{7.25}$$

где $\varkappa$ — универсальная постоянная, n — демпфирующий фактор. Для зоны действия закона следа

$$l=\Lambda\delta \tag{7.26}$$

где Λ — коэффициент пропорциональности (определенный масштаб турбулентности).

Аналогично выражению (7.21) для турбулентного потока тепла можно записать:

$$q=-\rho c_p\overline{v'\vartheta'}=\frac{l^2}{\mathrm{Pr}_t}\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|\frac{\partial\vartheta}{\partial y}, \tag{7.27}$$

где Pr_t — турбулентное число Прандтля, учитывающее различие между переносами импульса и тепла.

Для отдельных областей пограничного слоя приведенные выше уравнения можно упростить. Молекулярный перенос во внешней части пограничного слоя и конвективный перенос в области стенки незначительны, поэтому для указанных зон ими можно пренебречь.

Ниже приводим подробное описание течения и теплопереноса в непосредственной близости от стенки, а в дальнейшем ознакомимся с решением задачи для внешней части пограничного слоя.

Закон стенки. Определим закономерности распределения скорости и температуры для области вблизи стенки.

В тонком слое жидкости или газа вблизи стенки при достаточно малых значениях y всеми производными средних величин по длине x можно пренебречь. Это, разумеется, действительно в случае переменных физических свойств теплоносителя. В дальнейшем применительно к капельным жидкостям формулы будут строиться с учетом этого. У стенки $v = 0$ и касательное напряжение, а также поток тепла, определяемые по уравнениям (7.22), становятся постоянными, а их значения соответствуют значениям на стенке. Поэтому система уравнений (7.22) принимает следующий вид:

$$\tau_w = \mu(t)\frac{du}{dy} - \rho\overline{u'v'},$$
$$q_w = \lambda(t)\frac{d\vartheta}{dy} - c_p\rho\overline{v'\vartheta'}. \tag{7.28}$$

Функции $\mu(t)$ и $\lambda(t)$, как плотность $\rho(t)$ и теплоемкость $c_p(t)$, задаются в табличном виде или в виде аналитических зависимостей.

Существование области течения с постоянными касательным напряжением и потоком тепла перпендикулярно стенке делает задачу более определенной. Известное распределение касательного напряжения и теплового потока можно положить в основу анализа закономерностей течения и теплообмена.

Проделаем это на основе уравнений (7.28) с описанием турбулентного переноса зависимостью (7.21), в которой длину пути перемешивания зададим (7.25). В фактор демпфирования n можно включить дополнительное влияние переменности физических свойств на турбулентный перенос, так как это влияние имеет место лишь в зоне со значительными молекулярными эффектами. На подборе фактора демпфирования остановимся ниже. Таким образом, течение вблизи стенки в условиях теплообмена можно описать следующим уравнением:

$$\tau_{wq} = \mu(t)\frac{du}{dy} + \rho(t)\varkappa^2 n^2 y^2\left(\frac{du}{dy}\right)^2, \tag{7.29}$$

где τ_{wq} — фактическое касательное напряжение на стенке в условиях теплообмена. Физические свойства и градиенты скорости соответствуют местным значениям в пограничном слое.

Для более ясного представления о поле скорости в случае переменной вязкости рассмотрим первый член уравнения (7.29), характеризующий течение в вязком подслое. Вторым членом уравнения ввиду малого расстояния от стенки пренебрегаем. Учитывая постоянство касательного напряжения, имеющее место и в случае теплообмена, получаем

$$\mu(t)\frac{du}{dy} = \text{const}. \tag{7.30}$$

Произведение двух величин постоянно, т. е. в случае переменной вязкости градиент скорости в вязком подслое является переменной величиной.

Приведем уравнение (7.29) к безразмерному виду. Для скорости и длины введем следующие масштабные величины:

$$u_{*q} = \sqrt{\tau_{wq}/\rho_f}, \text{ м/с}, \tag{7.31}$$

$$\mu_f/(\rho_f u_{*q}), \text{ м}. \tag{7.32}$$

Температуру набегающего потока принимаем определяющей, так как при обтекании тел она постоянна и обычно является заданной величиной. Тогда

уравнение (7.29) примет следующий безразмерный вид:

$$1=\frac{\mu}{\mu_f}\frac{du_q^+}{dy_{fq}}+\frac{\rho}{\rho_f}\varkappa^2n^2y_{fq}^{+2}\left(\frac{du_q^+}{dy_{fq}^+}\right)^2, \tag{7.33}$$

где $u_q^+=u/u_{*q}$ и $y_q^+=yu_{*q}/\mu_f/\rho_f$.

После решения квадратного уравнения (7.33) относительно du_q^+/dy_{fq}^+ распределение скорости во всем диапазоне действия закона стенки будет определяться следующим дифференциальным уравнением одномерного движения:

$$\frac{du_q^+}{dy_{fq}^+}=\frac{2}{\frac{\mu}{\mu_f}+\sqrt{\left(\frac{\mu}{\mu_f}\right)^2+4\frac{\rho}{\rho_f}\varkappa^2n^2y_{fq}^{+2}}}. \tag{7.34}$$

Для описания турбулентного переноса тепла воспользуемся выражением (7.27) с учетом различия между переносами количества движения и тепла, оцениваемого турбулентным числом Прандтля:

$$\mathrm{Pr}_t=\frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'\vartheta'}}\frac{\partial\vartheta/\partial y}{\partial u/\partial y}. \tag{7.35}$$

Тогда уравнение теплового потока из (7.28) примет следующий вид:

$$q_w=\lambda\frac{d\vartheta}{dy}+\rho c_p\frac{\varkappa^2n^2}{\mathrm{Pr}_t}y^2\frac{du}{dy}\frac{d\vartheta}{dy}. \tag{7.36}$$

Используя в качестве масштаба температуру в виде $\vartheta_{*q}=q_w/(\rho_f c_{pf}u_{*q})$ и ранее приведенные масштабные величины скорости и длины, получим дифференциальное уравнение теплового потока в безразмерном виде, интегрирование которого дает распределение температуры во всем диапазоне действия закона стенки:

$$\frac{d\vartheta^+}{dy_{fq}^+}=\left[\frac{\rho c_p}{\rho c_{pf}}\left(\frac{a/a_f}{\mathrm{Pr}_f}+\frac{\varkappa^2n^2}{\mathrm{Pr}_t}y_{fq}^+\frac{du_q^+}{dy_{fq}^+}\right)\right]^{-1}. \tag{7.37}$$

В случае постоянных физических свойств теплоносителя уравнения для определения профилей скорости и температуры будут иметь следующий вид:

$$\frac{du^+}{dy^+}=\frac{2}{1+\sqrt{1+4\varkappa^2n^2y^{+2}}}, \tag{7.38}$$

$$\frac{d\vartheta^+}{dy^+}=\left(\frac{1}{\mathrm{Pr}}+\frac{\varkappa^2n^2}{\mathrm{Pr}_t}y^{+2}\frac{du^+}{dy^+}\right)^{-1}. \tag{7.39}$$

Сравнение представленных уравнений показывает, что в них естественным образом учитывается деформация зоны с превалирующим молекулярным обменом в зависимости от изменения физических свойств. По мере приближения к стенке отмечается уменьшение длины пути перемешивания. Поэтому в нее вводится фактор гашения, или демпфирующий фактор n, который определяет степень уменьшения турбулентного переноса в зависимости от расстояния до стенки.

Для расчета профилей скорости и температуры по уравнениям (7.34) и (7.37) необходимо задать выражение для демпфирующего фактора n и принять предположения о его изменении в условиях переменных физических свойств.

С целью подбора выражения для n были проведены расчеты теплообмена и профилей температуры для случаев обтекания пластины воздухом, водой и трансформаторным маслом и полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными. Расчеты проводились с принятием различных демпфирующих факторов: по предложению Е. Ван Дриста [11]

$$n = 1 - \exp(-y^+/27); \tag{7.40}$$

по предложению В. Рейхардта [12]

$$n = \sqrt{\frac{\nu\left(y^+ - 11\,\mathrm{th}\,\frac{y^+}{11}\right)}{\varkappa y^2 \partial u/\partial y}}; \tag{7.41}$$

по предложению автора с сотр. [5]

$$n = \exp\left(-\frac{1 - y^+/A}{\sigma}\right) \tag{7.42}$$

при $y^+ < A$. Для значений $y^+ \geqslant A$ $n = 1$. Постоянные в уравнении (7.42) были подобраны так, чтобы достигалось наилучшее соответствие расчетных и экспериментальных данных по теплообмену и распределению скорости. В результате были получены значения $A = 23$ и $\sigma = 0{,}4$. Как показали расчеты, выражение (7.42) не имеет значительного преимущества перед другими выражениями, особенно перед (7.40). Оно лишь несколько точнее описывает экспериментальные данные для области Pr от 0,7 до 100.

В условиях переменной вязкости и плотности демпфирующий фактор становится зависящим от поля температуры и результирующего трения, поэтому определить его по безразмерному расстоянию $yu_{*q}\rho(y)/\mu(y)$ довольно сложно. В предлагаемой методике расчета заложено предположение, что турбулентный перенос в условиях переменности физических свойств среды определяется значением демпфирующего фактора, найденного по кривой $n(u/u_*)$, считаемой универсальной, т. е. не зависящей от переменности физических свойств. При таких расчетах не линейным воздействием этой переменности на универсальную картину обмена пренебрегают. Это может привести к несоответствию результатов расчета и эксперимента. Например, при течении газа в трубах известны случаи вырождения турбулентности под влиянием изменения его физических свойств с температурой.

Внешняя область пограничного слоя. Молекулярным переносом во внешней области пограничного слоя можно пренебречь, а длину пути перемешивания можно принять постоянной поперек этой области, зависящей от толщины пограничного слоя (7.26). Следует отметить сильную зависимость Λ в выражении (7.26) от турбулентности внешнего потока. Для потоков с низкой степенью турбулентности величина $\Lambda = 0{,}09$ [13], хотя при $\mathrm{Tu} = 0{,}1\%$ отмечаются более низкие ее значения — до 0,085. По данным работы [14],

$$\varepsilon_\tau = l^2 \frac{du}{dy} = 0{,}018\delta^* U. \tag{7.43}$$

При дальнейшем рассмотрении влияния турбулентности внешнего потока (см. разд. 7.9) считали, что величина Λ зависит от Tu следующим образом [15]:

$$\Lambda = \Lambda_0 + C(\mathrm{Tu}), \tag{7.44}$$

или [16]

$$\Lambda = \Lambda_0 + \Delta\Lambda(\mathrm{Tu})\, f(y/\delta), \tag{7.45}$$

где Λ_0 — значение при $\mathrm{Tu} \approx 0$, а $\Delta\Lambda(\mathrm{Tu})$ и $C(\mathrm{Tu})$ — зависимости, определенные из анализа распределений средней скорости и поверхностного трения.

Для получения более точного совпадения расчетных и экспериментальных данных иногда вводятся некоторые функции для уменьшения длины пути перемешивания вблизи внешней границы пограничного слоя.

Величина Pr_t. Оценка Pr_t в расчетной схеме составляет известную проблему. Имеющиеся данные, пространный обзор которых представлен в работах [17, 18], показывает, что

$$\mathrm{Pr}_t = f(y^+, \mathrm{Pr}, \mathrm{Re}, \ldots). \tag{7.46}$$

Для простейшего случая обтекания пластины низкотурбулентным потоком $\mathrm{Pr}_t \approx 0{,}85 \div 0{,}9$. В полностью турбулентной области пограничного слоя величина Pr_t не должна зависеть от Pr. Обычно она принимается постоянной по глубине пограничного слоя, что сделано и в наших расчетах. Кроме того, проведен анализ изменения Pr_t в зависимости от изменения гидродинамических и тепловых граничных условий как по непосредственным измерениям и расчетам по зависимости (7.35), так и на основе решения обратной задачи [19], т. е. при известных распределениях скорости и температуры, известных теплоотдаче и трении, а также при принятой модели турбулентности определялись характеристики турбулентности пограничного слоя Λ, $\varkappa$ и Pr_t.

Решение системы уравнений пограничного слоя с использованием более сложных, но и более реальных моделей турбулентности позволит решить более обширный круг задач, с которыми уже не может справиться обсуждаемая модель. В настоящее время ведутся разработки таких моделей, но пока достигнуты весьма малые успехи по причине недостаточности экспериментальных данных об основных членах уравнений баланса $\rho\overline{u'v'}$ и $c_p\rho\overline{v'\vartheta'}$. Поэтому прибегают к таким замыкающим уравнениям, которые сравнительно хорошо исследованы экспериментально.

Наиболее широко используются дифференциальное уравнение энергии турбулентности и различные его модификации.

В общем случае все модели турбулентной вязкости можно выразить зависимостью

$$\varepsilon_\tau \sim q^n L^m, \tag{7.47}$$

где L — интегральный эйлеровский масштаб или другой характерный параметр турбулентности. При $n = 1/2$ и $m = 1$ действительна известная гипотеза Колмогорова—Прандтля. Величина L выражается алгебраическими полиномами, или решается уравнение для этого масштаба. Весьма часто величину L заменяют другими внутренними характеристиками пограничного слоя: диссипацией кинетической энергии турбулентности или характерной величиной $\omega = \sqrt{q}/L$.

Иногда успешно используются некоторые консервативные связи кинетической энергии турбулентности с рейнольдсовыми напряжениями или турбулентной вязкостью. Предпринята попытка отыскать эти связи и с температурным полем.

Указанные обзорные работы лишь частично отражают подходы с использованием одно- и двухпараметрических моделей, основанных на уравнениях баланса пульсационных величин. Очень важно более детальное рас-

смотрение вопроса об использовании уравнения баланса теплового потока [20] для замыкания расчетных систем уравнений.

В заключение уместно отметить, что выбранная модель расчета должна соответствовать характеру решаемой задачи. Ясно, что необходимы дальнейшие экспериментальные исследования членов уравнений пульсационных величин как гидродинамического, так и температурного поля в различных условиях, возмущающих течение.

7.4. Перенос в пограничном слое на плоской поверхности

Анализ турбулентного пограничного слоя на плоской поверхности при постоянной скорости и низкой турбулентности внешнего потока, как уже указывалось ранее, имеет универсальное значение в изучении процессов переноса импульса и тепла. Обобщение большого экспериментального материала приводит фактически к весьма близким зависимостям, незначительное расхождение между которыми обусловлено условиями экспериментов, диапазоном Re, разными уровнями турбулентности внешнего потока. Распределение осредненной скорости отражает закономерности переноса импульса, а распределение осредненной температуры — перенос тепла. Совместное измерение распределения скоростей и температур в потоках жидкостей с разными Pr дает возможность количественно проанализировать и сопоставить закономерности теплопереноса в различных областях пограничного слоя, включая вязкий подслой. Это обусловлено перераспределением сопротивления теплопереносу по глубине пограничного слоя в зависимости от числа Pr. Анализ этих закономерностей будет проведен с учетом рассмотренных в разд. 7.1. законов подобия, справедливых для определенных областей пограничного слоя. Обобщение данных по распределению скорости и температуры универсальными законами подобия непосредственно зависит от значений поверхностного трения, определяющих значение динамической скорости $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$.

Экспериментальные измерения коэффициента трения, проведенные автором с сотрудниками [5] (рис. 7.6), обобщены формулой

$$c_f = 0{,}39(\lg \mathrm{Re}_{x-x_0})^{-2{,}6}. \tag{7.48}$$

Из этих данных видно, что на участке начала развития пограничного слоя коэффициент трения больше, чем дает расчет при $\Lambda = 0{,}085 = \mathrm{const}$. Необходимо учитывать изменение формы профиля скорости в области низких Re. Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных результатов получается при введении для начального участка известной зависимости

$$\Lambda = 0{,}25\mathrm{Re}_{\delta^{**}}^{-0{,}125}. \tag{7.49}$$

Для расчета коэффициента трения пластины при $\mathrm{Re}_{x-x_0} > 10^6$ можно пользоваться теоретической расчетной кривой [5], которая хорошо согласуется с экспериментальными результатами и данными работ других авторов (рис. 7.7). Для его нахождения можно также воспользоваться универсальностью профилей скорости в пристенной и внешней областях пограничного слоя, просуммировав их выражения в области логарифмического распределения.

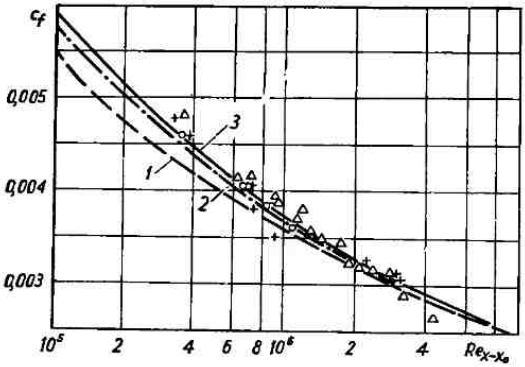


РИС. 7.6. Данные для коэффициента трения пластины

Эксперимент: крестики — воздух, треугольники — вода, кружки — трансформаторное масло. Расчет: *1* — при $\Lambda = 0{,}085 = \text{const}$, *2* — при Λ по (7.49), *3* — по (7.48)

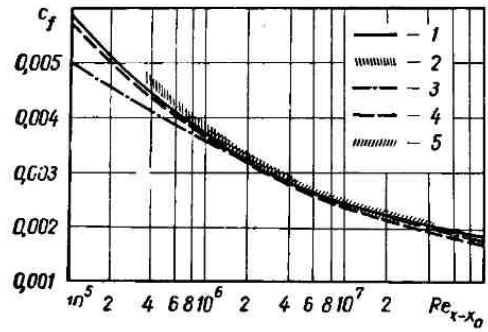


РИС. 7.7. Данные для коэффициента трения пластины при турбулентном обтекании [5]

1 — расчет, *2* — экспериментальные данные [5], *3* — зависимость Людвига—Тильмана [21] при $H = f(U/u_*)$, *4* — зависимость Шульц-Грюнова [22], *5* — данные Смита, Уолкера [23]

На рис. 7.8 приведены профили скорости по глубине пограничного слоя согласно работе [5], обобщенные в универсальных координатах. Как видно, за вязким подслоем и переходной областью распределение скоростей следует логарифмическому закону и описывается общеизвестной формулой

$$u^+ = 5{,}61 \lg y^+ + 4{,}9. \quad (7.50)$$

Эту формулу подтверждают измерения, проведенные в потоках различных жидкостей при разных скоростях и длинах пластины, а также при разных уровнях степени турбулентности набегающего потока — от 0,2 до 1,5%.

Для полного описания профиля скорости в зоне действия закона стенки можно рекомендовать формулу (7.38). При $y^+ > 25$ формулы (7.38) и (7.50) совпадают. Они являются аналитическим выражением закона стенки для средней скорости.

При больших расстояниях от стенки профиль скорости в зависимости от Re закономерно отклоняется от логарифмической прямой. Здесь проявляются особенности, характерные для закона следа.

Для внешней части пограничного слоя удобно рассматривать отклонение скорости в пограничном слое от скорости невозмущенного течения.

Универсальное распределение избыточной скорости

$$(U - u)/u_* = f_1(y/\delta) \quad (7.5)$$

можно описать, используя общеизвестную степенную зависимость

$$u/U = (y/\delta)^n. \quad (7.51)$$

Тогда из (7.51) получаем

$$\frac{U - u}{u_*} = \sqrt{\frac{2}{c_f}}\left\{1 - \left(\frac{y}{\delta}\right)^n\right\}. \quad (7.52)$$

Конкретизировав выражение (7.52), по измеренным профилям скоростей получаем следующую зависимость для распределения избыточной скорости:

$$(U - u)/u_* = 25\,\{1 - (y/\delta)^{0{,}167}\}. \quad (7.53)$$

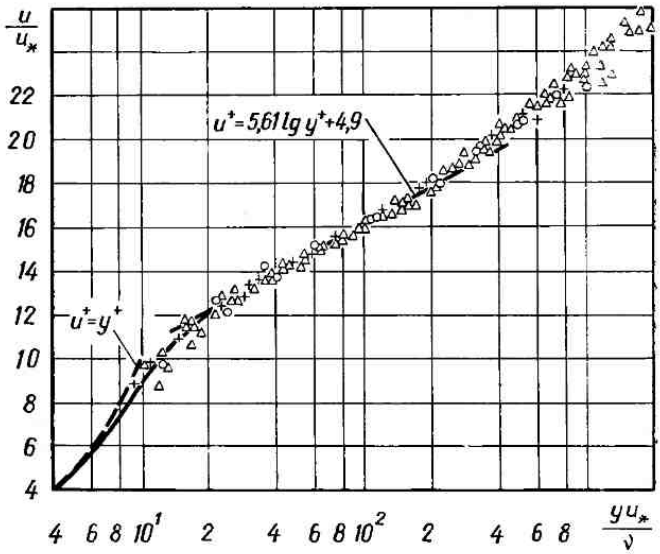


РИС. 7.8. Универсальные профили скорости в потоках воздуха (крестики), воды (треугольники) и трансформаторного масла (кружки)

Во внешней части пограничного слоя существует область течения, где распределение избыточной скорости соответствует логарифмической зависимости

$$U^+ - u^+ = -\frac{1}{\varkappa}\lg\frac{y}{\delta} + B, \tag{7.54}$$

в данном случае (рис. 7.9) равной

$$U^+ - u^+ = -5{,}61\lg\frac{y}{\delta} + 2{,}3. \tag{7.55}$$

В формуле (7.54) B является универсальной постоянной, поэтому зависимость (7.55) удобна для проверки полученного результата по измерениям скорости в турбулентном пограничном слое на пластине.

Можно более точно описать экспериментальные данные, если трудноопределяемую толщину пограничного слоя заменить толщиной вытеснения, а безразмерное расстояние y/δ — универсальным параметром $y/\delta^* U^+$. При составлении этого параметра в качестве масштабной длины использована интегральная характеристика профиля скорости:

$$\int_0^\infty \frac{U-u}{u_*}\,dy = \delta^* U^+. \tag{7.56}$$

Логарифмическая форма распределения избыточной скорости в таком случае может быть выражена зависимостью

$$U^+ - u^+ = -\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{y}{\delta^* U^+} + K, \tag{7.57}$$

в данном случае равной

$$U^+ - u^+ = -5{,}61\lg\frac{y}{\delta^* U^+} - 0{,}8. \tag{7.58}$$

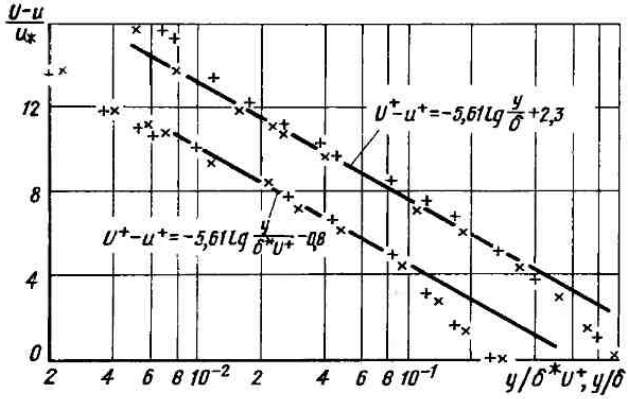


РИС. 7.9. Логарифмические формы профилей избыточной скорости

Сопоставив уравнения (7.50) и (7.58), получим обобщенную зависимость для расчета коэффициента трения пластины при низких уровнях турбулентности внешнего потока:

$$\sqrt{2/c_f} = 5{,}61 \lg \mathrm{Re}_{\delta^*} + 4{,}1. \tag{7.59}$$

Перенос тепла неразрывно связан с передачей количества движения, поэтому анализ закономерностей распределения температуры удобно производить исходя из распределения скорости.

У стенки ввиду значительной вязкости жидкости преобладает молекулярный перенос, а зависимость распределения температуры от расстояния до стенки близка к линейной. Протяженность области молекулярного переноса тепла зависит от температуропроводности жидкости. С удалением от стенки влияние турбулентного переноса становится более ощутимым, особенно при больших Pr [5]. Однако в переходной области между вязким подслоем и логарифмической зоной процессы молекулярного переноса еще оказывают значительное влияние на перенос тепла. За переходной зоной следует область полностью развитого турбулентного течения.

Приведенные на рис. 7.10 экспериментальные результаты указывают на существование явно выраженной зоны с логарифмическим распределением температуры

$$\vartheta^+ = \frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln y^+ + C_q(\mathrm{Pr}). \tag{7.11}$$

Средние экспериментальные значения коэффициентов в уравнении (7.11), а также чисел Re_{x-x_0} представлены в табл. 7.1.

Согласно теории, величина Pr_t в пределах полностью турбулентной части закона стенки не должна зависеть от расстояния до стенки и от физических свойств жидкости.

Как видно из табл. 7.1, эксперименты, проведенные при изменении Pr в пределах двух порядков, дают сравнительно слабое изменение величины Pr_t.

Величина коэффициента C_q сильно зависит от Pr, что главным образом связано с различной теплопроводностью в вязком подслое.

Существование зоны с логарифмическим распределением температуры указывает на возможность описания переноса тепла длиной пути переме-

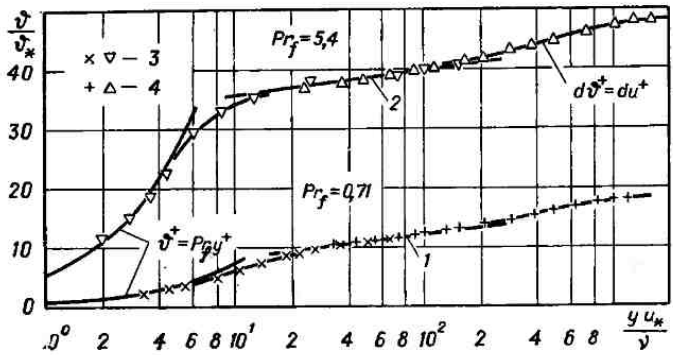


РИС. 7.10. Профили температуры в потоках воздуха и воды

1 — $\vartheta^+ = 4{,}2 \lg y^+ + 3{,}9$;
2 — $\vartheta^+ = 4{,}6 \lg y^+ + 31$;
3 — измерения микротермопарой;
4 — измерения дифференциальной термопарой

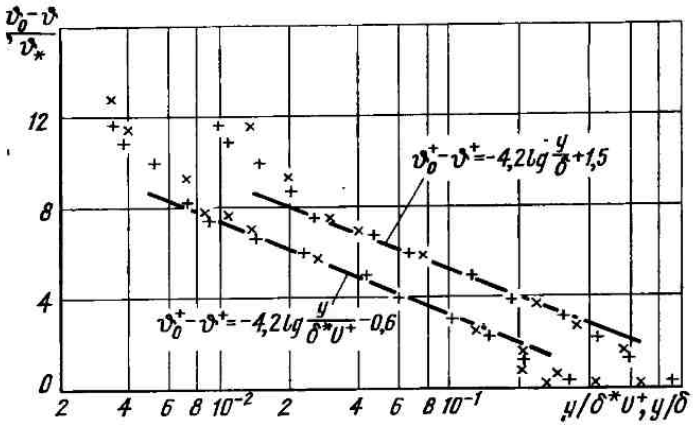


РИС. 7.11. Логарифмическая форма профилей избыточной температуры в потоке воздуха

шивания, имеющей следующий вид в этой зоне пограничного слоя:

$$l_q = \frac{\varkappa}{\mathrm{Pr}_t} y. \tag{7.60}$$

Поэтому для описания профиля температуры в зоне действия закона стенки можно рекомендовать зависимость (7.39), из которой легко получить выражение для C_q. При $y^+ > 25$ формула (7.39) совпадает с зависимостью логарифмического распределения температуры (7.11). В табл. 7.1 наряду с экспериментальными данными C_q (Pr) приведены результаты расчета по уравнению (7.39). Сравнение этих данных дает удовлетворительное совпадение,

Таблица 7.1

Значения постоянных $\mathrm{Pr}_t/\varkappa$ и C_q в уравнении (7.11)

Pr	$\mathrm{Re}_{x-x_0} \cdot 10^{-5}$	$\mathrm{Pr}_t/\varkappa$	C_q	C_q по (7.39)	Pr	$\mathrm{Re}_{x-x_0} \cdot 10^{-5}$	$\mathrm{Pr}_t/\varkappa$	C_q	C_q по (7.39)
0,71	3—10	1,83	3,8	3,8	55	3—9	2,1	162	165
3,0	7—44	1,95	20,0	20	64	3—9	2,1	194	198
5,4	3—24	2,0	31,5	31					

поэтому при расчетах C_q целесообразнее применять эту формулу, построенную на гипотезе о длине пути перемешивания, чем другие эмпирические предложения.

Во внешней части пограничного слоя распределение температуры хорошо описывается законом дефекта температуры (рис. 7.11). В этой зоне пограничного слоя преобладает турбулентный перенос и влиянием молекулярного переноса можно пренебречь. В связи с этим распределение избытка температуры в потоке различных жидкостей должно иметь одинаковую форму, т. е. не должно зависеть от Pr.

Для логарифмической зоны пограничного слоя распределение избытка температуры выражается в следующей форме:

$$\vartheta_0^+ - \vartheta^+ = -\frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln \frac{y}{\delta} + B_q. \tag{7.61}$$

Величина B_q является универсальной постоянной, как и в случае распределения избыточной скорости. При обтекании пластины потоком воздуха (рис. 7.11) уравнение приобретает следующий вид:

$$\vartheta_0^+ - \vartheta^+ = -4{,}2 \lg \frac{y}{\delta} + 1{,}5. \tag{7.62}$$

При обобщении данных по распределению избыточной скорости точнее и удобнее использовать параметр, составленный на основе толщины вытеснения. Тогда распределение избыточной температуры

$$\vartheta_0^+ - \vartheta^+ = -\frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln \frac{y}{\delta^* U^+} + K_q \tag{7.63}$$

для случая, приведенного на рис. 7.11, примет вид:

$$\vartheta_0^+ - \vartheta^+ = -4{,}2 \lg \frac{y}{\delta^* U^+} - 0{,}6. \tag{7.64}$$

Формулы (7.62) и (7.64) являются универсальными зависимостями, отражающими закон следа для распределения температуры в потоке воздуха. В потоках воды и трансформаторного масла величина Pr_t имеет другие значения, поэтому с изменением Pr постоянные в уравнениях (7.62) и (7.64) несколько изменяются, хотя и весьма незначительно, что указывает на независимость распределения избыточной температуры от Pr.

При сопоставлении профилей скорости и температуры во внешней части пограничного слоя можно заметить, что с приближением к внешней границе пограничного слоя градиенты профилей du^+/dy^+ и $d\vartheta^+/dy^+$ становятся одинаковыми. По-видимому, большие вихри, существующие в этой области течения, придают переносу характер, близкий к конвективному переносу больших масс жидкости.

При $\mathrm{Tu} < 0{,}1\%$ наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных данных по трению и теплоотдаче получается при $\Lambda = 0{,}085 \div 0{,}09$ и постоянном значении $\mathrm{Pr}_t = 0{,}9$. Отсюда следует, что среднее значение Pr_t в потоке воздуха несколько больше, чем в логарифмической зоне. При $\mathrm{Pr} > 1$ значение Pr_t увеличивается и в логарифмической зоне, что совпадает с результатами расчетов [20], указывающими на увеличение Pr_t вблизи стенки.

Сопоставление универсальных распределений температуры (7.11) и (7.63) с учетом того, что $\mathrm{St} = 1/U^+\vartheta_0^+$ и $c_f = 2/U^{+2}$, позволяет получить об-

общенную зависимость для фактора аналогии, связывающего теплообмен с трением:

$$\frac{\sqrt{c_f/2}}{\mathrm{St}} = \frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln \mathrm{Re}_{\delta^*} + C_q(\mathrm{Pr}) + K_q. \tag{7.65}$$

Величина K_q является универсальной постоянной для определенного уровня турбулентности внешнего потока. Ее значение, полученное из расчетов при $\mathrm{Tu} \to 0$, составляет 0,2. Функцию $C_q(\mathrm{Pr})$ можно выразить аналитически, воспользовавшись результатами работы Б. А. Кадера и А. М. Яглома [24], согласно которой

$$C_q = a_1 \mathrm{Pr}^{1-n} + \frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln \mathrm{Pr} + a_2. \tag{7.66}$$

Эта формула получена на основе анализа теплообмена в двух предельных случаях: $\mathrm{Pr} \to \infty$ и $\mathrm{Pr} \ll 1$.

В первом случае основное сопротивление теплообмену сосредоточено в вязком подслое у стенки, где коэффициент турбулентного обмена ε_τ/ν возрастает с удалением от стенки пропорционально $y^{1/n}$. Показатель этой функции может быть определен из экспериментальных данных по теплообмену при очень больших Pr согласно зависимости $\mathrm{Nu} \infty \mathrm{Pr}^n$. Данные показывают, что значение показателя степени n может быть принято равным $^1/_3$. Это следует и из наших расчетных данных при $\mathrm{Pr} \to \infty$. Коэффициент a_1 определяется величиной показателя степени, т. е. при указанном выше его значении $a_1 = 12{,}5$.

Во втором предельном случае при $\mathrm{Pr} \ll 1$ первый член уравнения (7.66) мал и для определения вида функции $C_q(\mathrm{Pr})$ были использованы экспериментальные данные по теплоотдаче в жидких металлах. Предложено эмпирическое выражение типа логарифмической функции. Коэффициент a_2 определяли путем расчета профилей температуры, из которых подбирали величины C_q при различных Pr. С учетом сказанного формула (7.66) приобретает вид

$$C_q = 12{,}5\,\mathrm{Pr}^{2/3} + 4{,}5 \lg \mathrm{Pr} - 7{,}4. \tag{7.67}$$

На рис. 7.12 приведено сопоставление зависимостей $C_q(\mathrm{Pr})$, полученных экспериментально и теоретически при различных Pr. Предлагаемая в работе [24] функция $C_q(\mathrm{Pr})$ совпадает с кривой нашего теоретического расчета. Необходимо отметить, что полученная функция $C_q(\mathrm{Pr})$ универсальна и имеет немаловажное значение при анализе турбулентного тепло-

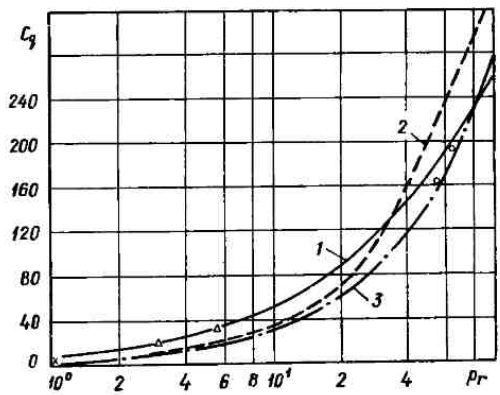


РИС. 7.12. Сравнение постоянной C_q, полученной в эксперименте (значки), с расчетом и с теоретическими данными работ различных авторов [5]

1 — расчет,
2 — данные Неумана [25],
3 — данные Фортье [26]

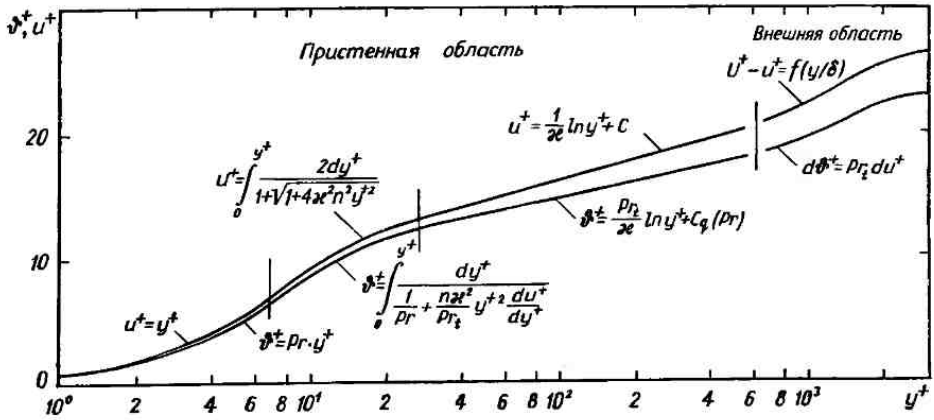


РИС. 7.13. Изменения скорости и температуры по глубине турбулентного пограничного слоя

обмена. При теоретических расчетах она может служить в качестве количественной характеристики сопротивления подслоя теплообмену, а в экспериментах — функцией, с помощью которой можно проследить реакцию подслоя на различные возмущения. Окончательно обобщенную зависимость (7.65) для расчета теплообмена можно записать в следующем виде:

$$\frac{\sqrt{c_f/2}}{\mathrm{St}} = 4{,}5 \lg(\mathrm{Re}_{\delta^*}\,\mathrm{Pr}) + 12{,}5\,\mathrm{Pr}^{2/3} - 7{,}2. \qquad (7.68)$$

При использовании в расчетах толщины потери количества движения следует применять зависимость между $\mathrm{Re}_{\delta^{**}}$ и Re_{δ^*}, получаемую из соотношения

$$\delta^*/\delta^{**} = U^+/(U^+ - 6{,}1).$$

Подобно выводу формулы (7.65), можно получить обобщение и по числу Re, определенному по длине $x - x_0$. В этом случае необходимо использовать закон избытка температуры в виде зависимости (7.61). Анализ автомодельности развития пограничного слоя по длине пластины указывает на пропорциональность $\delta \infty (x - x_0)/U^+$, и в уравнении (7.61) можно заменить толщину пограничного слоя длиной $x - x_0$. Тогда, сложив (7.61) с (7.11) и использовав функцию (7.66), получим

$$\frac{\sqrt{c_f/2}}{\mathrm{St}} = 4{,}5 \lg\left(\mathrm{Re}_{x-x_0}\frac{c_f}{2}\,\mathrm{Pr}\right) + 12{,}5\,\mathrm{Pr}^{2/3} - 6. \qquad (7.69)$$

Расчетные данные обобщаются приведенными формулами с максимальным отклонением $\pm 6\%$.

Вышеизложенное позволяет отразить распределения скорости и температуры по глубине пограничного слоя в виде схемы, показанной на рис. 7.13. Для некоторых случаев течения, например течения за препятствиями, течения при переменном градиенте давления, когда воздействие постоянно изменяется, подобия в распределениях скорости и температуры не существует. В других случаях с достаточно хорошим приближением можно говорить о местном подобии, которое, однако, имеет более сложную природу, чем при ламинарном течении.

7.5. Влияние переменных физических свойств жидкости

Интенсификация теплообмена приводит к большим потокам тепла, а в условиях больших градиентов температуры существенно изменяются физические свойства жидкостей поперек пограничного слоя. В таких случаях возможности использования закономерностей, отражающих перенос тепла при незначительных температурных напорах, ограничиваются.

Существующие данные показывают, что величина воздействия зависит от величины температурного перепада между стенкой и потоком жидкости, направления теплового потока, чисел Re и Pr. Целесообразно рассмотреть отдельно закономерности переноса в потоках капельных жидкостей и газов при их переменных физических свойствах. В первом случае с изменением температуры изменяется в основном вязкость жидкости, которая сильно уменьшается с увеличением температуры. В то же время у многих жидкостей величины ρ, c_p и λ изменяются весьма слабо или же имеют различный характер изменения. Поэтому влияние температурного фактора можно выразить через отношения ν_w/ν_f или $\mathrm{Pr}_w/\mathrm{Pr}_f$, которые, как показывает практика, хорошо обобщают экспериментальные данные в широком диапазоне Re и Pr. Вопросы влияния переменных физических свойств газа подробнее рассмотрены в разд. 7.6.

Исследование закономерностей переноса импульса и тепла в пограничном слое в условиях сильного изменения вязкости жидкости проводились автором совместно с Р. В. Улинскасом и А. А. Шланчяускасом [5, 27].

На рис. 7.14 приведены результаты измерений профилей скорости в потоке глицерина при изменении вязкости по глубине пограничного слоя $\nu_w/\nu_f = 12{,}6$. Эти измерения проведены на водоохлаждаемой пластине, вмонтированной в канал сечением 56 × 61 мм, обтекание которой, как видно из рис. 7.14 по профилю скорости, более соответствовало течению в трубе. На рисунке штрихпунктирной линией нанесен профиль, при обобщении которого динамическая скорость u_* соответствовала изотермическому случаю течения, а кинематический коэффициент вязкости в yu_*/ν был рассчитан по температуре набегающего потока. В этом случае, сравнивая деформированный профиль с изотермическим, можно проследить деформацию первичного профиля. Как видно, профиль деформируется вблизи стенки, а логарифмическая его часть смещается почти параллельно.

Таким образом, при переменной вязкости деформируется та часть пограничного слоя, в которой имеют место значительные молекулярные эффекты. Для вязкого подслоя со средним течением, соответствующим ламинарному течению согласно (7.30), поле скоростей будет определяться зависимостью

$$\frac{u}{u_{*q}} = \int_0^{y_q^+} \frac{\nu_f}{\nu}\, dy_{fq}^+, \tag{7.70}$$

где индекс q означает, что динамическая скорость соответствует фактическому трению в условиях теплообмена. По уравнению (7.34) можно определить распределение скорости в условиях переменной вязкости для всей зоны действия закона стенки, но для этих условий необходимо принять дополнительное предположение о ходе функции для демпфирующего фактора. Сравнение расчетных профилей скорости с деформированными, приведенными в этом разделе, а также использование результатов по местному теплообме-

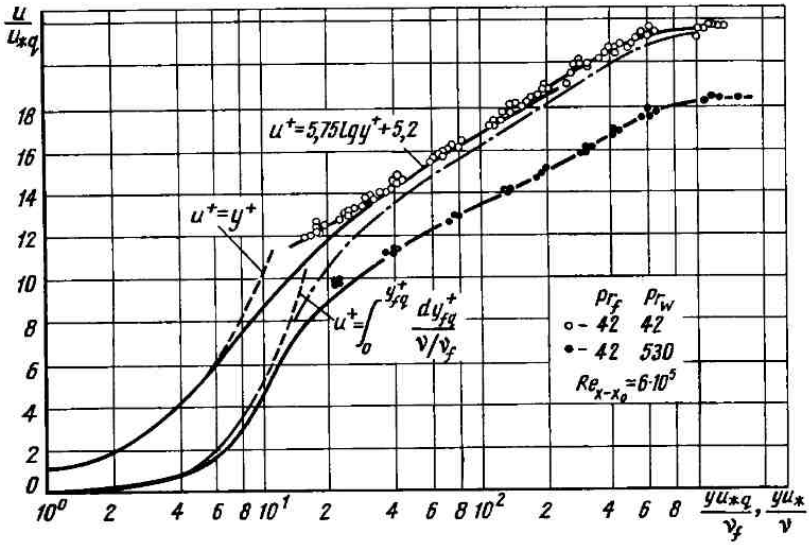


РИС. 7.14. Деформация профиля скорости при охлаждении потока глицерина

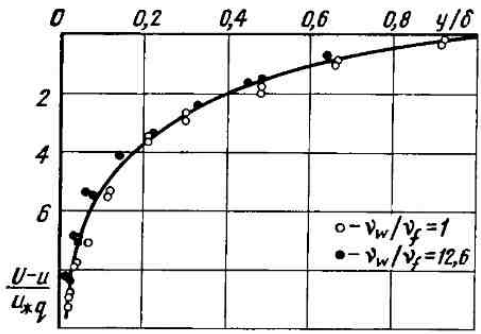


РИС. 7.15. Распределение дефекта скорости при течении в изотермических условиях и в условиях охлаждения потока глицерина

ну пластины в условиях переменных физических свойств привели к предположению, что демпфирующий фактор в уравнении (7.34) целесообразно определять по местной динамической характеристике u/u_{*q}, используя как основу функцию $n(u^+)$ для изотермического случая.

Внешняя часть пограничного слоя, где избыточная скорость выражается в виде зависимости от безразмерного расстояния y/δ, в условиях переменной вязкости не претерпевает заметной деформации (рис. 7.15). Это согласуется с закономерностями, которые определяют локальное подобие профилей во внешней части пограничного слоя и соответствует, например, тому факту, что закон дефекта скорости для гладких и шероховатых поверхностей одинаков.

В условиях теплообмена, когда вязкость изменяется с изменением температуры, трение на стенке приобретает другое значение. Его можно определить по измеренному профилю скорости на основе уравнения потери количества движения, приведенного к безразмерному виду (7.13). Для течения с переменной вязкостью в нашем экспериментальном случае предполагалось, что Re_{x-x_0} остается постоянным для случаев изотермического течения и течения с теплообменом, т. е. влияние больших тепловых потоков незначи-

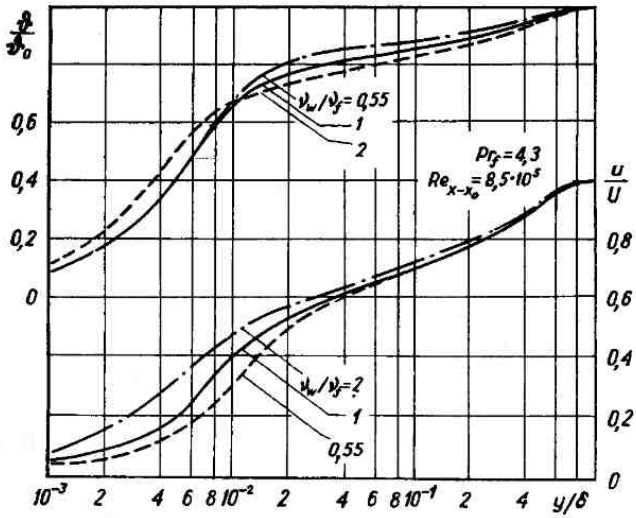


РИС. 7.16. Расчетные данные по деформации профилей скорости и температуры при нагревании потока воды

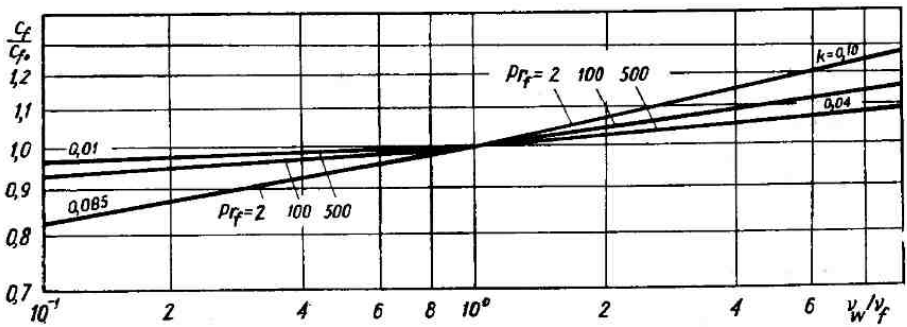


РИС. 7.17. Влияние числа Pr_f и направления теплового потока на коэффициент трения пластины

тельно изменяет как место и характер перехода от ламинарного течения к турбулентному, так и положение виртуального начала турбулентного пограничного слоя x_0. При этом необходимо иметь в виду, что скорость набегающего потока и его температура поддерживались постоянными.

По измеренным профилям скорости в потоке глицерина, в котором ввиду сильного охлаждения деформация профиля скорости больше, был определен коэффициент трения. С этой целью уравнение (7.13) решалось относительно $U^+ = \sqrt{2/c_f}$, причем число Re_{x-x_0} и профиль скорости $u(y)$ определялись экспериментально как для изотермического случая, так и для случая охлаждения. Полученная зависимость для изменения коэффициента трения имеет следующий вид:

$$c_f/c_{f_0} = (\nu_w/\nu_f)^{0,12}. \tag{7.71}$$

Влияние переменных физических свойств на профиль скорости для различных направлений теплового потока и значений Pr различно. Это связано с характером распределения температуры. Если жидкость нагревается, то вязкость и тем самым Pr у стенки становятся меньшими, вследствие чего профиль температуры более рассредоточен по толщине пограничного слоя

(рис. 7.16), чем в случае охлаждения потока. Из этого следует, что при охлаждении жидкости степень изменения трения меньше, чем при нагревании.

При турбулентном обтекании трение и отвод тепла определяются ядром пограничного слоя, а вязкий подслой выступает в роли утолщения стенки, поэтому теплообмен и трение в обобщенных зависимостях удобнее рассматривать, пользуясь числами подобия, определенными по температуре набегающего потока. Обобщение расчетных результатов по коэффициенту трения (рис. 7.17) уравнением

$$c_f/c_{f_*} = (\nu_w/\nu_f)^k \tag{7.72}$$

показывает, что показатель степени k зависит от направления теплового потока и величины Pr_{f_*}.

Расчеты при разных Re дают аналогичный результат. Необходимо отметить, что значение c_f/c_{f_*} определено при одних и тех же числах $\mathrm{Re}_{f(x-x_*)}$.

7.6. Особенности переноса в потоке газа

Как отмечалось, закономерности теплопереноса в газовых средах имеют свои особенности по сравнению с капельными жидкостями. В отличие от капельных жидкостей, у которых в основном изменяется вязкость с температурой, все физические свойства газов сильно и однозначно зависят от изменения температуры. Вязкость газов в первом приближении пропорциональна квадратному корню из абсолютной температуры, а плотность сильно уменьшается с ростом температуры. Теплопроводность газов также сильнее зависит от температуры, чем теплопроводность капельных жидкостей. Это приводит к более сложным закономерностям влияния переменных физических свойств, которые нельзя однозначно выразить посредством отношения температур $\psi = T_w/T_f$. Чтобы описать теплообмен при переменных физических свойствах, необходимо сначала установить форму введения физических параметров в уравнение подобия. Хорошо известны в этом отношении работы Б. С. Петухова с сотр. [20]. Проведению анализа способствуют предложения В. Макарявичюса [28] о введении симплексов физических свойств

$$\rho_f\lambda_f/\rho_w\lambda_w, \quad \rho_f\mu_f/\rho_w\mu_w, \quad c_{pf}/c_{pw}, \quad \rho_f/\rho_w, \ldots \tag{7.73}$$

в соответствующих степенях, которые позволяют более точно оценить влияние переменности физических свойств.

Анализ ранних теоретических и экспериментальных работ при внешнем обтекании проведен Чи и Сполдингом [29]. Полученные данные, а также данные последних работ [15, 28, 30—32] показывают, что в случае нагревания потока газа воздействие переменности физических свойств больше, чем при его охлаждении. Очевидно, некоторую роль в установлении такой зависимости играют эффекты ламинаризации течения при нагреве газа и турбулизации при его охлаждении.

Отмечается значительное расхождение в расчетных и экспериментальных данных работ различных авторов, особенно в случае охлаждения (рис. 7.18). Это можно объяснить различиями в методиках расчетов и недостаточностью экспериментальных данных по теплообмену при больших и малых значениях ψ и особенно по структурным характеристикам высокотемпературного потока газа.

Согласно данным работы Ю. В. Вилемаса и сотр. [32], в условиях нагревания потока воздуха изменение физических свойств не меняет закономер-

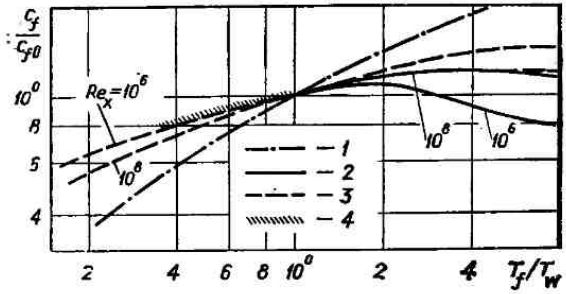


РИС. 7.18. Влияние температурного фактора на коэффициент трения пластины в потоке воздуха

Расчетные данные: *1* — по [8], *2* — по [15], *3* — по [31]; экспериментальные данные *4* при $Re_x = 10^6$ [32].
При $T_f/T_w < 1$ кривые *2* и *3* совпадают

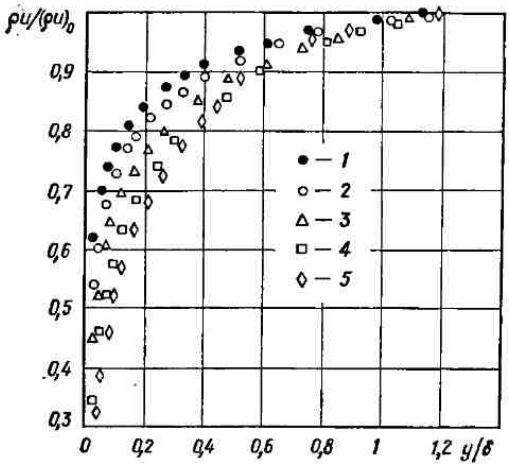


РИС. 7.19. Влияние переменных физических свойств жидкостей на профиль массовой скорости при $Re_x = 1{,}6 \cdot 10^6$ и $\psi = T_w/T_f = 1{,}0$ (*1*), 1,2 (*2*), 1,6 (*3*), 2,2 (*4*), 2,7 (*5*)

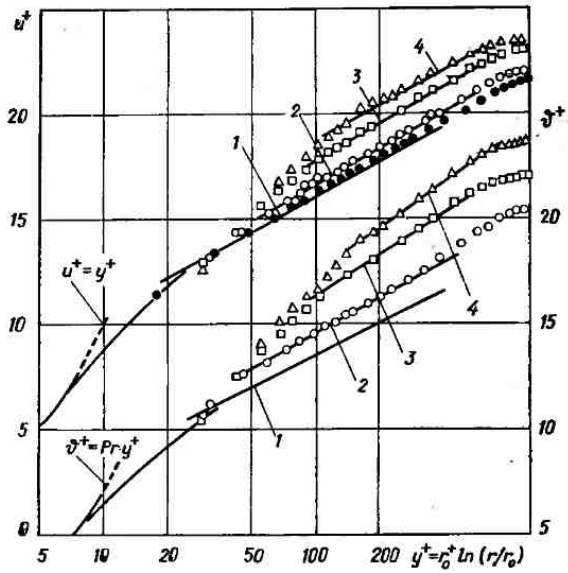


РИС. 7.20. Влияние переменных физических свойств среды на профили скорости $u^+ = 5{,}6 \lg y^+ = 4{,}9$ и температуры $\vartheta^+ = 5{,}1 \lg y^+ + 3{,}3$ при $Re_x = 1{,}6 \cdot 10^6$ и $\psi = 1{,}0$ (*1*), 1,2 (*2*), 2,1 (*3*), 2,7 (*4*)

r_0 — радиус кривизны теплоотдающей поверхности

ностей $u/U = f(y/\delta)$ и $\vartheta/\vartheta_0 = f(y/\delta)$, но сильно деформирует профиль массовой скорости (рис. 7.19). При нагреве газа величина ρ убывает с приближением к стенке, поэтому профиль массовой скорости оказывается менее заполненным.

Если в изотермическом потоке влияние вязкости ограничено областью вязкого подслоя и переходной зоны, то с ростом ψ ее влияние проявляется все дальше от стенки (рис. 7.20) и переходная зона увеличивается. В логарифмической зоне переменность физических свойств проявляется только как параллельный сдвиг профиля скорости в координатах закона стенки при сохранении постоянства $\varkappa = 0{,}41$.

На рис. 7.20 значения физических параметров, которые учтены в величинах ϑ^+ и y^+, принимались по T_f, а изменение вязкости по глубине пограничного слоя составляло $\approx 6{,}2$. Профили температуры не только смещаются, но изменяется их наклон в логарифмической зоне, что при общепринятом рассмотрении означает увеличение Pr_t.

Изменение Pr_t в логарифмической зоне следует зависимости

$$\mathrm{Pr}_t = 0{,}9 + 0{,}2\,(\psi - 1). \tag{7.74}$$

С ростом Re_x толщина пограничного слоя уменьшается и во внешней зоне пограничного слоя все более проявляется увеличение градиента температуры.

Анализ расчетных данных о распределении температуры по методике работы [19] показал, что средние значения Pr_t увеличиваются еще больше, чем в логарифмической зоне. Это увеличение составляет от 0,94—1,23 до 1,12—1.49 при изменении ψ от 1,2 до 2,7 и обусловлено все более усиливающимся расхождением в градиентах скорости и температуры. Оно указывает на то, что влияние переменности физических свойств при нагревании проявляется как ослабление эффективности «переносных свойств» потока в условиях сильно стратифицированной среды.

Весьма примечателен тот факт, что при использовании в качестве определяющей величины толщины вытеснения данные по поверхностному трению и теплоотдаче обобщаются теми же зависимостями, что и при $\psi = 1$. Для поверхностного трения

$$c_f = 0{,}021\mathrm{Re}_{\delta^*}^{-0{,}2}. \tag{7.75}$$

Это является следствием того, что выражение для δ^* уже включает в себя изменение массовой скорости по глубине пограничного слоя

$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - \rho u/\rho U)\,dy, \tag{7.76}$$

т. е. учитывает уменьшенный перенос импульса из-за изменения ρ.

В случае охлаждения высокотемпературного потока газа [15] отмечаются явно противоположные тенденции изменения соотношения между переносом импульса и тепла. Эти заключения основаны на анализе только данных по теплоотдаче, поэтому подробнее этот вопрос рассмотрен в гл. 9. Вывод точных количественных отношений для $\mathrm{Pr}_t(\psi)$ осложнен большой турбулентностью высокотемпературного потока, которая сильно влияет на значение Λ.

Рассмотренные данные указывают на весьма важные особенности теплопереноса, заключающиеся в зависимости Pr_t от граничных тепловых усло-

вий. При построении методики расчета на основе гипотезы о длине пути перемешивания особое внимание необходимо обратить на определение демпфирующего фактора, который, как было показано при анализе данных для капельных жидкостей, следует принимать по локальным значениям u_{*q}, и на экспериментальное измерение характеристик турбулентности потока. Иначе задача становится неоднозначной.

7.7. Влияние шероховатости поверхности

Использование шероховатых поверхностей является одним из способов интенсификации теплоотдачи. В настоящее время накоплен обширный материал, выявлены некоторые общие закономерности процесса переноса импульса и тепла [33—35]. Однако получить обобщающие зависимости весьма трудно ввиду разнообразия форм и расположения используемых элементов шероховатости.

Турбулентный пограничный слой представляет систему, в которой перенос импульса и тепла определяется крупномасштабным вихревым перемешиванием. Это в полной мере относится к турбулентному ядру, занимающему область по y/δ от 0,1 до 0,4, где превалируют перевороты — опускающиеся и поднимающиеся перетоки масс жидкости [36]. Они определяют закономерности обмена во внешней области пограничного слоя. Для шероховатой поверхности крупномасштабная структура турбулентного ядра остается качественно такой же, только увеличиваются интенсивность завихрения и частота появления вихрей. В пределах точности эксперимента закон дефекта скорости $U^+ - u^+ = f(y/\delta)$ остается универсальным для гладкой и шероховатой поверхностей при отсутствии возмущений внешнего потока.

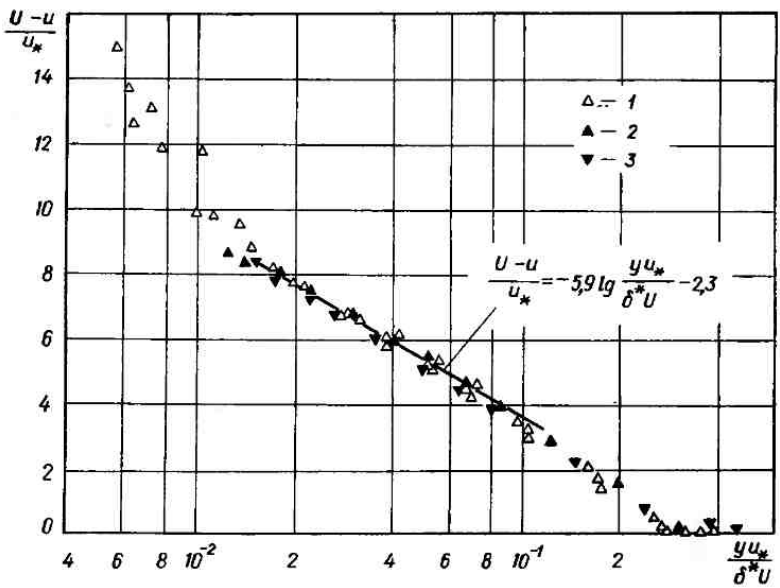
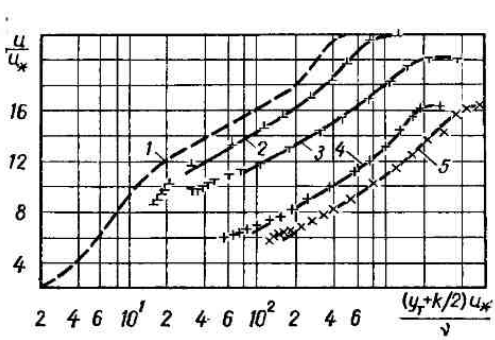


РИС. 7.21. Профили дефекта скорости в гладком и шероховатом каналах по данным [37]
1 — гладкая поверхность, *2* — $k^+ = 49{,}5$, *3* — $k^+ = 110$



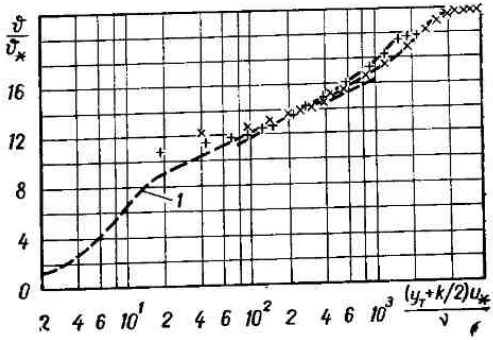


РИС. 7.22. Смещение профиля скорости на шероховатой поверхности в потоке воздуха
1 — гладкая поверхность, *2* — $k^+ = 10$, *3* — 32, *4* — 89, *5* — 187; y_T — расстояние от вершины элемента шероховатости

РИС 7.23. Профили температуры в пограничном слое на шероховатой поверхности
1 — гладкая поверхность, плюсы — $k^+ = 89$, крестики — $k^+ = 187$

Эксперименты по исследованию обтекания и теплоотдачи гладкой и шероховатой пластин, проведенные С. И. Барткусом и др. [37], подтвердили указанную универсальность (рис. 7.21). Применяемая в экспериментах шероховатость была близка к песочной, а ее элементы представляли собой пирамиды высотой 0,22 и 1,40 мм с отношением высоты к расстоянию между параллельными образующими основания 0,35 и соотношением диагоналей 0,58. Нагреваемые пластины были изготовлены из фольги, и закон тепловыделения соответствовал условию $q_w = \text{const}$.

Распределение температуры во внешней области пограничного слоя, как и в случае гладкой поверхности, является универсальным, не зависящим от шероховатости. Основное различие между течением на шероховатой и гладкой поверхностях проявляется в создании элементами шероховатости добавочных касательных напряжений и в особенностях обмена в зоне между элементами шероховатости. О влиянии дополнительных касательных напряжений можно судить по измеренным профилям скорости и температуры в универсальных координатах закона стенки (рис. 7.22 и 7.23).

Профили скорости из-за сильного увеличения поверхностного трения сильно смещаются. В то же время перенос тепла определяется завихренностью, которая переносит тепло с почти такой же интенсивностью, как пристенная турбулентность на гладкой пластине.

Если в логарифмической области распределения скоростей выделить плоскость, параллельную стенке, то через нее будут передаваться τ_Σ и q_Σ, что для гладкой стенки соответствует величинам τ_w и q_w. Вниз от логарифмической области течение определяется отрывными зонами и вязкостным течением у стенки. Значения τ_w и q_w могут быть равны или меньше τ_Σ и q_Σ в зависимости от того, какой режим проявления шероховатости имеет место — полный или частичный. Поэтому для описания переноса в этой области необходимо детальное познание структуры течения, в котором важную роль играет параметр шероховатости ku_*/ν, который учитывает соотношение сил давления в окрестности элементов шероховатости и вязкостных сил в суммарной величине τ_Σ.

Известно, что при $ku_*/\nu < 5$ элементы шероховатости полностью погру-

жены в вязкий подслой и не влияют на закономерности переноса. При $ku_*/\nu > 70$ устанавливается режим полного проявления шероховатости. В диапазоне ku_*/ν от 5 до 70 происходит частичное ее проявление. При любом $ku_*/\nu > 5$ общеизвестная универсальность в распределении скорости у стенки (7.50) нарушается и профиль смещается на величину $\Delta u/u_* = f(ku_*/\nu)$, определяемую конкретной геометрией шероховатости. Для области логарифмического распределения скорости

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C - \frac{\Delta u}{u_*}. \tag{7.77}$$

В режиме полного проявления шероховатости распределение осредненной скорости не зависит от вязкости и следует зависимости

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{y}{k} + C + D, \tag{7.78}$$

а коэффициент трения не зависит от Re и определяется лишь высотой шероховатости

$$\sqrt{\frac{2}{c_f}} = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{\delta}{k} + C + D + K, \tag{7.79}$$

где D — постоянная в зависимости $\Delta u/u_* = f(k^+)$. Постоянная K определяется законом дефекта скорости (рис. 7.21).

Формулы (7.77)—(7.79) справедливы для широкого класса типов шероховатости, за элементами которой происходит присоединение потока к стенке (рис. 7.24). Если элементы расположены плотно, то между ними возникают застойные зоны и высота k не может быть определяющей геометрической характеристикой. Точно так же действительность зависимостей (7.78) и (7.79) зависит от начала отсчета координаты y. Поэтому определяющим течение и теплообмен параметром необходимо принимать некоторую эффективную толщину вихревого слоя у стенки. Такая оценка приводит к сведению до минимума влияния формы элементов шероховатости. В качестве приближения можно рекомендовать известное предложение об использовании вместо k смещения начала отсчета координаты y от вершины элементов в сторону стенки, при котором сохраняется величина постоянной Кармана $\varkappa = 0{,}41$ в законе стенки для скорости.

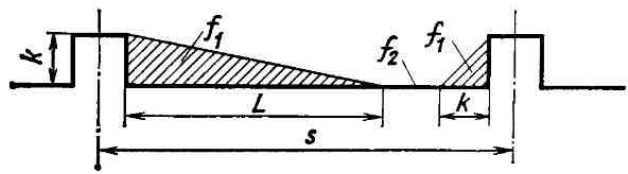


РИС 7.24 Схема вихревых зон в окрестности элементов шероховатости

В теоретических расчетах необходимо учитывать по толщине вихревого слоя тип шероховатости.

В дальнейшем возникает задача моделирования переноса импульса и тепла. Метод расчета на основе длины пути перемешивания развит в работе [38]. Предварительно поверхность была разделена на вихревые зоны и зоны гладкой поверхности, учтено различное распределение τ/τ_w для этих зон и подобраны соответствующие функции для фактора демпфирования. Расчет позволил определить теплоотдачу при $\mathrm{Pr} > 1$. Учет удельной площади вихревых зон в упомянутом методе позволяет учесть увеличение теплоотдающей поверхности, проявляющееся главным образом при $\mathrm{Pr} \gg 1$.

7.8. Влияние поперечной кривизны поверхности

В исследованиях влияния поперечной кривизны обтекаемой поверхности следует всегда учитывать величину отношения толщины пограничного слоя и радиуса тела. При малых значениях этого отношения течение можно считать двумерным. В этом случае закономерности переноса импульса и тепла не отличаются от их выражений для плоской поверхности.

При обтекании тел вращения осевым потоком влияние поперечной их кривизны на характеристики турбулентного пограничного слоя начинает ощутимо проявляться при $\delta/r_0 \geqslant 1$.

Для течения в окрестности стенки появляется дополнительный член в распределении касательных напряжений [39, 40]:

$$\tau/\tau_w = 1/(1 \pm y/r_0), \tag{7.80}$$

который фактически означает, что с уменьшением r_0 в случае выпуклой поверхности градиент касательных напряжений у стенки увеличивается.

По данным исследований продольно обтекаемых цилиндров, проведенных Ю. Вилемасом и Б. Чесной [41], профиль скорости сильно заполняется с ростом кривизны (рис. 7.25).

С увеличением поперечной кривизны при прочих равных условиях уменьшается как толщина δ, так и толщина вытеснения δ^*.

Влияние кривизны на эти параметры примерно одинаково, поэтому, как и для плоской пластины, отношение δ/δ^* остается в пределах от 8 до 9. Возросший градиент скорости увеличивает касательные напряжения вблизи стенки, что при одновременном уменьшении толщины пограничного слоя по сравнению с его толщиной в случае плоской пластины обусловливает преобладание мелкомасштабной структуры потока. Это подтверждено результатами измерений пульсаций давления на стенке плоской пластины и круглых цилиндров.

В плоском потоке эмпирический закон стенки выражается функцией $u^+ = f(y^+)$, где $y^+ = yu_*/\nu$. Однако в случае существенного влияния кривизны его применять нельзя, поскольку координата $y^+ = yu_*/\nu$ не учитывает влияния поперечной кривизны на структуру пограничного слоя. В этой связи понятно стремление многих исследователей тем или иным способом расширить сферу действия закона стенки плоской пластины с целью применения его и для осесимметричного течения. Поэтому для толстого пограничного слоя вдоль поверхности цилиндра предлагается вводить для закона стенки

$$u^+ = f(y^+) \tag{7.1}$$

координату

$$y^+ = \frac{r_0 u_*}{\nu} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = r_0^+ \ln\left(1 + \frac{y}{r_0}\right).$$

С увеличением r_0 координата $y_R = r_0 \ln(1 + y/r_0)$ приближается к y и выражение (7.1) сводится к соотношению для плоской пластины.

Введение координаты $y^+ = r_0^+ \ln(r/r_0)$ позволяет описывать данные для профилей скорости для осесимметричного течения общеизвестным функциональным выражением закона стенки для плоского течения (рис. 7.26). Поток во внешней части пограничного слоя может влиять на пристенную область только через изменение u_*. Можно сочетать выражение (7.1) с хорошо известным из теории пограничного слоя принципом, согласно которому аппроксимации уравнения движения плоского потока действительны и для

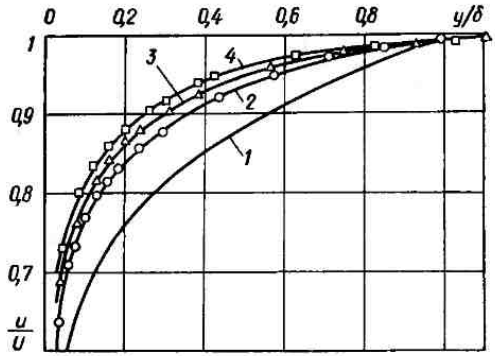
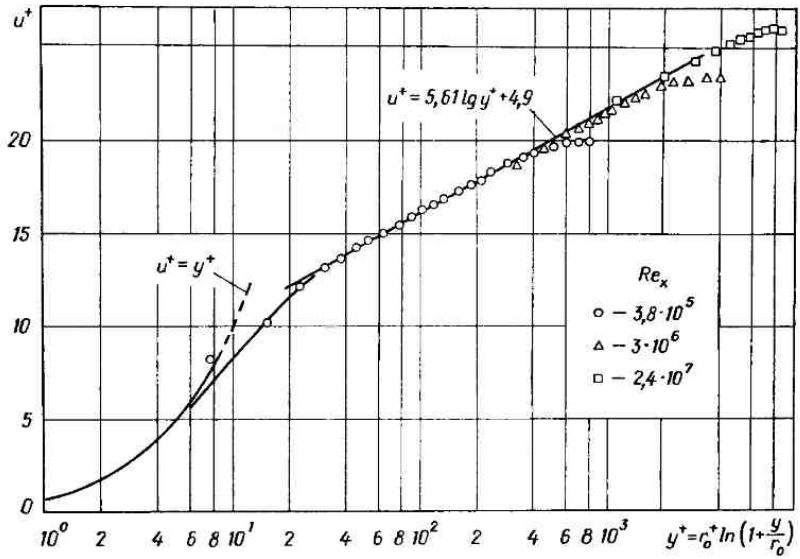


РИС. 7.25. Влияние поперечной кривизны поверхности на профили средней скорости при $Re_x \approx 1{,}5 \cdot 10^6$

1 — плоская пластина,
2 — $r_0 = 7{,}75$,
3 — 5,25,
4 — 2,0 мм

РИС. 7.26. Расширенный закон стенки для цилиндра с $d = 4$ мм при разных Re_x



кривой поверхности, если толщина вязкого подслоя мала по сравнению с величиной r_0. Поэтому в осесимметричном пограничном слое вблизи стенки должна быть область с расширенным законом стенки (7.1), который при $y/r_0 \ll 1$ переходит в закон стенки для плоской пластины. Это хорошо подтверждается полученными нами результатами. Как видно из рис. 7.26, в этих координатах логарифмический участок профиля скоростей, соответствующий переходной области осесимметричного пограничного слоя, хорошо описывается известным эмпирическим выражением для плоской пластины (7.50).

С ростом Re_x внешняя часть профиля простирается все дальше и область, в которой скорость распределяется по логарифмическому закону, становится больше.

Распределение избыточной скорости во внешней части пограничного слоя существенно отличается от универсального ее распределения на пластине.

Радиус поперечной кривизны входит в координату $y_R = r_0 \ln (1 + y/r_0)$. Поэтому в случае пограничных слоев с поперечной кривизной поверхности

для описания дефекта скорости предлагается универсальный параметр $y_R/(\delta^* U^+)$, при использовании которого логарифмическая форма его распределения выражается универсальной зависимостью для плоской пластины:

$$U^+ - u^+ = -5{,}61 \lg \frac{y_R}{\delta^* U^+} + K. \tag{7.57}$$

В этой зависимости значение K для осесимметричных пограничных слоев определяется величиной δ/r_0.

Прирост c_f вследствие влияния поперечной кривизны поверхности хорошо учитывается параметром δ^{**}/r_0 и может быть обобщен зависимостью

$$c_{fr} - c_f = 0{,}0035\,(\delta^{**}/r_0)^{0,5}, \tag{7.81}$$

где c_{fr} — коэффициент трения цилиндра.

Общеизвестная формула

$$c_{fr} = 0{,}0015 + [0{,}2 + 0{,}016\,(x/r_0)^{0,4}]\,\mathrm{Re}_x^{-1/5} \tag{7.82}$$

хорошо описывает данные по поверхностному трению только при $\mathrm{Tu} = 0$, так как не учитывает зависимости толщины пограничного слоя от турбулентности потока.

Указанные изменения закономерностей распределения осредненной скорости в одинаковой степени относятся и к распределению температуры. Отсюда следует, что при $\delta/r_0 \gg 1$ особых структурных изменений переноса импульса и тепла не происходит. Модель турбулентности в первом приближении та же, что и в случае обтекания пластины. Поскольку отклонения обусловлены ситуацией обтекания осесимметричного тела, в уравнениях количества движения содержится дополнительный член касательного напряжения, отражающий влияние кривизны поверхности.

7.9. Влияние турбулентности потока

Влияние турбулентности внешнего потока на теплоперенос в развитом турбулентном пограничном слое долгое время оставалось малоисследованным. Это отчасти обусловлено тем, что при таком режиме течения не было оснований ожидать сильной интенсификации теплообмена. Однако на практике этот эффект проявляется довольно ощутимо. Кроме того, с влиянием турбулентности внешнего потока приходится непосредственно сталкиваться при анализе экспериментальных данных по трению, теплообмену и характеристикам турбулентного переноса. Любой эксперимент в потоках жидкостей или газов осуществляется при определенном уровне внешней турбулентности, которая влияет на распределение скорости во внешней зоне пограничного слоя.

В настоящее время уже имеются достаточно убедительные данные, полученные при обтекании пластины [16, 43—45], при продольном обтекании цилиндра [41, 42], при обтекании профилей турбинных лопаток [46], в условиях завес [47], в высокотемпературном потоке газа на входном участке канала [15] и др., которые свидетельствуют о сильном влиянии Tu на теплоперенос.

Особенности этого влияния целесообразнее проследить на обтекании пластины и сопоставить с данными, полученными в других случаях обтекания. Согласно данным работы [16], под воздействием Tu профили средней скорости заполняются (рис. 7.27) вследствие усиления турбулентного пере-

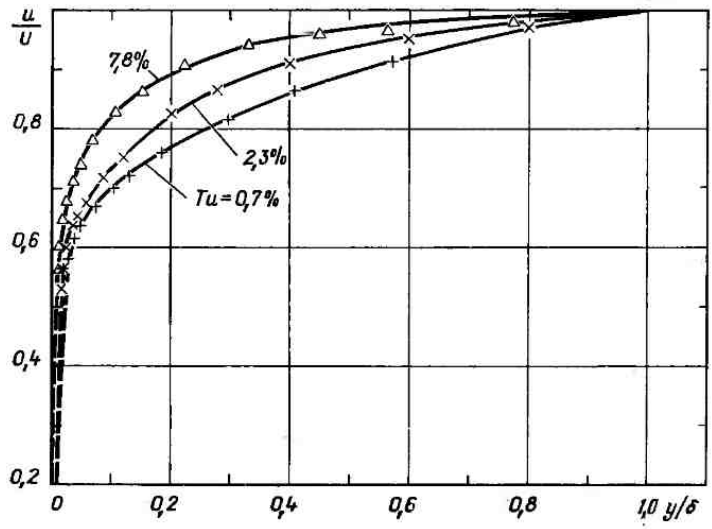


РИС. 7.27. Распределение скорости по глубине пограничного слоя при разных Tu

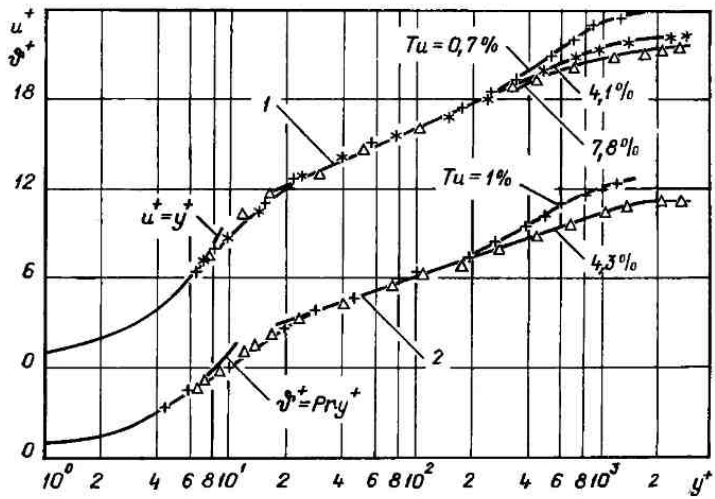


РИС. 7.28. Пристенное подобие в распределениях скорости и температуры при разных значениях Tu

1 — зависимость (7.50), *2* — (7.11) при γC_q (Pr) = 3,8

мешивания в пограничном слое, которое способствует более сильному обмену импульсом между соседними слоями жидкости в условиях турбулизированного внешнего потока, нежели при перемежающихся ламинарном и турбулентном течениях на внешней границе пограничного слоя при Tu = 0. Этим обусловлена основная деформация внешней зоны при сохранении пристенного подобия в распределении скорости и температуры (рис. 7.28).

Лишь при значительном увеличении Tu (более 4%) зона логарифмического распределения начинает незначительно сокращаться.

Увеличение турбулентного перемешивания способствует вовлечению новых масс жидкости в пограничный слой, и его толщина сильно возрастает.

Эти данные согласуются с результатами работы [45], в которой темп роста толщины пограничного слоя выражен зависимостью

$$(d\delta/dx)/(d\delta/dx)_{\mathrm{Tu}\approx 0} = 1 + 0{,}1\ \mathrm{Tu} + 0{,}0003\ \mathrm{Tu}^2. \qquad (7.83)$$

Изменение распределения скорости во внешней зоне пограничного слоя приводит к сильной зависимости постоянных в уравнениях дефекта скорости (7.54) и (7.57) от уровня Tu (рис. 7.29). Наиболее резкое уменьшение постоянных происходит до Tu = 4 ÷ 5%, затем его темп падает, и они приближаются к постоянной величине, не зависящей от Tu. Это показывает, что воздействие Tu на средние профили имеет асимптотический предел.

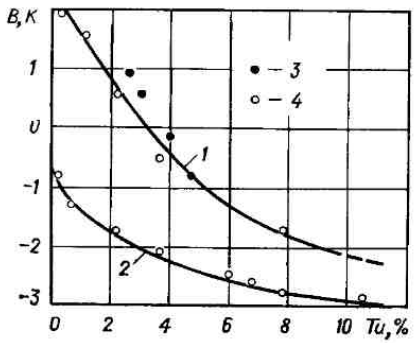


РИС. 7.29. Изменение постоянных в уравнениях дефекта скорости

1 — зависимость (7.54), *2* — зависимость (7.57), *3* — данные [45], *4* — данные [16]

Увеличение поверхностного трения пластины в диапазоне Tu до 10% обобщается зависимостью

$$c_f/c_{f_0} = 1 + 0{,}25\ \mathrm{th}\ (0{,}2\ \mathrm{Tu}). \qquad (7.84)$$

Как показывает анализ экспериментальных данных, увеличение поверхностного трения сопряжено с изменением формы профиля средней скорости (рис. 7.30). Поэтому до Tu = 8% практически оправдано применение формулы Людвига—Тильмана для расчета поверхностного трения.

Рассмотренные данные хорошо коррелируют с результатами измерений, полученными для плоской пластины [43, 44] и при продольном обтекании круглых цилиндров [42] (рис. 7.31). Существующие расхождения следует отнести к влиянию характеристик турбулентности внешнего потока, которые зависят от условий генерации внешней турбулентности, течения в канале, значений Re и ряда других факторов.

Экспериментальные данные по коэффициенту трения при продольном обтекании цилиндра обобщены зависимостью, аналогичной зависимости (7.84), значение постоянной перед вторым членом которой равно 0,22. Влияние кривизны учтено по данным, рассмотренным в разд. 7.8.

Учет турбулентности внешнего потока лишь по интенсивности продольной составляющей пульсации скорости — весьма приближенное отражение реальной эффективности турбулентности. Поэтому вполне оправданы исследования, в которых делается попытка изучить весь комплекс характеристик турбулентности [43]. Сюда следует отнести вообще все направления, в которых модель турбулентности отходит от простой связи напряжений Рейнольдса с полем осредненной скорости. Однако в практическом отношении просто и удобно определение Tu по u', величина которой коррелирует с полной кинетической энергией турбулентности. Не является случайностью достаточно хорошее совпадение данных по трению (рис. 7.31), и как будет показано в гл. 9, данных по теплоотдаче.

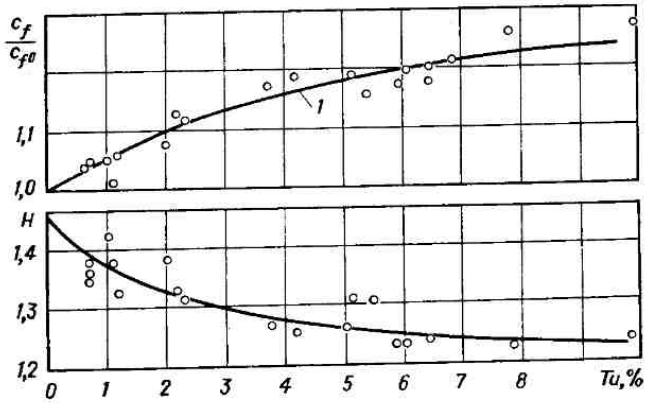
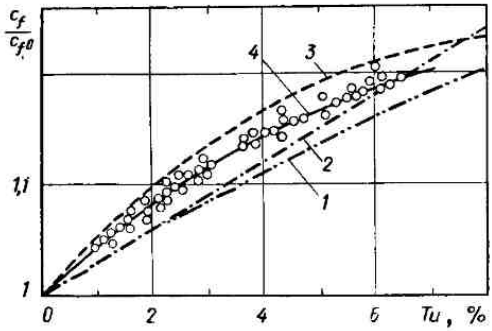


РИС. 7.30. Прирост коэффициента трения и изменение формпараметра H с Tu

1 — зависимость (7.84)



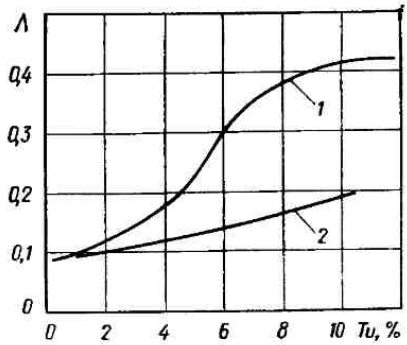


РИС. 7.31. Влияние Tu на поверхностное трение

1 — пластина [43], *2* — то же, [44], *3* — то же, [16], *4* и кружки — цилиндр [42]

РИС. 7.32. Изменение масштаба $\Lambda = L/\delta$ во внешней зоне в зависимости от турбулентности потока

1 — $L/\delta = 0{,}5$, *2* — $L/\delta \geqslant 2$

В ряде работ (в частности, в [16, 44]) указывается на влияние масштаба турбулентности, изменение которого определяется не только характеристикой турбулизирующего устройства, но и размерами каналов, степенью свободы развития пограничных слоев на стенках канала. Отмечено, что максимум влияния Tu проявляется при $L/\delta = 0{,}1 \div 0{,}5$, т. е. когда масштабы вихрей внешней турбулентности соизмеримы с масштабами энергосодержащих вихрей в пограничном слое. Количественная оценка зависимости длины пути перемешивания по методике [19] и по экспериментальным данным работы [16] представлена на рис. 7.32.

Этот анализ еще раз показывает консервативность пристенной зоны к воздействию Tu, которое проявляется в основном во внешней зоне пограничного слоя. В работе [16] предполагается, что с приближением к стенке появляется сложная закономерность снижения влияния Tu, которое следует учитывать некоторыми функциями, введенными в зависимость (7.45). В качестве первого приближения рассмотрена косинусоидальная функция

$$f(y/\delta) = [1 - \cos(\pi y/\delta)]/2, \tag{7.85}$$

обеспечивающая малый вклад Tu в перенос в пристенной зоне, что проверено сопоставлением расчетных и экспериментальных данных по теплоотдаче при Pr = 100. Оказалось, что введение функции (7.85) уменьшает погрешности при Tu > 4%. До Tu = 4% необходимо точное определение зависимости $\Lambda = f$ (Tu), так как в данном диапазоне изменение Λ оказывает сильное влияние на результаты. Кроме того, возможно, что до этих уровней Tu изменение Λ соответствует зависимости (7.44).

На основе сопоставления расчетных и экспериментальных данных по теплоотдаче в потоке воздуха при Tu до 10% установлена зависимость

$$\mathrm{Pr}_t = \mathrm{Pr}_{t_0}\,[1 - 0{,}225\,\mathrm{th}\,(0{,}2\,\mathrm{Tu})], \tag{7.86}$$

где $\mathrm{Pr}_{t_0} = 0{,}9$ при $\mathrm{Tu} \leqslant 0{,}1\%$.

Аналогичные закономерности влияния Tu получены на основе сопоставления расчетных и экспериментальных данных по теплоотдаче в высокотемпературном потоке газа [15]. На этом вопросе подробнее остановимся в разд. 9.6. Установление точных количественных зависимостей осложняется отсутствием непосредственных измерений характеристик турбулентности высокотемпературного потока и сильным влиянием переменности физических свойств.

7.10. Влияние ускорения потока

Ускорение потока на конфузорных участках элементов теплообменных устройств приводит к уменьшению интенсивности турбулентного теплопереноса, обусловленному ламинаризацией потока [46, 48]. В действительности этот термин является условным, так как не отражает происходящего процесса. Рассмотрим ламинаризацию под воздействием отрицательного градиента давления ($dp/dx < 0$) на примере течения в конфузоре с прямолинейными стенками, в котором скорость монотонно возрастает. Это течение относится к определенному подклассу ускоренных течений и обладает их общими признаками. Отдельные детали этого вопроса рассмотрены в работах [49—51], указывающих на целый ряд проблем, возникающих при теоретическом моделировании процессов переноса в ускоренных потоках.

Аналогичное явление может быть вызвано также сильным подогревом потока газов.

Эффект ламинаризации сводится к тому, что под влиянием продольного градиента сил давления процессы переноса импульса и тепла сосредоточиваются в области стенки, в которой превалирующую роль начинают играть вязкие напряжения. Предварительный анализ системы уравнений пограничного слоя (7.22) с учетом граничных условий на стенке и на внешней границе слоя дает общее представление о характеристиках динамического пограничного слоя без привлечения каких-либо замыкающих гипотез. Он указывает, что граничное условие на стенке $\partial\tau/\partial y = dp/dx$ фактически определяет распределение касательного напряжения и скорости в вязком подслое. При значениях $dp/dx = 5000 \div 15\,000$ Па/м отношение τ/τ_w в пристенной области при 0,01 δ убывает до 0,5—0,6, так как конвективные члены составляют лишь 5—7% от значений dp/dx. Большие градиенты касательных напряжений в пристенной области при учете балансового условия $\tau_w = \int_0^\delta (\partial\tau/\partial y)\,dy$ приводят к тому, что на внешнюю область приходится

небольшая доля касательных напряжений и, следовательно, градиент $\partial u/\partial y$ в этой области незначителен.

Из уравнения неразрывности следует, что составляющая скорости V при больших значениях dU/dx на внешней границе слоя может быть приближенно выражена зависимостью

$$V_\delta = \left(-\frac{\delta dp}{dy} - \tau_w\right) \Big/ \rho U. \qquad (7.87)$$

Поток жидкости во внешней области пограничного слоя постепенно переходит в потенциальное течение, описываемое уравнением Бернулли, а толщина пограничного слоя, принимая во внимание, что $V_\delta = (0{,}05 \div 0{,}08)U$, сильно уменьшается (рис. 7.33). Тонкий пограничный слой с интенсивным обменом в пристенной области должен иметь заполненные профили скорости (рис. 7.34), интегральные масштабы δ^* и δ^{**}, уменьшающиеся по направлению потока при мало изменяющемся формпараметре H, и небольшие значения $\mathrm{Re}_{\delta^{**}}$.

Для определения ламинаризации нет установленных критериев. Часто для этого используют параметры градиента давления $K = (\nu/U^2)(dU/dx)$ или $p^+ = (\nu/\rho u_*^3)(dp/dx)$. При их значениях, равных соответственно $(2{,}5 - 3{,}5)\cdot 10^{-6}$ и 0,09, отчетливо проявляется деформация в распределениях осредненных профилей скорости и других характеристик пограничного слоя. Поэтому данные значения принимаются условно как нижние границы перехода. На самом же деле воздействие $dp/dx < 0$ проявляется постепенно. По длине конфузорного участка можно выделить переходную зону, в которой происходит разрушение старой формы равновесия потока. В этой зоне происходит возрастание коэффициента трения c_f (рис. 7.33), обусловленное сопротивлением установившейся вихревой структуры воздействию сил давления. В вязких течениях переход всегда разрушает одну форму установившегося равновесия сил и перестраивает структуру соответственно другой форме равновесия сил. Во второй половине конфузорного участка отмечается падение c_f, что свидетельствует о наступлении новой формы равновесного течения. В этой зоне наиболее четко проявляются закономерности градиентного пограничного слоя, которые позволяют установить определяющие параметры.

Важные выводы следуют из анализа пульсационных характеристик. Ускорение потока препятствует возникновению турбулентных структур и делает их менее изотропными за счет растягивания вихрей. Если в пристенной зоне абсолютное значение пульсаций скорости продолжает возрастать, то относительное их значение из-за большого прироста скорости потока сильно уменьшается, причем падение относительного значения турбулентной кинетической энергии находится в определенной зависимости от прироста скорости среднего течения и тем самым обусловливает закономерность уменьшения теплоотдачи (см. разд. 7.9).

Интенсивность теплообмена, выражаемая отношением $2\,\mathrm{St}/c_f$, в зоне установившегося градиентного слоя потока воздуха уменьшается в зависимости от значений K до 0,5—0,6. Это свидетельствует об утрате способности деформированной структуры пограничного слоя к интенсивному переносу тепла (рис. 7.34).

Небольшие пространственные размеры области, через которую осуществляется перенос тепла, обусловливают значительную градиентность процесса его переноса. Неподобие в распределении осредненной скорости и температу-

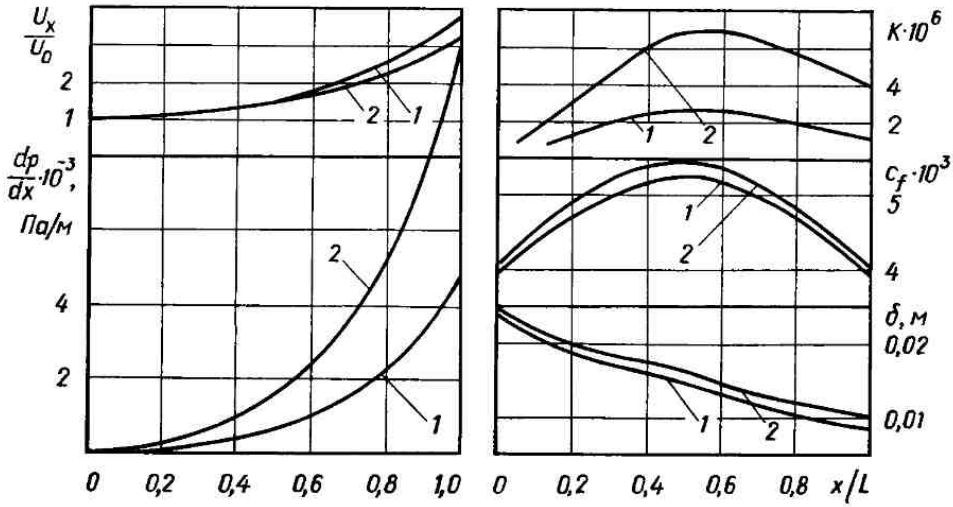


РИС. 7.33. Изменение параметров и характеристик ускоренного потока воздуха вдоль градиентного участка по данным [51]

1 — $U = 10{,}1$ м/с, $L = 0{,}77$ м, $K_{max} = 2{,}39 \cdot 10^{-6}$; *2* — $U = 10{,}5$ м/с, $L = 0{,}22$ м, $K_{max} = 6{,}82 \cdot 10^{-6}$

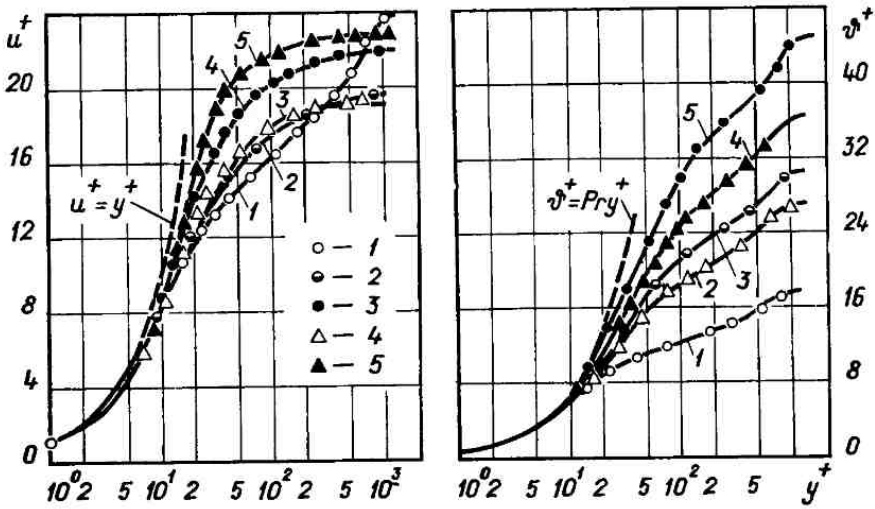


РИС. 7.34. Профили скорости и температуры в пограничном слое ускоренного потока воздуха по данным [51]

1 — безградиентное течение; градиентное течение при x/L и $K_{max} \cdot 10^6$, равных соответственно 0,58 и 3,45 (*2*), 0,94 и 3,45 (*3*), 0,60 и 6,82 (*4*), 0,94 и 6,82 (*5*)

ры особенно возрастает во внешней области пограничного слоя. Максимумы температурных пульсаций также сдвигаются от стенки сильнее, чем максимумы пульсаций скорости.

Рассмотренные вопросы раскрывают лишь частично трудности теоретического расчета процесса переноса тепла при ускорении потока. Они обу-

словлены в основном двумя причинами. Во-первых, градиентное течение отличается сильной неавтомодельностью, поэтому точное теоретическое моделирование на основе гипотезы о длине пути перемешивания невозможно без сложных эмпирических соотношений. Нельзя говорить и о местной связи характеристик турбулентности с полем осредненной скорости, особенно во внешней области пограничного слоя, поскольку градиентные участки с большим ускорением потока имеют малую протяженность и турбулентность в слое может быть даже следствием вихревых структур, формирующихся на входе. Этим можно объяснить некоторые результаты теоретических расчетов, основанных на предположении о замораживании рейнольдсовых напряжений вдоль линий тока. Во-вторых, в условиях сильного ускорения возможно влияние нормальных напряжений трения [50].

Однако в различных прикладных задачах расчеты теплоотдачи можно проводить по упрощенным схемам. Это обусловлено сосредоточением процессов переноса в пристенной зоне, в которой указанные эффекты сравнительно малы по сравнению с их значением во внешней области пограничного слоя.

Глава 8

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

8.1. Интенсивность пульсаций скорости и температуры

В теплообменном аппарате турбулентный поток характеризуется значением осредненной скорости, ее пространственным распределением и нерегулярной пульсационной составляющей. Турбулентное движение обусловлено сложным вихревым движением жидкости, способным передавать большие напряжения сдвига и обеспечивать быстрый перенос импульса и тепла. Большие скорости переноса определяются турбулентными крупномасштабными перемещениями объемов жидкости, значительно превосходящими масштабы молекулярных движений.

Для практических целей обычно требуются лишь осредненные величины: сопротивление и теплоотдача. Поэтому вследствие нерегулярности и сложного характера течения рассматриваются только средние величины мгновенных местных значений скорости и температуры. Гипотезы, на которых основаны их расчеты, в таком случае строятся лишь на простых аппроксимациях турбулентных составляющих переноса $\overline{u'v'}$ и $\overline{v'\vartheta'}$. Однако такой подход, как отмечалось в разд. 7.2, дает удовлетворительные результаты лишь для простых течений. Для усовершенствования расчетных моделей необходимы более глубокие представления о турбулентности. Они способствуют описанию процессов обмена в самом потоке при изучении вопросов массообмена, влияния химических реакций, переноса в дисперсных потоках. Они также во многом могут определять наши возможности оптимального управления структурой потока, тем самым разрешая задачи повышения эффективности теплообменного процесса и уменьшения энергетических затрат.

В связи с этим познание турбулентной структуры потока становится неотъемлемым аспектом решения общих прикладных задач, на котором должны основываться наши предположения при анализе турбулентного переноса. Это будет способствовать более точному описанию трения, теплообмена и характеристик пограничного слоя.

Внутренняя структура турбулентного потока характеризуется в основном следующими статистическими характеристиками: интенсивностью турбулентности в разных направлениях, масштабами вихревых структур, спектральным распределением энергии пульсаций. Ее подробному анализу посвящены отдельные работы [1—3]. В настоящей монографии в основном на базе исследований, проведенных в ИФТПЭ, рассматриваются некоторые вопросы структуры крупномасштабных вихрей и ее особенностей в пристенной зоне, что способствует физической интерпретации излагаемого в ней материала по турбулентному теплопереносу в различных прикладных задачах.

Рассмотрим турбулентный пограничный слой на плоской поверхности. Из рис. 8.1, на котором представлены три компонента пульсаций скорости, полученных в экспериментах П. С. Клебанова [4], видно, что они сильно отличаются друг от друга по интенсивности. С приближением к стенке сте-

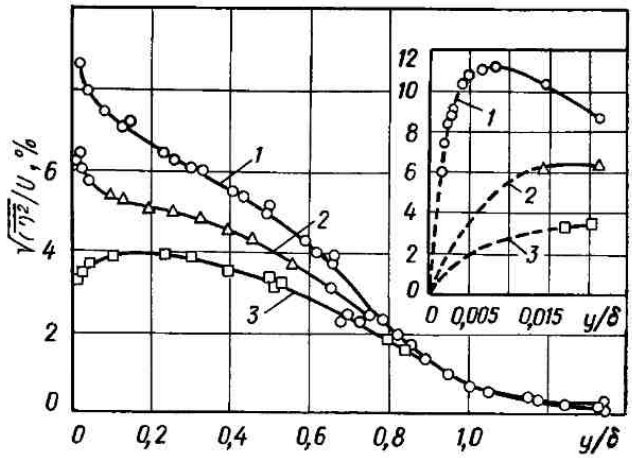


РИС. 8.1. Изменение составляющих средних пульсаций скорости по глубине пограничного слоя [4]

1 — $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$,
2 — $\sqrt{\overline{w'^2}}/U$,
3 — $\sqrt{\overline{v'^2}}/U$

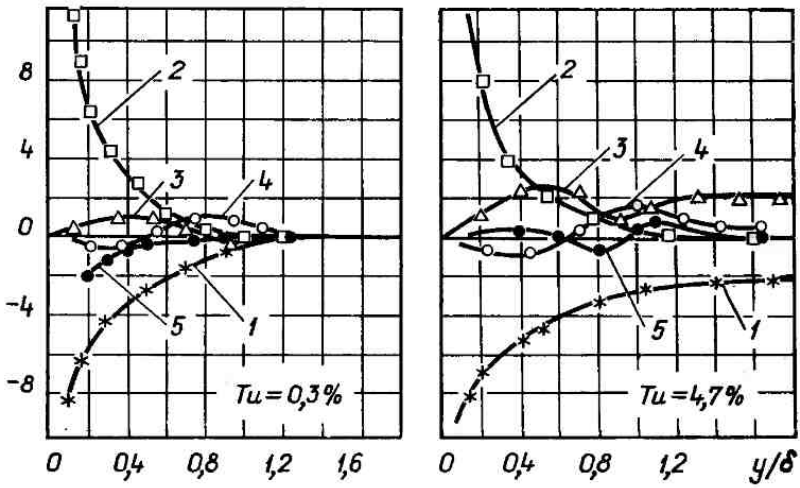


РИС. 8.2. Баланс энергии турбулентности по данным [5] при Tu = 0,3 и 4,7 %

1 — диссипация,
2 — генерация,
3 — конвекция,
4 — диффузия,
5 — перенос пульсацией давления

пень анизотропии возрастает в связи с ростом градиента осредненной скорости. Продольный компонент достигает максимального значения вблизи стенки и отражает местоположение зоны генерации турбулентности в слое с постоянными напряжениями сдвига. Этот слой находится в энергетическом равновесии. В нем происходит основная часть генерации и диссипации пульсационной энергии (рис. 8.2). Кинетическая энергия, расходуемая на среднее движение во внешней зоне на преодоление рейнольдсовых напряжений, передается пристенному слою, в котором она превращается в энергию пульсационного движения. Уровень турбулентных пульсаций во внешней зоне пограничного слоя поддерживается поперечным переносом энергии. Генерации турбулентной энергии во внешней зоне недостаточно для того, чтобы сбалансировать вязкую диссипацию и потерю на перенос, обусловленный средним движением. Важные заключения следуют из рассмотрения характерных масштабов времени для различных зон пограничного слоя [2]. Для внешней зоны характерные временные масштабы пульсаций энергии велики по сравнению со временем развития потока. Некоторые изменения притока

энергии в эту зону течения оказывают лишь незначительное влияние на пульсационное движение. Оно в большей мере определяется условиями движения вверх по потоку. Течение же у стенки быстро перестраивается согласно местным условиям и определяется местным напряжением на стенке, которое, в свою очередь, зависит от скорости замедления всего потока. В случае обтекания гладкой поверхности на степень турбулентности у стенки влияют вязкие напряжения, а в случае шероховатой поверхности — силы, возникающие при обтекании элементов шероховатости. Обтекание шероховатой поверхности сопровождается увеличением касательных напряжений у стенки и притока пульсационной энергии во внешнюю зону пограничного слоя. Однако отношение интенсивностей пульсаций в пограничном слое на шероховатой и гладкой поверхностях (рис. 8.3) приближенно равно отношению касательных напряжений на стенке. Следовательно, основным источником энергии во внешней зоне является диффузия из пристенной зоны пульсационной энергии, определяемой напряжениями на стенке. Вследствие этого законы дефекта скорости (рис. 7.21) для гладких и шероховатых поверхностей совпадают.

В рассматриваемых случаях турбулентность вне пограничного слоя незначительна, и пограничный слой отделен от основного потока вязким надслоем. В теплообменных устройствах поток теплоносителя турбулизируется. При установившемся течении в трубе турбулентность на ее оси составляет 4—5%, а в случае турбулизации различными препятствиями она может увеличиться на порядок. В условиях большой турбулентности набегающего потока пульсационные составляющие скорости в пристенной зоне увеличиваются незначительно по сравнению с их увеличением во внешней зоне пограничного слоя (рис. 8.4). При $\mathrm{Tu} > 4 \div 5\%$ уровень пульсаций во внешней зоне определяется их уровнем во внешнем потоке [7,8]. Максимум пульсаций не изменяет своего положения и находится при $y^+ = 15 \div 20$, что подчеркивает сравнительную консервативность пристенной зоны при внешних воздействиях, т. е. и в данном случае турбулентное движение вблизи стенки находится в состоянии динамической автомодельности, определяемой напряжениями на стенке и вязкостью. Это заключение имеет фундаментальное значение в теории течений вблизи твердых границ. Увеличение напряжений на стенке, вызванное повышением турбулентности, увеличивает диффузию турбулентной энергии во внешнюю зону пограничного слоя (рис. 8.2, *б*). Однако основной вклад в кинетическую энергию турбулентности во внешней зоне вносит турбулентность внешнего потока. Характерные масштабы времени для турбулентности в этих областях велики, и угасание турбулентности происходит медленно. В турбулизированных потоках существенно увеличивается диссипация турбулентной энергии. Особенно отчетливо она проявляется во внешней зоне пограничного слоя. Кроме того, имеются определенные данные о различных вкладах в турбулентные напряжения и тепловой поток турбулентной энергии, вносимой в пограничный слой. Это может служить причиной уменьшения турбулентного числа Pr_t во внешней зоне (см. гл. 7), что в условиях равномерного распределения сопротивления теплопереносу по глубине пограничного слоя ($\mathrm{Pr} \approx 1$) приводит к большему увеличению теплоотдачи, чем поверхностного трения при повышенных уровнях турбулентности внешнего потока.

Интенсивность пульсаций температуры характеризует особенности структуры температурного поля турбулентного потока. Как уже отмечалось, течение вблизи стенки подвержено воздействию вязких напряжений, отно-

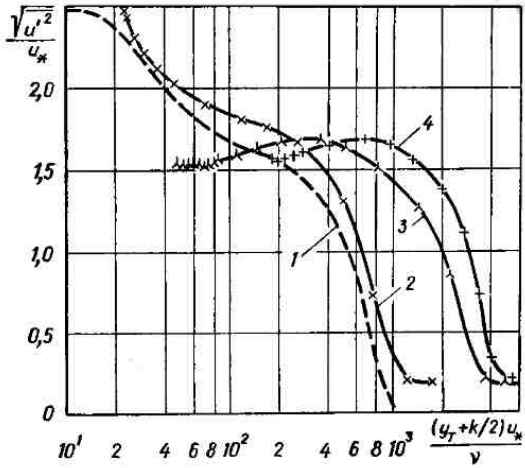


РИС. 8.3. Интенсивность пульсации скорости в пограничном слое на гладкой (*1*) и шероховатых поверхностях с $k^+ = 10$ (*2*), 32 (*3*), 487 (*4*) в потоке воздуха [6]

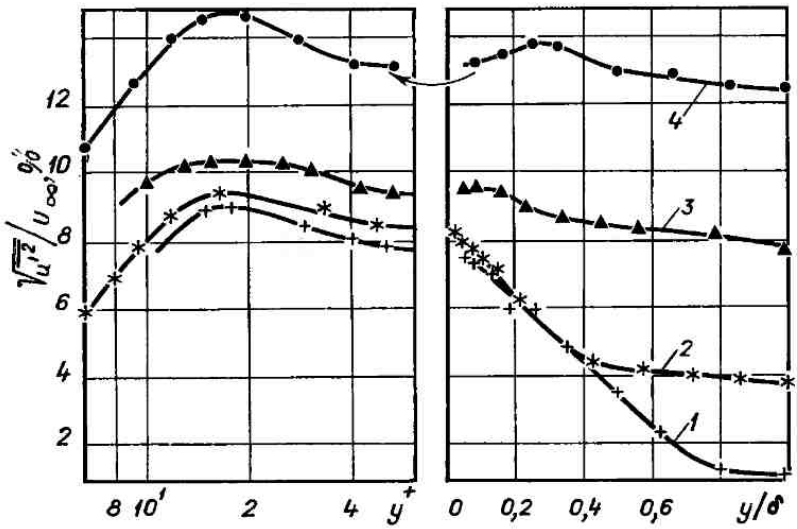


РИС. 8.4. Интенсивность пульсации скорости в пограничном слое при различных уровнях турбулентности внешнего потока воздуха [7]

Tu и U_0 равны соответственно 0,2 и 21,7 (*1*), 3,8 и 16,6 (*2*), 7,8 и 20,2 (*3*), 12,5% и 8,3 м/с (*4*)

сительная величина которых в полностью турбулентной части пограничного слоя пренебрежимо мала. Различная молекулярная температуропроводность жидкости сильно влияет на распределение пульсаций температуры в пристенной зоне.

На рис. 8.5 представлены данные измерения среднеквадратичной величины пульсаций температуры $\sqrt{\overline{\vartheta'^2}}$ в турбулентном пограничном слое потока воды [9].

Для нормирования полученных данных использована масштабная температура ϑ_*. Анализ распределения пульсаций температуры в пристенной зоне показывает, что с увеличением числа Pr ее максимальные значения смещаются к стенке, а безразмерная величина $\sqrt{\overline{\vartheta'^2}}/\vartheta_*$ сильно возрастает. Обобщить среднеквадратичные величины пульсаций температуры для зоны

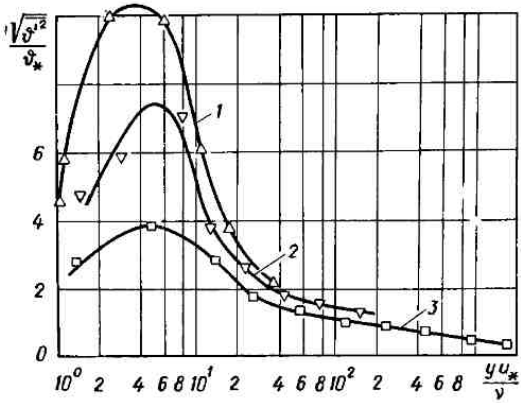


РИС. 8.5. Распределение по глубине пограничного слоя пульсаций температуры в потоке воды

Re_{x-x_0} и Pr равны соответственно $9{,}1\cdot10^5$ и 6,9 (*1*), $1{,}8\cdot10^6$ и 5,4 (*2*), $1{,}8\cdot10^6$ и 3,0 (*3*)

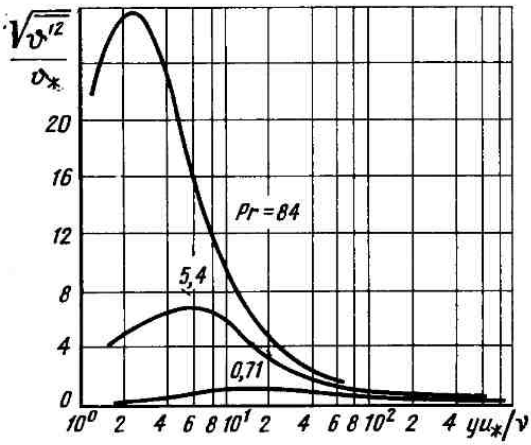


РИС. 8.6. Сравнение интенсивности пульсаций температуры в потоках жидкостей с разными Pr

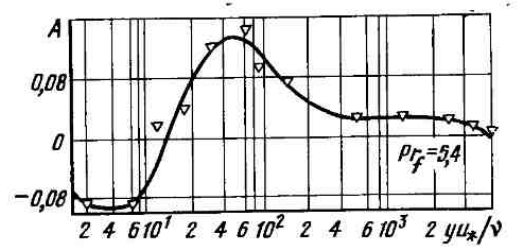


РИС. 8.7. Коэффициент асимметрии пульсаций температуры в пограничном слое при $Re_{x-x_0} = 6{,}7\cdot10^5$

вязкого подслоя и переходной области можно путем использования длины пути перемешивания, в которую входит градиент средней температуры, зависящий от величины Pr в потоке. С удалением от стенки роль молекулярных составляющих переноса уменьшается и в области турбулентного течения распределение пульсаций температуры не зависит от числа Pr (рис. 8.6). Их среднеквадратичная величина в логарифмической зоне определяется тепловым потоком на стенке и градиентом безразмерной скорости.

Турбулентность в пограничном слое неоднородна. Экспериментальные данные по измерению пульсаций скорости показывают, что распределение вероятности их амплитуд отличается от нормального. Осциллограммы пульсаций температуры для потоков воды и трансформаторного масла при различных расстояниях от стенки указывают на эту существенную особенность распределения. Если рассматривать температуру как пассивную примесь, то в случае нагрева отрицательное значение термо-ЭДС в фиксированной точке будет связано с вихревым движением жидкости к стенке, а положительное значение — с обратным направлением движения. Из осциллограмм видно, что при расстоянии $y^+ > 10$ доминирующее вихревое движение направлено от стенки, а при $y^+ < 10$ — к стенке. Количественной мерой отклонения распределения вероятности амплитуд пульсаций температуры от нормального является коэффициент асимметрии

$$A = \overline{\vartheta'^3}/(\overline{\vartheta'^2})^{3/2}, \qquad (8.1)$$

который подтверждает вывод относительно направления вихревого движения. На рис. 8.7 представлены результаты измерения в потоке

воды. С удалением от стенки коэффициент асимметрии становится положительным, что отражает выбросы горячей замедленной жидкости из пристенной области. В дальнейшем с приближением к границе пограничного слоя он уменьшается из-за уменьшения градиента температуры. Коэффициент асимметрии пульсаций скорости на границе пограничного слоя имеет максимум, обусловленный явлением перемежаемости.

Оказывается, что в зоне вязкого подслоя доминирует вихревое движение, скорость которого превышает локальную среднюю скорость, в то время как в турбулентном ядре эта скорость ниже локальной.

Рассмотренные пульсационные величины скорости и температуры при установившемся турбулентном течении в пограничном слое указывают на существование универсальных их распределений, которые определяются энергетическими соотношениями процессов порождения пульсационной энергии за счет энергии среднего движения, ее перераспределения и диссипации. Отсюда следует подобие в распределении осредненных скоростей и температур для отдельных зон пограничного слоя.

В реальных теплообменниках наряду со случаями установившегося течения в каналах, на их входных участках и т. д. имеют место случаи течения при дополнительной генерации турбулентности вне пристенной зоны, которая характеризуется крупномасштабными вихрями и медленной релаксацией. Поэтому анализ турбулентного переноса в таких случаях необходимо связывать с предысторией вихревых структур. Важную информацию о структуре вихрей дает корреляционный анализ пульсационных величин.

8.2. Корреляционные характеристики

Выяснение структуры обмена в пограничном слое требует применения сложных методов исследования. Одним из таких методов, особенно широко используемых в настоящее время, является корреляционный анализ пульсационных составляющих скорости, температуры и давления. Осуществляется этот анализ либо при помощи записи осциллограмм с последующим применением ЭВМ для расчета необходимых характеристик, либо при помощи корреляторов, позволяющих получить соответствующие моменты пульсирующих величин.

В работах [9, 10] представлены результаты измерений эйлеровых пространственных коэффициентов корреляции пульсаций температуры, проведенных обоими методами. Они выражаются в следующем виде:

$$R_{\vartheta'\vartheta'}(r_x, r_y, r_z) = \frac{\overline{\vartheta'(0,0,0)\,\vartheta'(r_x, r_y, r_z)}}{\sqrt{\overline{\vartheta'(0,0,0)^2}}\sqrt{\overline{\vartheta'(r_x, r_y, r_z)^2}}}, \tag{8.2}$$

где r_x, r_y, r_z — расстояния между датчиками по направлению координатных осей. Применение микротермопар в корреляционном анализе микроструктуры имеет некоторое преимущество, так как габариты датчиков для измерения пульсирующих величин, например давления или скорости, намного больше.

Анализ автокорреляций дает возможность получить представление о протяженности вихревых структур в направлении течения. В потоках с различными числами Pr автокорреляционная функция ϑ' универсальна для области от вязкого подслоя до $y/\delta = 0{,}3$ [10]. Аналогичная функция получена для u'. Автокорреляционная функция меняет знак при расстоянии

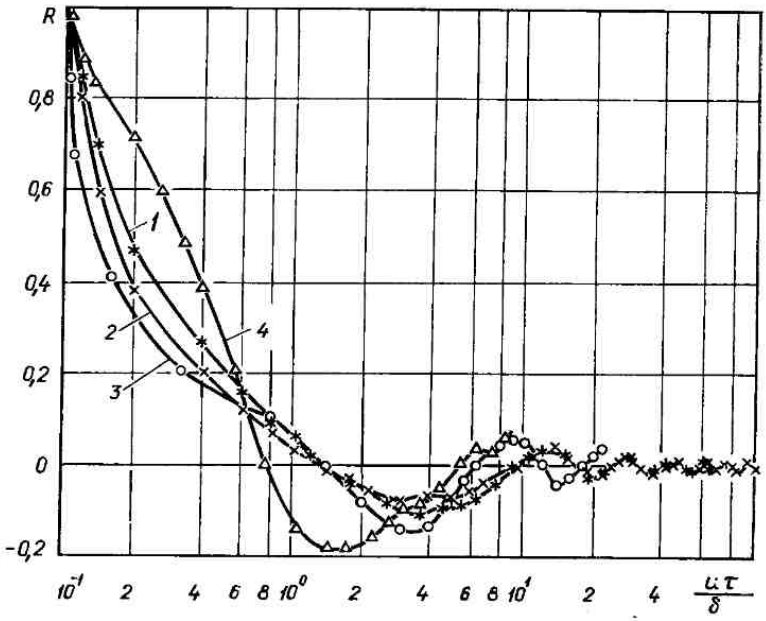


РИС. 8.8. Автокорреляционные функции в потоках с различными Pr

Для u' Pr = 0,71 и $y^+ = 21$ (*1*); для ϑ' Pr и y^+ равны соответственно 0,71 и 20 (*2*); 5,4 и 20 (*3*), 102 и 17 (*4*)

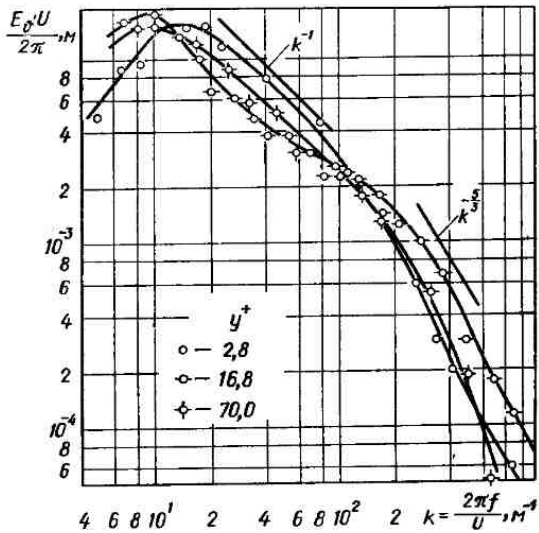


РИС. 8.9. Энергетические спектры пульсаций температуры в пограничном слое при Pr = 102 и различных y^+

(0,8 ÷ 1,4) δ, а максимальные отрицательные значения соответствуют (1,6 ÷ 3,5) δ (рис. 8.8).

В пограничном слое имеются крупномасштабные структуры, которые движутся по направлению течения с определенной скоростью. По автокорреляционным функциям и рассчитанным макромасштабам пульсаций определено, что эта характерная скорость является местной скоростью на расстоянии $y/\delta = 0{,}2$ от пластины. На этом расстоянии автокорреляционные функции частично совпадают в зонах перемены знака δ и отрицательных

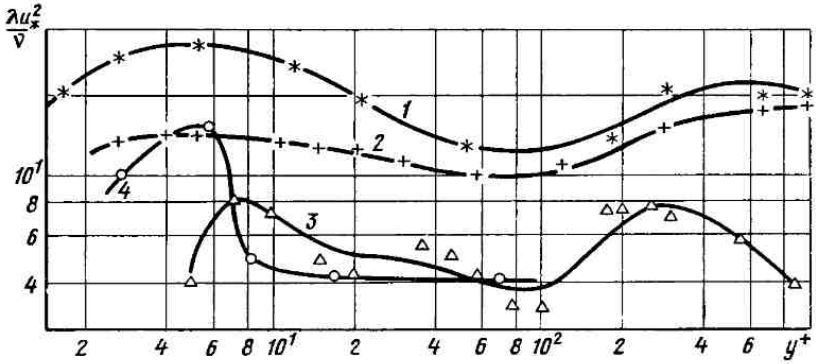


РИС. 8.10. Распределение микромасштабов пульсаций температуры и скорости по глубине пограничного слоя

По u' при Pr = 0,71 (1), по ϑ' при числах Pr, равных соответственно 0,71 (2), 5,4 (3), 102 (4)

значений коэффициента корреляции — (2 ÷ 3) δ. Из вида полученных автокорреляционных функций следует, что крупномасштабные структуры одинаковы при всех числах Pr. Их длина по направлению течения составляет (2 ÷ 3) δ. Этот параметр структуры одинаков и для ϑ' и u'.

Макромасштабы пульсаций рассматриваются как приближенная мера протяженности крупномасштабной вихревой связи. Безразмерные макромасштабы, полученные при использовании скорости, соответствующей местной скорости на расстоянии $y/\delta = 0{,}2$, и толщины пограничного слоя (в зависимости от расстояния до стенки $Lu_{y/\delta=0,2}/\delta = f(y/\delta)$), совпадают между собой до внешней части пограничного слоя, и их величина для жидкостей с разными числами Pr равна (0,6—1,0) δ. Она несколько меньше величин крупномасштабных вихрей, определенных по автокорреляционным кривым. Распределение энергии пульсаций скорости по частотам в пограничном слое [4] показывает, что во внешней зоне спектр в диапазоне k от 50 до 500 м$^{-1}$ соответствует закону $E(k) \sim k^{-5/3}$. У стенки в зоне генерации турбулентности спектр характерен тем, что при $k = 20 \div 50$ м$^{-1}$ $E(k) \sim k^{-1}$. Это указывает на сильное взаимодействие между осредненным и турбулентным течениями и отчетливо проявляется в спектре пульсаций температуры в пристенной зоне (рис. 8.9). При $k < 12$ м$^{-1}$ (физически более обоснованно использовать безразмерную частоту $k\delta$, которая в данном случае меньше 0,3) энергетические спектры нарастают с увеличением расстояния от пластины, а при $k > 12$ м$^{-1}$ они уменьшаются.

Наибольший вклад в энергию турбулентности вносится крупномасштабными вихрями, что соответствует малым волновым числам. С удалением от стенки вклад в энергию пульсаций скорости в области больших волновых чисел уменьшается. Существуют явные различия в спектрах отдельных составляющих пульсаций скорости, турбулентных напряжений и пульсаций температурных величин. Первый факт объясняется неизотропностью турбулентности. Спектр турбулентных напряжений трения затухает с увеличением волновых чисел быстрее, чем спектр пульсаций скорости [11]. Это означает, что в генерации турбулентности основную роль играют крупномасштабные вихри. В противоположность этому спектр температурных харак-

теристик следует спектру полной кинетической энергии турбулентности, так как перенос тепла определяется общим ее уровнем.

Величина мелких возмущений характеризуется временным микромасштабом (рис. 8.10), нормировку которого целесообразно осуществлять с помощью величины u_*^2/ν, так как такие возмущения тесно связаны с вязкостью жидкости и величиной диссипируемой энергии. Оказывается, что в зоне вязкого подслоя микромасштабы увеличиваются (рис. 8.10). Наименьшие их значения имеют место в переходной зоне и в начале логарифмической. Увеличение теплопроводности выравнивающе действует на мелкие температурные возмущения.

Трехмерность крупномасштабных вихревых структур наглядно прослеживается по пространственным коэффициентам корреляции $R_{\theta'\theta'}(0, 0, r_z)$. На рис. 8.11 представлены результаты их измерений в потоке воздуха в виде изокорреляционных кривых, симметричных относительно координаты $r_z = 0$. Оказывается, что в полностью турбулентной части пограничного слоя при значительных расстояниях r_z между датчиками коэффициент корреляции $R_{\theta'\theta'}(0, 0, r_z)$ имеет отрицательный знак, что, видимо, связано с движением крупномасштабных вихрей. Отрицательные значения коэффициента корреляции $R_{\theta'\theta'}(0, 0, r_z)$ свидетельствуют о том, что благодаря движению вихрей осуществляется обмен массами жидкости между пристенной областью и внешней частью пограничного слоя. Это способствует появлению пульсации с противоположными фазами в точках слоя, разделенных расстоянием, соизмеримым с размерами больших вихрей.

8.3. Роль крупномасштабных вихрей

Течения отличаются друг от друга по характеру образования и распада вихрей. В условиях установившихся течений, например в пограничном слое, в трубе, генерация турбулентной энергии и ее распределение приводят к регулярной структуре вихрей. Ее упорядоченность проявляется как во внешней, так и в пристенной области пограничного слоя.

В потоке воды при умеренных числах Re видна определенная структура температурных возмущений, которая обнаруживается по повышенным значениям коэффициента корреляции $R_{\theta'\theta'}(0, 0, r_z)$ в зоне $y^+ < 10$ по мере увеличения поперечной координаты r_z (рис. 8.12). Знак коэффициента корреляции в экстремальных точках изменяется. Первый максимум имеет отрицательный знак, второй — положительный, третий, менее выраженный,— отрицательный. На рис. 8.13 представлены значения коэффициента корреляции при различных y^+, полученные по данным, приведенным на рис. 8.12. По виду функции при $y^+ = 5{,}6$ можно оценить величину поперечного расстояния r_z, через которое знак коэффициента корреляции изменяется. Предположение о том, что возникновение доминирующей структуры в пристенной области связано с действием сил вязкости, оправдывает применение параметров закона стенки для оценки этого расстояния. Исходя из данных, приведенных на рис. 8.13, можно записать:

$$z^+ \equiv r_z u_*/\nu \approx 90. \tag{8.3}$$

Аналогичный результат отмечается в потоке трансформаторного масла.

Общим признаком изокорреляционных кривых, полученных для потоков различных жидкостей, является отрицательный знак корреляционной функции в полностью турбулентной зоне пограничного слоя при r_z,

соизмеримых с δ. Масштаб и структура крупномасштабных вихрей в потоках с разными числами Pr одинаковы. Пока не ясен вопрос об автомодельности пограничного слоя для вихревой структуры. В потоке воды поведение корреляционной функции при $\mathrm{Re}_{x-x_0} = 2{,}5 \cdot 10^6$ примерно совпадает с ее поведением при меньших Re_{x-x_0}. Однако в пристенной области чередующаяся корреляция не проявляется.

Необходимо сделать некоторые замечания относительно роли различных вихревых структур в теплообмене потока с твердой поверхностью. Как известно, основную энергию пульсаций температуры переносят крупномасштабные вихри. На основании результатов, полученных при измерении коэффициентов корреляции, в работах [9, 10] сделаны некоторые выводы о том, каким образом эти вихри способствуют теплообмену. Циркуляция жидкости, рассматриваемая в плоскости yOz и вызванная определенными гидродинамическими условиями, происходит путем локального соударения жидкости с поверхностью. Условия неразрывности требует обратного движения жидкости на некотором расстоянии от места соударения. В результате массы горячей жидкости вытесняются из области стенки. Такая картина обмена имеет место до области действия молекулярных сил, т. е. при $y^+ \geqslant 5$. В настоящее время нет возможности количественно оценить вклад

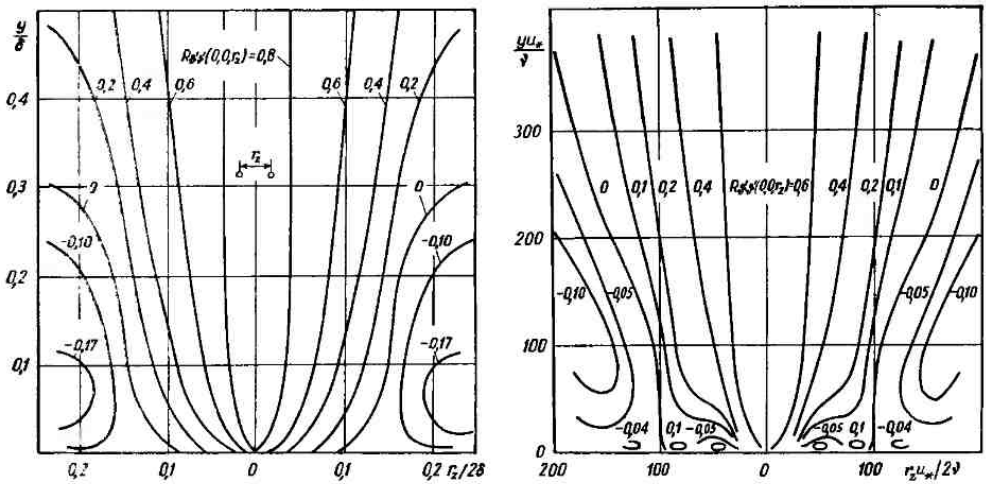


РИС. 8.11. Изокорреляционные линии пульсаций температуры в потоке воздуха

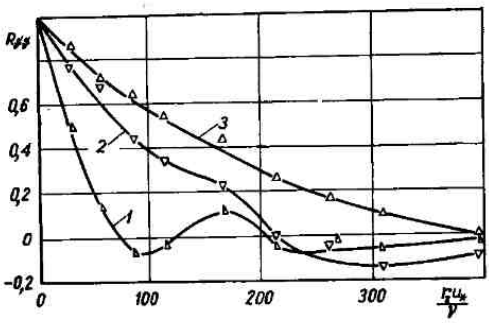


РИС. 8.12. Изокорреляционные линии пульсаций температуры в потоке воды в универсальных координатах при $\mathrm{Re}_{x-x_0} = 6{,}9 \cdot 10^5$

РИС. 8.13. Изменение коэффициента пространственной корреляции $R_{\theta'\theta'}(0{,}00, r_z)$ при различных расстояниях от стенки в потоке воды и $\mathrm{Re}_{x-x_0} = 6{,}9 \cdot 10^5$

1 — $y^+ = 5{,}6$, *2* — 96, *3* — 381

такого механизма в процесс теплообмена в условиях турбулентного пограничного слоя, но подобная картина полностью объясняет результаты корреляционных измерений.

В условиях неустановившихся течений, обусловленных различными возмущениями потока, вихри движутся с основным потоком, распадаясь, и характером их распада определяется перенос импульса и тепла. Примером такого течения может служить обтекание препятствий, находящихся на поверхности теплообмена в пограничном слое [12].

Течение за препятствием можно разделить на зону обратного течения после отрыва потока, точку присоединения, зону резкого восстановления структуры течения и зону медленного возврата к равновесному состоянию (рис. 8.14.). Характеристики переноса тепла весьма чувствительны к структуре образовавшихся вихрей. Проявляется различие в положении максимума теплоотдачи в зависимости от Pr. Максимум коэффициента теплоотдачи в потоке воздуха находится на расстоянии $x/H \approx 8 \div 12$ от препятствия и соответствует точке, в которой турбулизация потока максимальна. В потоке трансформаторного масла с увеличением размера препятствия максимум теплоотдачи приближается к препятствию до $x/H \approx 2$, а ее прирост в несколько раз больше чем в потоке воздуха. Зону отрывного течения можно представить себе как зону, в которую заносятся вихри различных размеров, соударяющиеся со стенкой и способные разрушить вязкий подслой.

В закономерностях возврата теплоотдачи к равновесному уровню выделяются три стадии, характеризующиеся различными его темпами. За максимумом теплоотдачи следует зона резкого изменения всех характеристик пограничного слоя и тем самым теплоотдачи.

Более отчетливо это проявляется в изменении интегрального формпараметра скорости и $\overline{u'v'}$ (рис. 8.15). Длина этой зоны простирается до $x/H \approx \approx 40 \div 50$. Наилучшие результаты обобщения коэффициента турбулентной вязкости и теплопроводности получаются при учете релаксации вихревых структур по зависимости

$$-\overline{u'v'} + L_1 \frac{\partial(-\overline{u'v'})}{\partial x} = \varepsilon_\tau \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{8.4}$$

где масштаб длины релаксации L_1 пропорционален x при $H/\delta_0 \leqslant 0{,}2$. Вывод уравнения (8.4) дан в работе [13]. Оно отражает физическую закономерность зависимости темпа возврата течения к равновесному состоянию от величины этого отклонения. Учет предыстории по формуле (8.4) приводит к универсальной зависимости для коэффициента турбулентного переноса (рис. 8.16) в пристенной зоне. Для внешней зоны следует использовать релаксационное уравнение без упрощений.

Зона $x/H = 50 \div 100$ отмечается наступлением определенной универсальности, особенно в пристенной области. В конце этой зоны теплоотдача в потоке трансформаторного масла с Pr = 100 возвращается к номинальным значениям, соответствующим местным характеристикам равновесного пограничного слоя. В потоке воздуха сохраняется повышенный уровень теплоотдачи, зависящий от высоты препятствия. Измерения пульсационных характеристик, профилей скорости и температуры указывают на повышенный уровень турбулентности во внешней зоне пограничного слоя. Вихри, созданные препятствием, попадают во внешнюю часть пограничного слоя, незначительно деформируются и полностью затухают лишь на больших расстояниях от источника возмущений. Они способны по-

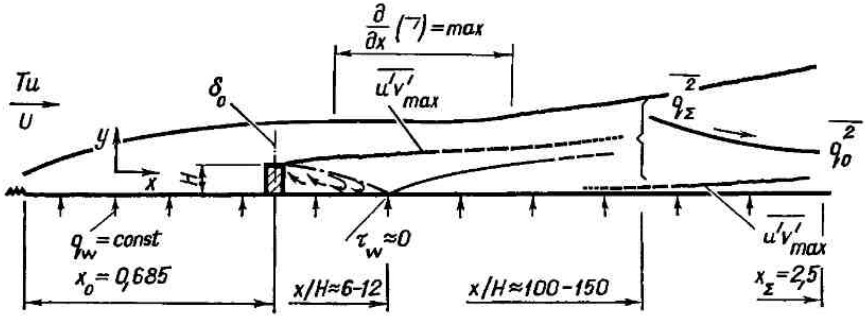


РИС. 8.14. Структура потока при обтекании препятствия

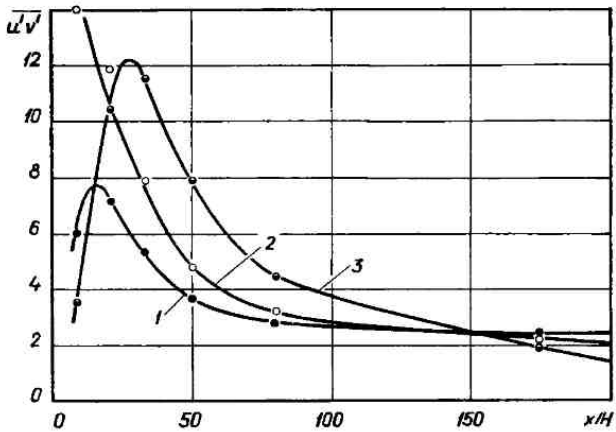
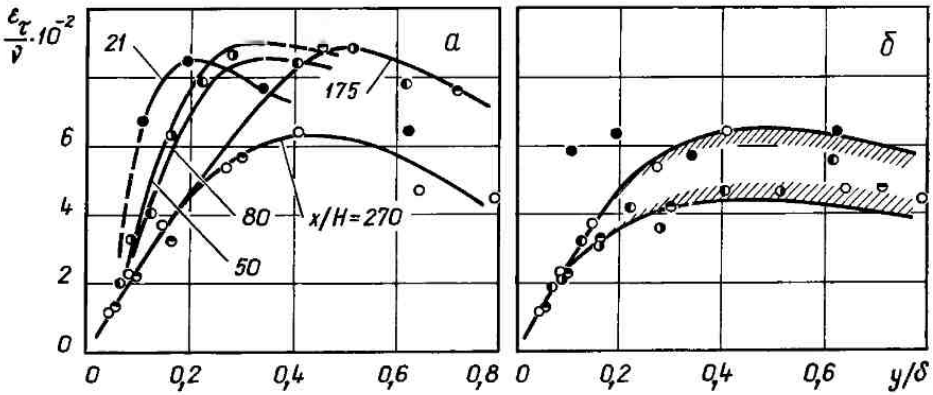


РИС. 8.15. Изменение $\overline{u'v'}$ за препятствием при $H = 5{,}5$ мм, $U = 40$ м/с
1 — $y = 3$,
2—5,
3—17 мм

РИС. 8.16. Коэффициенты турбулентного переноса при расчете по зависимостям (7.20) (а) и (8.4) (б)



влиять на течение в пограничном слое и тем самым на теплообмен в потоке воздуха, так как при $Pr \approx 1$ термическое сопротивление равномерно распределено по всей глубине пограничного слоя. Но влияние этих вихрей, как и незначительной внешней турбулентности, пренебрежимо мало при больших числах Pr, поскольку основное сопротивление теплообмену сосредоточено в вязком подслое, турбулентный перенос в котором определяется энергией турбулентности вблизи стенки.

8.4. Турбулентное число Прандтля

Турбулентное число Прандтля представляет собой отношение коэффициентов турбулентных вязкости и температуропроводности

$$\mathrm{Pr}_t = \varepsilon_\tau/\varepsilon_q, \tag{8.5}$$

которые введены при попытках установить связь между составляющими турбулентного переноса и средним течением. В результате получены следующие выражения для турбулентного потока:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \rho\varepsilon_\tau \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{8.6}$$

$$q = \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} - \rho c_p \overline{v'\vartheta'} = \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \rho c_p \varepsilon_q \frac{\partial \vartheta}{\partial y}. \tag{8.7}$$

Путем деления правой и левой частей уравнений (8.6) и (8.7) на $\tau_w = u_*^2\rho$ и $q_w = \rho c_p \vartheta_* u_*$ получаем следующие выражения для безразмерных значений τ/τ_w и q/q_w:

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \left(1 + \frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right) \frac{du^+}{dy^+}, \tag{8.8}$$

$$\frac{q}{q_w} = \left(\frac{1}{\mathrm{Pr}} + \frac{\varepsilon_q}{\nu}\right) \frac{d\vartheta^+}{dy^+}. \tag{8.9}$$

Разделив первое из них на второе, получим

$$\mathrm{Pr}_t = \frac{\dfrac{\tau/\tau_w}{du^+/dy^+} - 1}{\dfrac{q/q_w}{d\vartheta^+/dy^+} - \dfrac{1}{\mathrm{Pr}}}. \tag{8.10}$$

Вблизи стенки молекулярный перенос необходимо учитывать, так как он соизмерим с молярным переносом. В зоне турбулентного течения в пограничном слое молекулярным переносом можно пренебречь. В таком случае из зависимостей (8.6) и (8.7) следует

$$\mathrm{Pr}_t = \frac{\tau/\tau_w}{q/q_w} \frac{\partial\vartheta^+/\partial y^+}{\partial u^+/\partial y^+} \tag{8.11}$$

или (7.35).

Как видно, величину Pr_t в пограничном слое в одном случае можно определить по измерениям $u(y)$, $\vartheta(y)$, q_w, τ_w и результатам расчета изменения τ и q поперек пограничного слоя по уравнениям для количества движения и теплового потока. В другом случае достаточно знать величины $u(y)$, $\vartheta(y)$ и $\overline{u'v'}$, $\overline{v'\vartheta'}$. Автор и сотр. [9] определяли число Pr_t обоими методами. С целью выяснения влияния физических свойств жидкости на величину Pr_t измерения велись в потоках воздуха, воды и трансформаторного масла.

Вначале рассмотрим определение числа Pr_t по профилям скорости и температуры.

В зоне логарифмического распределения скорости и температуры $\tau \approx \tau_w$ и $q \approx q_w$. Поэтому число Pr_t может быть определено из зависимости (8.11), которая в данном случае отражает отношение величин, характеризующих

наклон профиля температуры и скорости в этой зоне:

$$\mathrm{Pr}_t = \frac{\partial v^+/\partial y^+}{\partial u^+/\partial y^+}. \tag{8.12}$$

Согласно данным такого определения (табл. 7.1), значение Pr_t изменяется в пределах от 0,75 до 0,86 при изменении Pr от 0,7 до 64, т. е. влияние Pr на Pr_t в зоне развитого турбулентного течения незначительно.

При определении числа Pr_t для внешней части пограничного слоя производится расчет изменения величин τ и q.

Величина τ/τ_w рассчитывалась по уравнению движения. При этом использовались экспериментальные результаты, необходимые для определения универсального профиля дефекта скорости.

Принималось, что

$$(u - U)/u_* = \eta'(y/\delta), \tag{8.13}$$

где η' дает универсальный профиль скорости. Изменение u_* незначительно, и поток на любом расстоянии успевает приспособиться к местным условиям. Подставив выражение (8.13) в уравнение неразрывности, а затем в уравнение количества движения, получаем выражение для расчета τ/τ_w:

$$\frac{\tau}{\tau_w} = 1 + \delta_x' \left[\sqrt{\frac{2}{c_f}} \left(\frac{y}{\delta} \eta' - \eta \right) - \eta'\eta - \int_0^{y/\delta} \eta'^2 d\left(\frac{y}{\delta}\right) \right]. \tag{8.14}$$

Здесь

$$\eta = -\int_0^{y/\delta} \frac{u - U}{u_*} d\left(\frac{y}{\delta}\right).$$

Закономерности распределения температуры аналогичны закономерностям распределения скорости. Во внешней зоне пограничного слоя имеет место подобие в распределении избыточной температуры, зависимость которого от числа Pr незначительна. Это дает возможность применять для расчета изменения теплового потока методику, аналогичную применяемой при расчете распределения напряжения трения. Расчет проводится на основе дифференциального уравнения теплового потока для пограничного слоя на пластине, уравнения неразрывности (7.22), экспериментально полученных зависимостей (8.13) и

$$(\vartheta - \vartheta_0)/\vartheta_* = -\xi'(y/\delta), \tag{8.15}$$

где

$$\xi = -\int_0^{y/\delta} \frac{\vartheta - \vartheta_0}{\vartheta_*} d\left(\frac{y}{\delta}\right).$$

Принимая, что $u_*(x) = \mathrm{const}$, из уравнения неразрывности и зависимости (8.13) получаем

$$\frac{v}{u_*} = \delta \int_0^y \frac{d(y/\delta)}{dx} d\eta'. \tag{8.16}$$

Интегрирование этого выражения по частям дает выражение для v:

$$v = u_* \delta_x' [\eta - (y/\delta)\eta']. \tag{8.17}$$

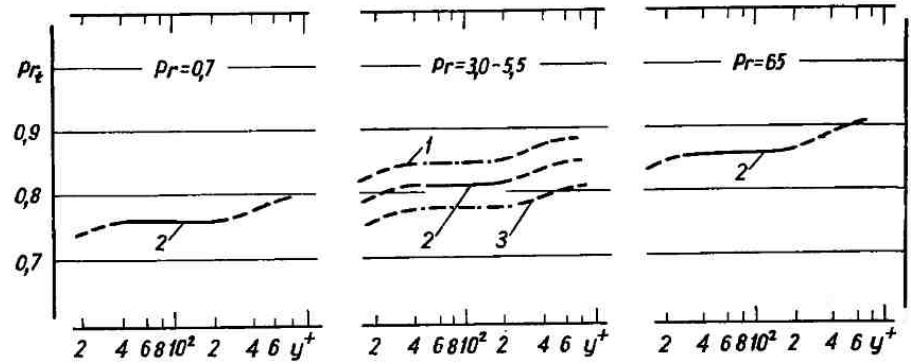


РИС. 8.17. Изменение Pr_t по глубине пограничного слоя при разных Re и Pr
1 — $Re_{x-x_0} = 4 \cdot 10^5$, *2* — $7 \cdot 10^5$, *3* — $2 \cdot 10^6$

Из выражения (8.15) получаем

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \vartheta_* \xi'' \frac{y}{\delta^2} \delta_x' \tag{8.18}$$

и

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial y} = -\vartheta_* \xi'' \frac{1}{\delta}. \tag{8.19}$$

Подстановка в уравнение теплового потока выражений (8.13), (8.17) — (8.19) и выражения

$$\frac{dq}{dy} = \frac{q_w}{\delta} h', \tag{8.20}$$

где $h = q/q_w$, и последующее его решение в конечном итоге дают уравнение для расчета распределения величины теплового потока по глубине пограничного слоя:

$$\frac{q}{q_w} = 1 + \delta_x' \left[\sqrt{\frac{2}{c_f}} \left(\frac{y}{\delta} \xi' - \xi \right) - \xi' \eta + \int_0^{y/\delta} \eta' \xi' d\left(\frac{y}{\delta}\right) \right]. \tag{8.21}$$

Штрих означает производную по y/δ, дополнительный индекс x — производную по длине.

Результаты расчета величин τ/τ_w и q/q_w подробно рассмотрены в работе [9].

Величина Pr_t, определенная по формуле (8.11) с учетом рассчитанного распределения τ/τ_w и q/q_w (рис. 8.17), в логарифмической зоне совпадает с данными ее определения по зависимости (8.12). Проявляется некоторое возрастание числа Pr_t с удалением от стенки, особенно в потоке воздуха.

Расчет Pr_t по измерениям величин $\overline{u'v'}$ и $\overline{v'\vartheta'}$ и профилей осредненной скорости и температуры в потоке воздуха [9, 14] показывает, что величина Pr_t на границе логарифмической и внешней зон увеличивается до 1,0—1,1. При $y/\delta > 0{,}6$ число Pr_t уменьшается и достигает значений 0,4—0,5 на внешней границе пограничного слоя.

В прикладных расчетах обычно ограничиваются средним значением Pr_t по глубине пограничного слоя. Это продиктовано сложностью экспериментального определения точной зависимости (7.46) и незначительным влия-

нием величины Pr_t в непосредственной близости от стенки и у внешней границы пограничного слоя на результаты расчета теплоотдачи. Как уже указывалось в гл. 7, при безградиентном обтекании пластины низкотурбулентным потоком жидкости $Pr_t \approx 0{,}85 \div 0{,}9$.

В действительности Pr_t находится в сложной зависимости от Pr, Re и расстояния до стенки. Подходящей теории для определения Pr_t нет, имеются лишь весьма упрощенные ее варианты [15].

Анализ экспериментальных данных указывает на некоторое увеличение Pr_t при больших числах Pr даже в логарифмической зоне пограничного слоя. Все же наибольшего воздействия числа Pr на Pr_t следует ожидать вблизи стенки, где вихри подвергаются большой деформации, приводящей к значительным градиентам температуры на их внешних границах. При $Pr \gg 1$, когда градиенты температуры сосредоточены у стенки, выравнивание температуры вихрей должно ускориться, а величина Pr_t — возрастать. Такая тенденция изменения Pr_t у стенки подтверждается расчетным анализом [16], в котором для замыкания уравнения энергии использовано уравнение баланса турбулентного потока тепла.

В области развитого турбулентного течения, особенно во внешней зоне пограничного слоя, основное внимание следует обращать на зависимость Pr_t от различных возмущений потока, что весьма важно для прикладных расчетов теплообменников.

К возмущающим факторам, имеющим место в теплообменниках, следует отнести турбулентность внешнего потока, продольный градиент давления, воздействие на поток различных препятствий, поворотов и т. д. В этих случаях наряду с силой трения у стенки течение и тем самым профиль скоростей формируются под действием дополнительной внешней силы. Как следует из определения Pr_t, он определяется по производным средних профилей скорости и температуры. В итоге для упомянутых течений получаем значения Pr_t, отличающиеся от их значений для равновесных течений. Аналогичные эффекты могут быть вызваны изменением тепловых граничных условий. Некоторые из этих вопросов были затронуты в гл. 7. В дальнейшем следует уделять больше внимания разработке методов расчета с привлечением сложных моделей турбулентности и уравнений для температурного поля.

Глава 9

ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ОБТЕКАНИИ

9.1. Теплоотдача пластины в переходном режиме течения

Определение гидродинамического сопротивления и теплоотдачи является конечной и основной задачей при рассмотрении конвективного переноса в теплообменнике. Анализ закономерностей переноса импульса и тепла (см. гл. 7) показывает особенности влияния различных факторов, основные параметры, определяющие интенсивность теплообменного процесса, и способы его интенсификации. В итоге в общем случае теплоотдача определяется целым рядом параметров [1]:

$$\mathrm{Nu} = f\left[\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \left(\frac{\rho_f \mu_f}{\rho_w \mu_w}, \frac{\rho_f \lambda_f}{\rho_w \lambda_w}, \frac{c_{p_f}}{c_{p_w}}, \frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right), \frac{x}{l_0}, \mathrm{Tu}, \frac{\delta}{r_0}, \ldots\right]. \quad (9.1)$$

Детальные исследования этих вопросов проведены в ИФТПЭ. При рассмотрении влияния различных возмущений потока, имеющих место в теплообменнике, за основу принимаем теплоотдачу гладкой плоской поверхности при обтекании ее безградиентным низкотурбулентным потоком жидкости с постоянными физическими свойствами.

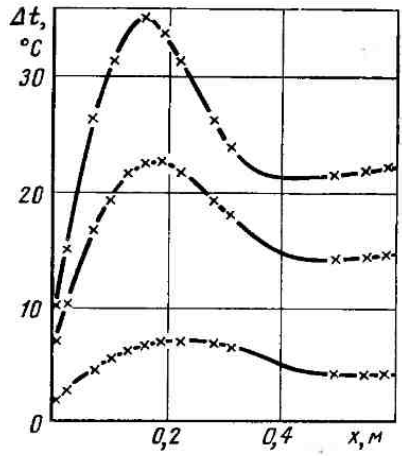
Вначале остановимся на особенностях теплоотдачи при переходном режиме течения на пластине. Роль этого режима сильно возрастает на коротких входных участках элементов, составляющих основу компактных теплообменников. Переходный режим течения характеризуется резким возрастанием интенсивности теплоотдачи, что определяет его важное прикладное значение.

Для обобщения теплоотдачи в области течения, переходного в пограничном слое от ламинарного к турбулентному, необходимо определить величину критического числа $\mathrm{Re}_к$, при котором этот переход начинается. Значение $\mathrm{Re}_к$ зависит от ряда таких факторов, как турбулентность набегающего потока, шероховатость стенки, градиент давления, температурный напор и т. д. [2—5]. На рис. 7.3 показана зависимость $\mathrm{Re}_к$ от турбулентности внешнего потока при обтекании гладкой поверхности.

Исследования, проведенные автором совместно с В. И. Катинасом и И. И. Жюгждой [2], показали, что при одной и той же картине течения в переходной области признаки переходного режима по теплоотдаче для жидкостей с большими числами Pr проявляются раньше.

Из рис. 9.1 видно, что в потоке воздуха на формирование начала процесса перехода влияет температурный напор Δt. С увеличением Δt максимум температурных кривых несколько смещается к началу пластины. Это означает, что процесс перехода в пограничном слое возникает раньше, а число $\mathrm{Re}_к$ уменьшается.

Экспериментальные данные по теплоотдаче пластины в переходной области пограничного слоя располагаются на трех параллельных линиях в зависимости от температурного напора Δt (рис. 9.2).



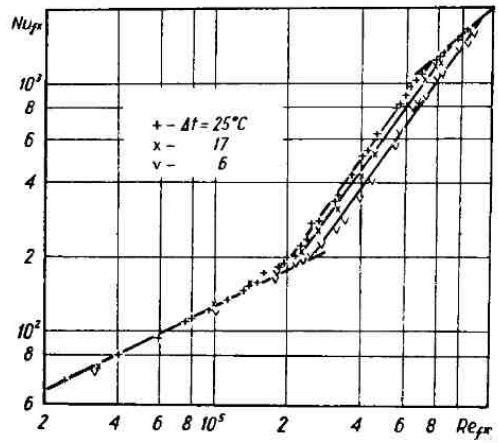
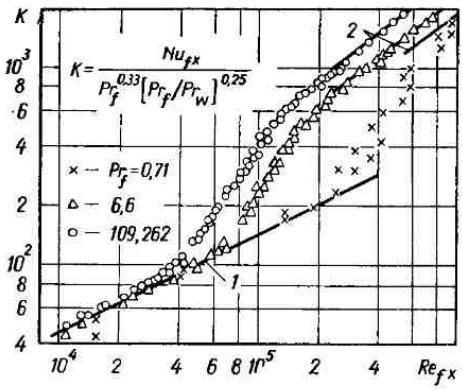


РИС. 9.1. Влияние температурного напора на переход от ламинарного течения к турбулентному в потоке воздуха. $U = 22{,}3$ м/с

РИС. 9.2. Местная теплоотдача пластины в потоке воздуха в переходной области при различных температурных напорах



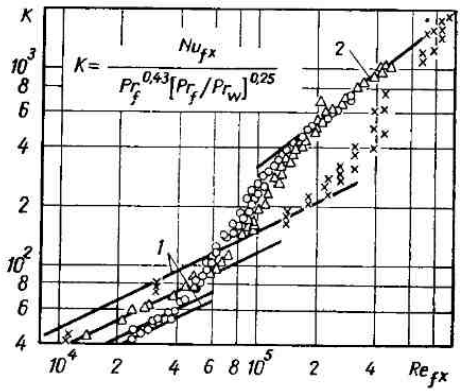


РИС. 9.3. Местная теплоотдача пластины в переходной области течения различных жидкостей при различных Pr_f

1 — ламинарный теплообмен, *2* — турбулентный теплообмен

РИС. 9.4. Местная теплоотдача пластины в переходной области течения различных жидкостей

Обозначения те же, что и на рис. 9.3

Одной из причин, вызывающих смещение перехода, является увеличение вязкости у стенки, что ведет к деформации профиля скорости и уменьшению гидродинамической устойчивости [3].

Для учета дополнительного влияния на $Re_к$ переменности физических свойств теплоносителя при изменении температуры в случае нагрева потока воздуха Л. М. Зысина-Моложен и др. [4] на основе экспериментальных ис-

следований предложили формулу

$$\mathrm{Re}_{\text{к}} = \mathrm{Re}_{\text{к}_0} (T_f/T_w)^{2,3}. \tag{9.2}$$

Наши экспериментальные данные [2] хорошо согласуются с этой формулой.

Для потоков воды и трансформаторного масла с увеличением температуры стенки, т. е. с уменьшением вязкости на стенке, поток стабилизируется и переход затягивается. Такого расслоения данных в зависимости от Δt, как в воздушном потоке, для местной теплоотдачи в потоках воды и трансформаторного масла не получается, если ввести параметр $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ в степени 0,25.

Исходя из экспериментальных данных, проследим за процессом теплообмена в переходной области при разных числах Pr.

Затруднения при обобщении и сравнении данных, полученных при разных Pr, возникают из-за переменности показателя степени у числа Pr в уравнении подобия, поскольку для ламинарного участка $\mathrm{Nu} \backsim \mathrm{Pr}^{0,33}$, а для турбулентного $\mathrm{Nu} \backsim \mathrm{Pr}^{0,43}$. На рис. 9.3 представлены экспериментальные данные по теплоотдаче пластины при учете влияния физических свойств на теплоотдачу числом $\mathrm{Pr}^{0,33}$. Из рисунка видно, что экспериментальные данные по теплоотдаче в случае ламинарного пограничного слоя обобщаются одной зависимостью, а в случае турбулентного пограничного слоя расслаиваются в зависимости от числа Pr_f.

Данные эксперимента в потоках воды и трансформаторного масла, полученные для переходной области течения (рис. 9.4), лучше совпадают в том случае, когда влияние физических свойств жидкости на теплоотдачу учитывается числом $\mathrm{Pr}^{0,43}$, хотя это влияние, вероятно, лучше учитывать промежуточным значением — $\mathrm{Pr}^{0,38}$.

Представленные экспериментальные результаты наглядно показывают, что в потоках жидкости с более высоким числом Pr переход к теплоотдаче по закономерностям турбулентного течения начинается при более низких Re_x. Как видно из рис. 9.3 и 9.4, изменение показателя степени при числе Pr не меняет общей картины. Полученное при сопоставлении расслоение данных указывает на то, что величина Pr влияет на начало перехода больше, чем уровень турбулентности. В рассматриваемых опытах турбулентность потока воды в среднем равнялась 1,2%, а турбулентность трансформаторного масла — 0,8%, однако переходный режим для трансформаторного масла начинался раньше.

Таким образом, при больших числах Pr теплоотдача в ламинарном пограничном слое чувствительна к незначительным возмущениям, которые вызывают ускоренное наступление переходного режима теплоотдачи по сравнению с жидкостями, имеющими малые Pr.

Объяснить полученный результат можно путем рассмотрения взаимодействия молекулярного и турбулентного обмена при разных Pr, которое можно провести на примере переноса тепла в вязком подслое.

В области одномерного течения, где $\tau = \tau_w$ и $q = q_w$ (см. разд. 7.3), передаваемое количество тепла определяется теплопроводностью и турбулентным перемешиванием (7.28). Выразив турбулентный перенос через коэффициент турбулентной температуропроводности $\varepsilon_q = \varepsilon_\tau/\mathrm{Pr}_t$, получим

$$-\overline{v'\vartheta'} = \frac{1}{\mathrm{Pr}_t} \varepsilon_\tau \frac{d\vartheta}{dy}. \tag{9.3}$$

Уравнение (7.28) можно привести к безразмерному виду, используя масштабные скорости u_* и температуру ϑ_*. Тогда из уравнений (7.28) и (9.3) получим зависимость

$$\left(\frac{1}{\mathrm{Pr}}+\frac{1}{\mathrm{Pr}_t}\frac{\varepsilon\tau}{\nu}\right)\frac{d\vartheta^+}{dy^+}=1. \qquad (9.4)$$

Рассмотрим перенос тепла в том случае, когда турбулентный перенос составляет 10% от общего переноса. Воспользовавшись формулой (9.4), проанализируем случаи при Pr = 1 и Pr = 100. В первом из них отношение переноса тепла теплопроводностью к переносу тепла турбулентным потоком равно 1 : 0,1, а во втором — 0,01 : 0,1. Уже из этих данных видно, что незначительный турбулентный обмен при больших Pr сильно сказывается на переносе тепла, чего не происходит при малых Pr.

Итак, переход возникает с появлением малых возмущений, которые не влияют на теплообмен в потоке воздуха; их влияние сказывается лишь при значительных Pr, хотя при этом картина возмущений одна и та же. По экспериментальным результатам можно оценить связь между числом $\mathrm{Re}_{\text{к}q}$ и величиной Pr.

Область переходного течения от ламинарного к турбулентному следует рассматривать как зону течения по длине пластины, где в чистом ламинарном течении в пограничном слое зарождаются возмущения, которые растут, и течение переходит в турбулентное. Место перехода можно выразить через критическое число $\mathrm{Re}_{\text{к}}$, которое определяется либо по центру переходной зоны, либо по началу перехода. Последний способ использован при обобщении теплоотдачи в переходной зоне.

При известной турбулентности набегающих потоков воздуха, воды и трансформаторного масла и зависимости $\mathrm{Re}_{\text{к}} = f\,(\mathrm{Tu})$ (рис. 7.3) определено влияние числа Pr на $\mathrm{Re}_{\text{к}q}$ и установлена следующая расчетная зависимость:

$$\mathrm{Re}_{\text{к}q}/\mathrm{Re}_{\text{к}} = 1{,}25\mathrm{Pr}_f^{-0{,}45}. \qquad (9.5)$$

Представляется возможность обобщить все данные по теплоотдаче в переходной области (рис. 9.3). Тогда, исходя из точек пересечения кривых, отображающих теплообмен в ламинарной и переходной областях, можно построить зависимость

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}45\,\mathrm{Re}_{\text{к}q}^{-0{,}9}\mathrm{Re}_{fx}^{1{,}4}\mathrm{Pr}_f^{0{,}33}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}. \qquad (9.6)$$

Начало перехода, определяемого здесь значением $\mathrm{Re}_{\text{к}q}$, зависит от положения зоны гидродинамического перехода, определяемого $\mathrm{Re}_{\text{к}}$, и от величины числа Pr.

$\mathrm{Re}_{\text{к}}$ является критерием, отображающим гидродинамическую картину перехода, и находится по графику на рис. 7.3 в зависимости от степени турбулентности набегающего потока. Для случая нагревания потока воздуха $\mathrm{Re}_{\text{к}}$ дополнительно зависит от параметра T_f/T_w, используемого для учета влияния переменных физических свойств теплоносителя.

9.2. Теплоотдача гладкой поверхности

Параметры в зависимости (9.1) взаимосвязаны друг с другом, поэтому сложность задачи состоит в определении их влияния не только раздельно, но и в комплексе. В таком случае уже не приходится говорить об уравнении подобия в обычной форме при обобщении данных по теплоотдаче в широком

диапазоне изменения определяющих параметров. К правильному выбору структуры уравнения можно прийти только после численного анализа данных. Рассмотрим закономерности теплоотдачи гладкой поверхности на основе обширных экспериментальных исследований средней и местной теплоотдачи пластины в области развитого турбулентного течения жидкостей в интервале чисел Pr от 0,71 до 400, Re от 10^4 до $3\cdot10^7$ и данных теоретических расчетов [1].

Средняя теплоотдача пластины исследована в работе автора и А. Амбразявичюса [6]. Эксперименты охватывают случаи нагревания и охлаждения жидкости. Проведены также измерения теплоотдачи пластины с необогреваемым участком.

Обобщенные данные исследования средней теплоотдачи пластины представлены на рис. 9.5 зависимостью

$$\mathrm{Nu}_f \mathrm{Pr}_f^{-0,43} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_u)^{-0,25} = f(\mathrm{Re}_f). \tag{9.7}$$

В числах Nu и Re за определяющую длину принята вся длина пластины.

При наличии необогреваемой передней части пластины гидродинамический пограничный слой развивается от передней кромки, а тепловой — от места начала нагрева или охлаждения потока. Для выяснения этого вопроса были проведены эксперименты по средней теплоотдаче пластины, в которых менялась длина начального необогреваемого участка $l - l_0$, где l — полная длина пластины, l_0 — длина обогреваемой ее части. В опытах [6] отношение l_0/l изменялось от 0,1 до 1. Анализ экспериментальных данных показал, что если в расчетах за определяющую длину принять длину обогреваемой части пластины l_0, то влияние длины необогреваемого участка на среднюю теплоотдачу пластины в потоках капельной жидкости будет пренебрежимо малым. Представленные на рис. 9.6 в такой обработке данные по средней теплоотдаче пластины в потоках различных жидкостей при разных Pr хорошо согласуются между собой и обобщаются зависимостью

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}037\mathrm{Re}_f^{0,8}\mathrm{Pr}_f^{0,43} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{9.8}$$

Особенности развития турбулентного пограничного слоя и его местные характеристики определяют величину местной теплоотдачи. Сложная картина перераспределения сопротивления теплопереносу по глубине пограничного слоя в зависимости от чисел Re и Pr обусловливает лишь приближенную аппроксимацию данных по местной теплоотдаче степенными уравнениями при постоянных показателях при числах подобия. Кроме того, как уже отмечалось в гл. 7, на начальных участках формирования турбулентного пограничного слоя проявляется влияние неавтомодельности его развития. В таком случае результаты по теплоотдаче следует обобщать по характерным толщинам δ^*, δ^{**} или по длине $x - x_0$, учитывающей виртуальное начало турбулентного пограничного слоя.

На рис. 9.7 приведены данные по местной теплоотдаче в потоках воды и трансформаторного масла, из которых видно, что с увеличением Pr показатель степени при Re_x (или Re_{x-x_0}) несколько изменяется. Его величина, обычно принимаемая равной 0,8, наиболее точно удовлетворяет данным при $\mathrm{Pr} \approx 1$. Поэтому результаты по местной теплоотдаче пластины в потоке воздуха [7] при $q_w = \mathrm{const}$, $\mathrm{Tu} = 0{,}1\%$ и $\mathrm{Re}_x = 3\cdot10^5 \div 5\cdot10^6$ с точностью $\pm4\%$ описываются зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx} = c\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,8} = 0{,}025\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,8}. \tag{9.9}$$

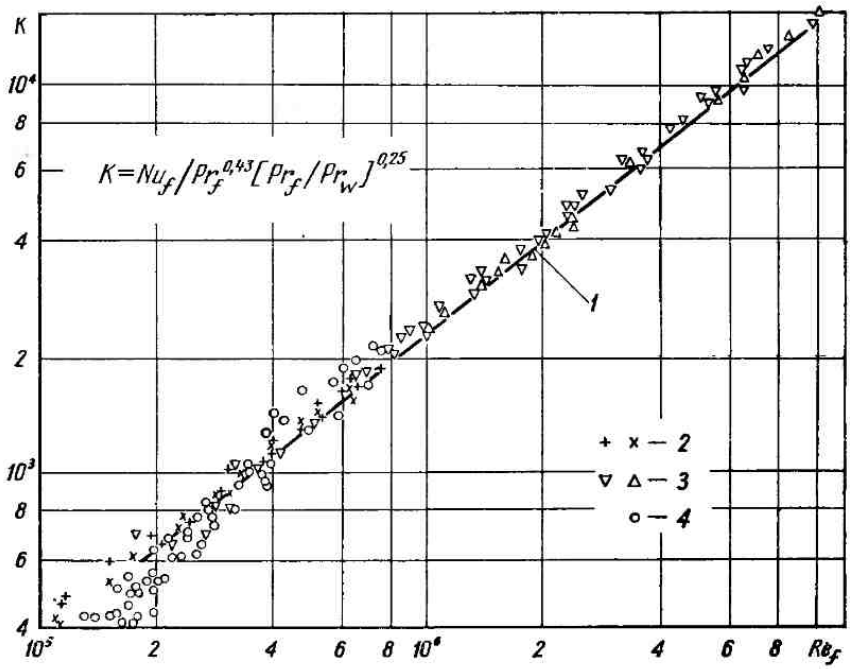


РИС. 9.5. Обобщенные данных по средней теплоотдаче пластины в потоках различных жидкостей

1 — зависимость (9.8),
2 — воздух,
3 — вода,
4 — трансформаторное масло

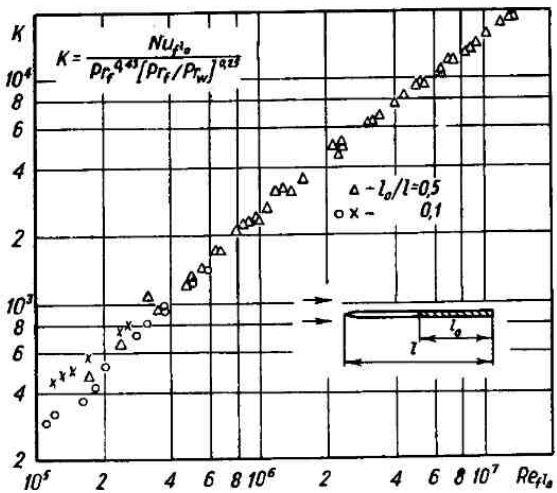


РИС. 9.6. Обобщенные результаты измерения средней теплоотдачи пластины с необогреваемыми участками разной длины

Точность обобщения аналогичных данных в диапазоне чисел Pr от 0,7 до 100 зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}0296\mathrm{Re}_{fx}^{0,8}\mathrm{Pr}_f^{0,43}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25} \qquad (9.10)$$

составляет лишь ±15%. Однако зависимость (9.10) как наиболее простая часто применяется при расчетах.

Сравнение показывает, что расхождение данных теоретических расчетов и экспериментальных измерений находится в пределах ±7%. Следователь-

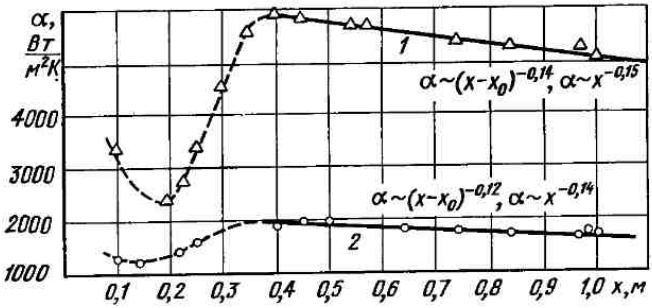


РИС. 9.7. Изменение местного коэффициента теплоотдачи вдоль пластины при турбулентном обтекании потоками воды (треугольники) и трансформаторного масла (кружки)

1 — $Pr_f = 5{,}4$, $U = 1{,}44$ м/с; 2 — $Pr_f = 72$, $U = 4{,}8$ м/с

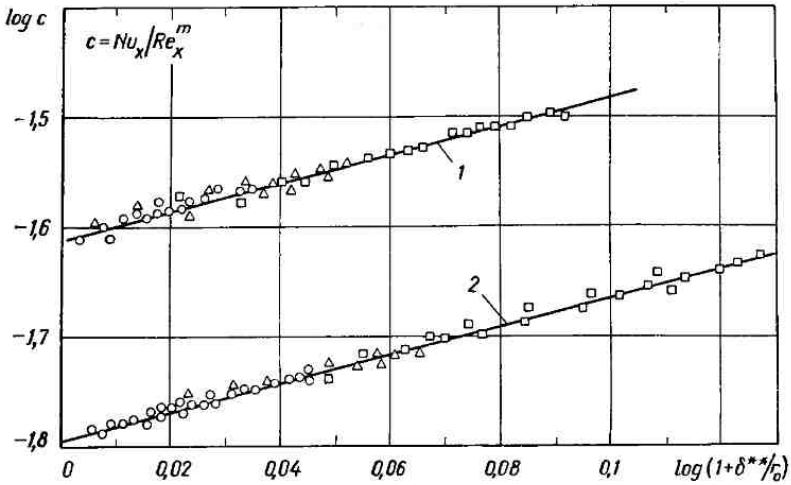


РИС. 9.8. Влияние поперечной кривизны поверхности на теплоотдачу

1 — $Re_x < 2\cdot10^6$, $m = 0{,}8$; 2 — $Re_x > 2\cdot10^6$, $m = 0{,}83$

но, необходимо обращать особое внимание на выбор формы аппроксимирующей зависимости.

На основе проведенного анализа можно рекомендовать зависимость, построенную при использовании фактора аналогии,

$$\frac{c_f/2}{St} = k_1 + k_2\sqrt{\frac{c_f}{2}}\left(Pr^{2/3} - 1\right) \qquad (9.11)$$

при $k_1 = 0{,}93$ и $k_2 = 12{,}5$.

Фактор аналогии данного вида использован в работе Б. С. Петухова и В. В. Кириллова [8]. Для жидкостей $Pr_t < 1$ и при $Pr = 1$ число St больше $c_f/2$. Это отражается на величине коэффициента k_1 в зависимости (9.11), обобщающей экспериментальные данные по местной теплоотдаче с точностью $\pm 4\%$.

Исходя из уравнения (9.11) и исключив c_f, можно построить следующую зависимость числа St от Re_{x-x_0} и Pr:

$$1/St = 53\, Re_{x-x_0}^{0,16} + 96\sqrt{Re_{x-x_0}^{0,16}}\left(Pr^{2/3} - 1\right). \qquad (9.12)$$

Формулы (9.11) и (9.12) пригодны для расчета теплоотдачи пластины в турбулентном пограничном слое с постоянными физическими свойствами.

Обобщение данных по теплоотдаче пластины в широком диапазоне Re и Pr можно провести на основе подобия профилей в области стенки и внешней области пограничного слоя, что приводит к обобщенному выражению для фактора аналогии (7.65).

В расчетах теплообмена важное значение имеет величина Pr_t. При обтекании пластины низкотурбулентным потоком средняя величина Pr_t. как следует из анализа обширного экспериментального материала, составляет 0,85—0,9, что и принимается в расчетах. Влияние различных факторов на величину Pr_t рассмотрено в гл. 7 и 8. С увеличением числа Pr необходима более точная его оценка в области стенки.

Изменение закономерностей теплоотдачи гладкой поверхности под влиянием ее поперечной кривизны можно проследить по данным Ю. Вилемаса и др. [9]. Многими исследователями влияние кривизны на теплообмен учитывалось параметрами $(1 + \delta/r_0)^n$, $(1 + 0{,}3\delta/r_0)^n$ и др., где величина δ рассчитывалась по формуле (7.19) для плоской пластины. Однако, ввиду того что под действием Tu изменяется толщина пограничного слоя, эти параметры становятся непригодными для учета кривизны поверхности. Поэтому в работе [9] предложен параметр $(1 + \delta^{**}/r_0)^n$, который включает более точно определяемую толщину δ^{**} и хорошо учитывает влияние поперечной кривизны поверхности на теплоотдачу (рис. 9.8).

На рис. 9.8 данные аппроксимированы зависимостями с двумя показателями степени при числе Re_x: $m = 0{,}8$ при $3\cdot10^5 < Re_x < 2\cdot10^6$ и $m = 0{,}83$ при $2\cdot10^6 < Re_x < 3\cdot10^7$. В таком случае показатель степени при параметре кривизны получен равным $^1/_3$, а данные сводятся к обобщающей зависимости на пластине в виде

$$Nu_{fx} = Nu_r/(1 + \delta^{**}/r_0)^{1/3}, \tag{9.13}$$

где Nu_r — местное число Нуссельта, определенное для продольно-обтекаемого цилиндра.

9.3. Влияние переменных физических свойств жидкости

В процессе теплообмена с изменением температуры жидкости по глубине пограничного слоя меняются физические свойства, определяющие деформацию профилей скорости и температуры, а следовательно, и коэффициент теплоотдачи.

На рис. 9.9 приведены данные исследований [10] с пластиной, обтекаемой турбулентным потоком различных жидкостей при $Re_x = 10^6$ в условиях его нагревания и охлаждения. Между обоими случаями имеется различие, выраженное в наклоне кривой: в случае нагревания жидкости теплообмен изменяется согласно Pr_f/Pr_w в степени $^1/_4$, а в случае охлаждения жидкостей с $Pr \gg 1$ — в степени $^1/_6$. При охлаждении потока глицерина число Pr_f изменялось в пределах от 29 до 70, а Pr_w — от 100 до 1050. Как видно из рисунка, в условиях охлаждения влияние переменности физических свойств на теплоотдачу с изменением температуры несколько меньше, чем в условиях нагревания. Для большинства практических случаев с достаточной точностью как в случае нагревания, так и в случае охлаждения показатель степени при Pr_f/Pr_w можно принять равным 0,25.

Таким образом, для расчета теплоотдачи пластины в потоке вязкой жидкости на основе функциональной зависимости (9.1) в первом приближении

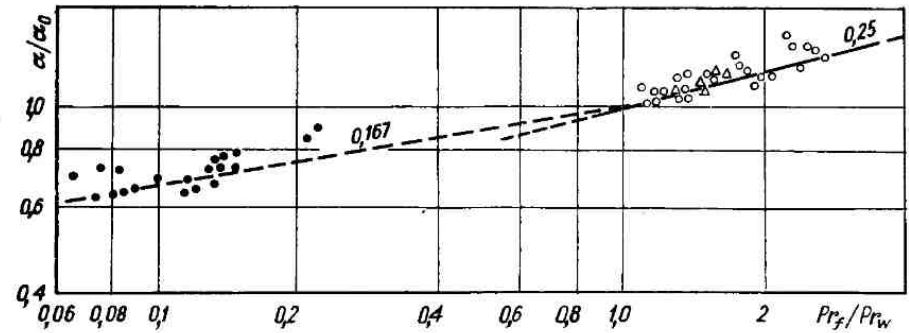


РИС. 9.9. Влияние переменности физических свойств жидкости на местный коэффициент теплоотдачи при охлаждении и нагревании воды (треугольники), трансформаторного масла (светлые кружки), глицерина (зачерненные кружки)

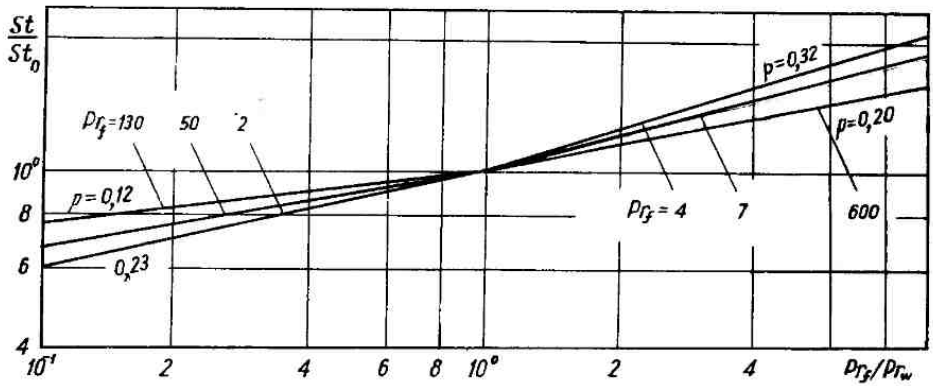


РИС. 9.10. Расчетные данные по влиянию переменности физических свойств среды на теплоотдачу пластины

получаем зависимость

$$\mathrm{Nu}_{fx} = c\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,8}\mathrm{Pr}_f^{0,43}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p, \tag{9.14}$$

где $p = 0{,}25$ в случае нагревания и $p = 0{,}17$ в случае охлаждения жидкости.

Однако более тщательный анализ характеристик переноса (см. разд. 7.5) показывает, что, помимо зависимости теплоотдачи от основного фактора $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$, существует ее зависимость от величины Pr: чем больше Pr, тем эффект меньше, так как профиль температуры сосредоточивается у стенки. Поэтому в случае нагревания жидкости влияние переменности физических свойств больше, чем в случае охлаждения. Сравнивая взятые из разных работ параметры, учитывающие влияние переменности физических свойств на теплообмен, можно заметить, что они отличаются друг от друга по величине. Поэтому каждый результат необходимо проанализировать для жидкости, применяемой в качестве теплоносителя, температуры стенки и потока. Разнообразие картин зависимости физических свойств от температуры приводит к различным результатам. В таких условиях трудно предложить универсальные параметры учета. Выделение каждого физического параметра в виде

симплекса ввиду разнообразия зависимостей физических свойств от температуры не всегда приводит к однозначному учету. Только теоретический расчет может дать более полный ответ на этот вопрос, осветить всю картину обмена, однако если такой расчет провести для нескольких жидкостей, то получится сложная картина, трудно поддающаяся обобщению с помощью простых уравнений подобия. Это подтверждается широкими экспериментальными и теоретическими исследованиями теплоотдачи при течении капельных жидкостей в трубах, обобщение результатов которых представлено в работе [11].

Указанные тенденции хорошо подтверждаются нашими расчетами влияния переменных физических свойств воды, трансформаторного масла и глицерина [12] на теплообмен в случаях охлаждения и нагревания потока (рис. 9.10). Физические свойства в определяющих критериях отнесены к температуре потока. Из рис. 9.10 видно, что при обобщении данных по теплообмену уравнением вида

$$\mathrm{St}/\mathrm{St}_0 = (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p \tag{9.15}$$

показатель степени p различен для случаев нагревания и охлаждения потока, зависит от Pr_f, но достаточно постоянен при изменении $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$. Зависимость показателя степени p от числа Re весьма незначительна.

Особенности изменения физических свойств газов с температурой не дают возможности вводить в зависимости поправки типа $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ или μ_f/μ_w для учета переменности физических свойств газов. Обычно для газовых теплоносителей используется температурный фактор, представляющий собой отношение температур $\psi = T_w/T_f$. Однако, несмотря на то что этот фактор часто применяется при обработке экспериментальных данных, его следует считать недостаточным ввиду сложности функций зависимости физических свойств газов от температуры. В работе В. Макарявичюса [13] показано, что более точный учет влияния переменности физических свойств в уравнениях подобия можно основывать на введении безразмерных симплексов. Однако получаемые таким путем выражения весьма сложны по структуре, упрощение которой ведет к резкому сокращению диапазона их пригодности.

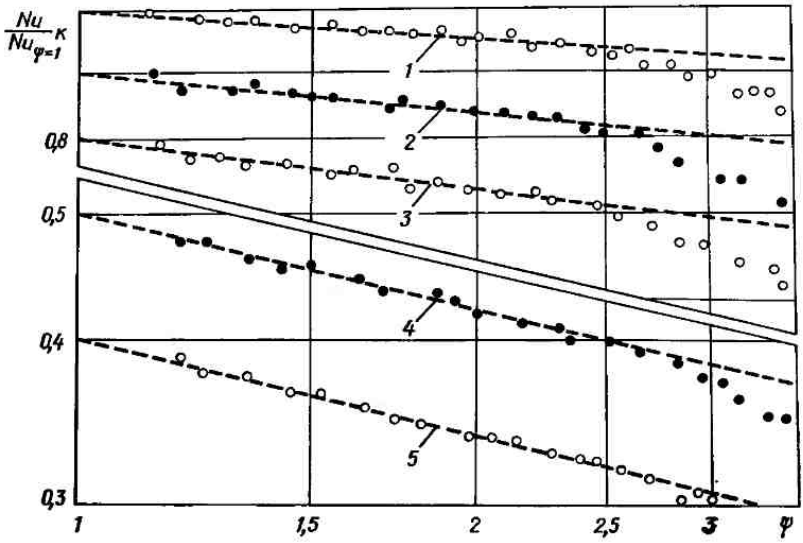
Расхождения между экспериментальными данными работ различных авторов можно частично объяснить ограниченной пригодностью параметра ψ для обобщения данных по теплоотдаче. Другой весьма важной причиной указанных расхождений является высокая степень турбулентности высокотемпературных потоков газов, обусловленная подогревом газа в плазмотронах, различных дуговых нагревателях, камерах сгорания. Применяемые расчетные методики также весьма разнообразны, и, как было показано выше (см. разд. 7.6), в них не учитывается отклонение от аналогии между переносом импульса и тепла.

В работе [14] при исследовании продольного обтекания и теплоотдачи цилиндров в потоке воздуха в интервале изменения ψ от 1 до 3,5 показано, что до $\psi = 2{,}5$ опытные данные по теплоотдаче можно аппроксимировать зависимостью

$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{\psi=1} = \psi^d, \tag{9.16}$$

где показатель степени d является функцией x/r_0 и Re_{r_0} (рис. 9.11). С увеличением Re_{r_0} абсолютная величина показателя степени d возрастает, приближаясь к постоянной величине.

Для всех значений Re_{r_0} рост d прекращается при $x/r_0 = 60$ (рис. 9.12). Из этих данных можно сделать вывод, что при любом значении x и



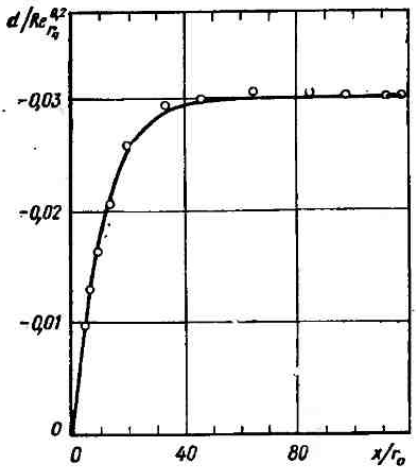


РИС. 9.11. Влияние переменности физических свойств среды на теплоотдачу цилиндра при $Re_{r_0} = 2{,}9 \cdot 10^4$

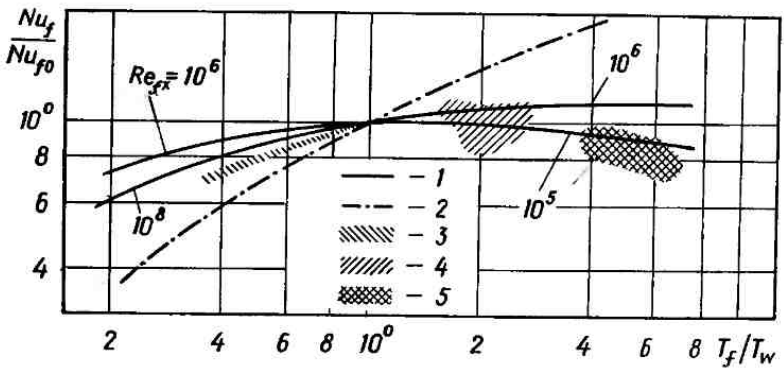
Множители k и x/r_0 равны соответственно: 1 и 3,8 (*1*) 0,9 и 5,9 (*2*), 0,8 и 9,0 (*3*), 0,5 и 46 (*4*), 0,4 и 65 (*5*)

РИС. 9.12. Изменение d по длине цилиндра

Кружки — экспериментальные данные, сплошная кривая — расчет по (9.17)

РИС. 9.13. Влияние температурного фактора на теплоотдачу

1 — данные расчета [15], $Pr_t = 1$ при $T_f/T_w < 1$ и $Pr_t = 0{,}86\ (T_f/T_w)^{-0,71}$ при $T_f/T_w > 1$; *2* — данные [17]; *3* — данные эксперимента [14], $Re_{r_0} = 2{,}2 \cdot 10^5$; *4*, *5* — данные [15] для потоков воздуха и продуктов сгорания соответственно, $Re_f = 10^4 \div 10^6$



$\mathrm{Re}_x = \mathrm{const}$ с уменьшением r_0 уменьшается влияние переменности физических свойств на теплоотдачу. Для показателя степени d получена формула

$$d = -0{,}03\,\mathrm{Re}_{r_0}^{0,2}\left[1 - \exp\left(-0{,}09\frac{x}{r_0}\right)\right]. \qquad (9.17)$$

В случае охлаждения потока высокотемпературного газа влияние переменности физических свойств уменьшается. Обобщение результатов по теплоотдаче при использовании температуры потока в качестве определяющей указывает на весьма незначительное влияние температурного фактора на теплоотдачу. Эти выводы следуют из работ [13, 15, 16] (рис. 9.13).

Сопоставление экспериментальных данных и данных теоретических расчетов по методике, изложенной в гл. 7, показывает, что их согласование может быть получено лишь при учете зависимости величин Λ и Pr_t от Tu и ψ. При этом число Pr_t в случае нагревания потока ($T_w/T_f > 1$) увеличивается, а при охлаждении ($T_w/T_f < 1$) уменьшается. Вывод точных количественных зависимостей для указанных величин требует проведения непосредственных измерений характеристик турбулентности, особенно в высокотемпературных потоках газа, которым свойственны высокие уровни интенсивности турбулентности.

9.4. Теплоотдача шероховатой поверхности

Эффективное увеличение теплоотдачи от стенки к потоку возможно при уменьшении сопротивления вязкого подслоя за счет генерации вихревого течения в пристенной зоне элементами шероховатости. Уже из общих физических соображений можно сделать ряд выводов о тенденциях процесса теплоотдачи. При $\mathrm{Pr} \ll 1$ перенос тепла ввиду большой теплопроводности теплоносителя мало зависит от Re и шероховатости, т. е. $\mathrm{Nu}_k/\mathrm{Nu} \approx 1$ (индекс k означает шероховатую поверхность) для $c_{fk}/c_f > 1$. Увеличение сопротивления определяется сопротивлением формы элементов шероховатости. При противоположном граничном условии $\mathrm{Pr} \gg 1$ соотношение $\mathrm{Nu}_k/\mathrm{Nu} > 1$ вследствие уменьшения сопротивления вязкого подслоя теплопереносу, а изменение c_{fk} при этом происходит в широких пределах в зависимости от типа шероховатости и режима обтекания.

Экспериментально установлено, что при $\mathrm{Pr} > 1$, когда основное сопротивление теплоотдаче сосредоточено в вязком подслое, шероховатые поверхности обеспечивают передачу большего количества тепла по сравнению с гладкими поверхностями при одинаковых затратах мощности на перекачку теплоносителя. Режим частичного проявления шероховатости обеспечивает наибольшую эффективность теплоотдачи, и ему следует уделять основное внимание.

Проведем анализ результатов, полученных А. А. Шланчяускасом и М.-Р. М. Дрижюсом [18] при исследовании обтекания шероховатых поверхностей потоками различных жидкостей ($\mathrm{Pr} = 0{,}7 \div 100$).

В разд. 7.7 уже рассматривались закономерности переноса импульса и тепла для ромбовидной пирамидальной шероховатости. Полученные данные по теплоотдаче шероховатой пластины указывают на различное влияние параметра k^+ с изменением чисел Pr. В потоке воздуха с ростом k^+ наблюдается равномерное увеличение теплоотдачи (рис. 9.14).

В потоке трансформаторного масла максимальное увеличение коэффициента теплоотдачи, выраженного числом St, наблюдается при частичном

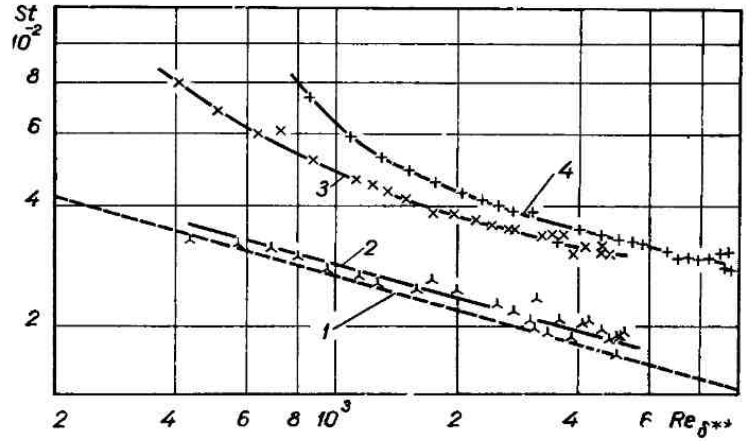


РИС. 9.14. Теплоотдача шероховатой пластины в потоке воздуха

Гладкая пластина (1), k^+ варьирует от 29 до 20 (2), от 123 до 87 (3), от 260 до 184 (4)

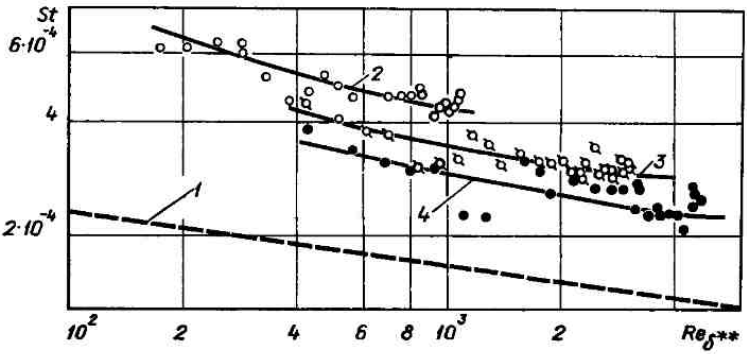


РИС. 9.15. Теплоотдача шероховатой пластины в потоке трансформаторного масла (Pr = 102)

Гладкая пластина (1), k^+ варьирует от 53 до 34 (2), от 144 до 105 (3), от 229 до 172 (4)

проявлении шероховатости, т. е. при $k^+ < 70$. Дальнейшее увеличение k^+ приводит к уменьшению St (рис. 9.15).

Поскольку наряду с увеличением теплоотдачи шероховатость вызывает увеличение сопротивления, данные целесообразно выражать в виде фактора аналогии $2St/c_f$, который можно рассматривать как эффективность теплоотдачи (рис. 9.16). Для сравнения показана зависимость (9.11) для гладкой пластины.

В потоке воздуха с увеличением k^+ при постоянной величине $Re_{\delta^{**}}$ эффективность теплоотдачи во всех случаях остается ниже эффективности гладкой поверхности (рис. 9.16).

В потоке трансформаторного масла в режиме частичного проявления шероховатости эффективность теплоотдачи значительно увеличивается. При $k^+ = 35$ это увеличение достигает 20%. Однако после достижения режима полного проявления шероховатости эффективность падает ниже ее значений для гладкой поверхности.

Рассмотренные данные показывают, насколько сильно влияет структура течения между элементами шероховатости, определяемая их формой, расположением и режимом обтекания, на общие закономерности сопротивления и теплоотдачи. Этим обусловлены основные трудности получения обобщающих зависимостей для различных типов шероховатости и сложности теоретического моделирования.

Уместно более подробно остановиться на теоретическом расчете с использованием гипотезы о длине пути перемешивания [18]. Оказывается, что и в данном случае возможно ее успешное использование при сравнительно несложных аппроксимациях распределения напряжений трения в пристенной зоне, за исключением режима при частичном проявлении шероховатости.

Существование зоны с логарифмическим распределением скорости, где $\tau_\Sigma = \text{const}$, дает основание пренебречь для этой части слоя и ближе к стенке конвективными составляющими и решать систему одномерных уравнений (7.38) и (7.39).

Применение данной системы для шероховатой стенки связано с учетом сопротивления формы элементов шероховатости и дополнительной генерации турбулентности. Так как силы давления приложены к фронтальной плоскости элементов шероховатости, то с приближением к стенке отношения значения $\tau_{\Delta p}$ (обусловленного перепадом давления на элементе шероховатости) и соответственно τ к τ_Σ убывают. Это изменение τ/τ_Σ с достаточным приближением предлагается аппроксимировать линейными зависимостями (табл. 9.1)

Таблица 9.1

Допущения, принятые при расчете одномерных уравнений для вихревой области

Режим течения	y^+	τ/τ_Σ	l^+
$k^+ \leqslant 5$	$y^+ \leqslant k^+$	1	$n\varkappa y^+$
	$k^+ \leqslant y^+ < A$	1	$n\varkappa y^+$
$5 < k^+ < 70$	$y^+ \leqslant k^+$	$\dfrac{[y^+ - (y^+ - k^+)(1{,}1 - 0{,}15k^+)]}{k^+}$	$n\varkappa y^+$
	$k^+ \leqslant y^+ \leqslant A$	1	$n\varkappa y^+$
$70 < k^+$	$y^+ \leqslant k^+$	y^+/k^+	$\varkappa y^+$

При $k^+ \leqslant 5$ поверхность может рассматриваться как динамически гладкая и расчет производится по обычной схеме.

В режиме полного проявления шероховатости ($k^+ > 70$) можно пренебречь членом, учитывающим влияние вязких напряжений. В таком случае линейное изменение значений $\tau_{\Delta p}$, обусловливающих величину полного сопротивления, от 0 на стенке до τ_Σ при $y = k$ определяет распределение касательных напряжений. Пренебрежение действием сил вязкости дает возможность принять значение длины пути перемешивания l равным $\varkappa y$ вплоть до стенки.

В условиях частичного проявления шероховатости ($5 \leqslant k^+ \leqslant 70$) следует учитывать влияние вязкости на величины l и τ/τ_Σ. Поэтому при $A >$

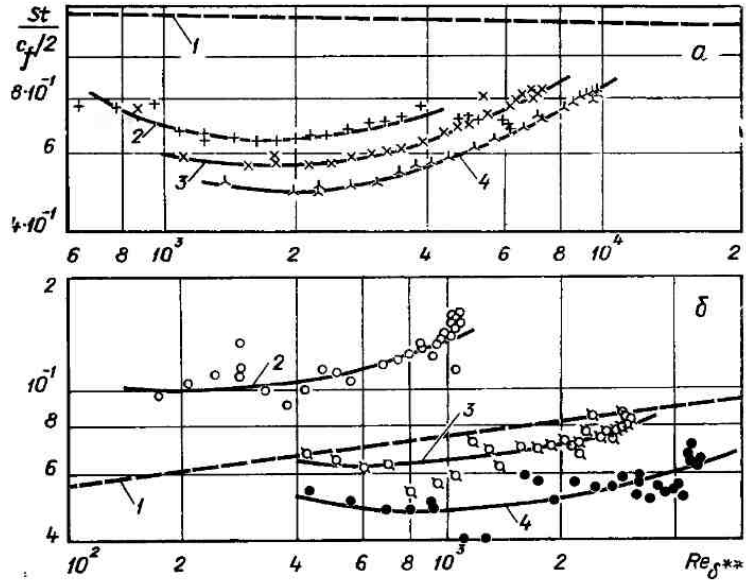


РИС. 9.16. Эффективность теплоотдачи шероховатой пластины в потоках воздуха (*а*) и трансформаторного масла (*б*)

а: гладкая поверхность (*1*), k^+ варьирует от 200 до 190 (*2*), от 480 до 280 (*3*), от 780 до 440 (*4*); *б*: гладкая поверхность (*1*), k^+ варьирует от 53 до 34 (*2*), от 145 до 105 (*3*), от 230 до 172 (*4*)

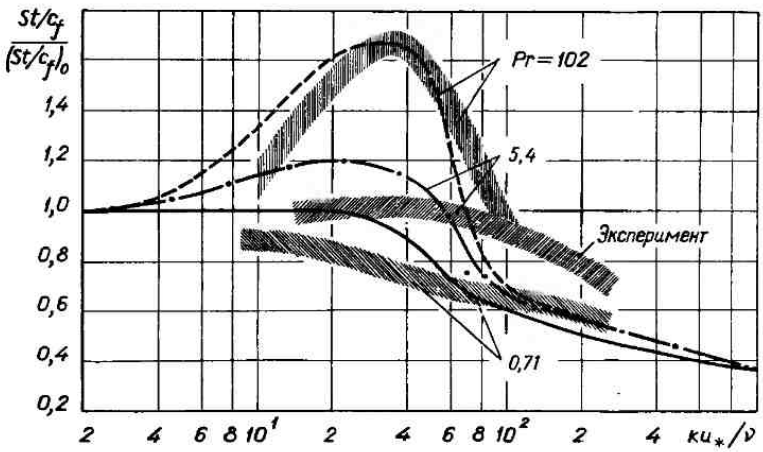


РИС. 9.17. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по эффективности теплоотдачи шероховатой пластины при $\mathrm{Re}_{\delta^{**}} = 2000$ и $f_1/f_\Sigma = 0{,}5$

$> y^+ > k^+$, как и в случае гладкой стенки, принимается $l = n\varkappa y$ (A — расстояние до начала логарифмического распределения скорости), т. е. в этой зоне учитывается демпфирующее воздействие сил вязкости. При $y^+ < k^+$ принимается $l = n_k\varkappa y$, где $n_k = \mathrm{const}$, и равно значению n при $y^+ = k^+$. Это означает, что при $y < k$ демпфирующий фактор постоянен. Зависимость

для расчета τ/τ_w должна учитывать рост удельной доли сил давления с ростом k^+, линейное уменьшение τ/τ_Σ на стенке от 1 до 0 при переходе от гладкой стенки к режиму полного проявления шероховатости. Дополнительное предположение о линейном изменении τ/τ_Σ от определенной величины на стенке до 1 при $y^+ = k^+$ приводит к зависимости $\tau/\tau_\Sigma = [y^+ - (y^+ - k^+)(1{,}1 - 0{,}15k^+)]/k^+$.

Начало логарифмического распределения скорости в режиме частичного проявления шероховатости постепенно смещается в зависимости от значения k^+. Из физических соображений вполне логично принять для гладкой стенки $A = 23$, а в условиях полного проявления шероховатости — $A = k^+ = 70$. Изменение A в области частичного проявления шероховатости аппроксимировано линейной зависимостью.

Предлагаемая схема расчета, несмотря на физическую обоснованность предпосылок, действительна для определенного типа шероховатых поверхностей, когда вся теплоотдающая поверхность занята вихревыми областями, возникающими как за элементом шероховатости, так и перед ним. Такой случай имеет место при поперечном обтекании тонких диафрагм, расположенных на относительных расстояниях $s/k = 5$ (см. рис. 7.24).

При больших значениях s/k создаются условия для присоединения потока к стенке и формирования течения, близкого по структуре к существующему на гладкой поверхности. В таком случае расчет целесообразно проводить отдельно для областей f_1 и f_2.

Теплоотдача шероховатой поверхности выражается сложной зависимостью

$$\mathrm{St} = f\,(\mathrm{Re}_{\delta^{**}},\ k^+,\ \mathrm{Pr}). \tag{9.18}$$

Тип шероховатости в рассматриваемой работе отражается отношением f_1/f_Σ. Согласно расчетным данным, при $\mathrm{Pr} = 102$ максимальное увеличение числа St достигает 400%, а при $\mathrm{Pr} = 0{,}71$—75%. Положение экстремума St смещается при этом от $k^+ = 50$ к $k^+ = 100$.

Расчет удовлетворительно отражает изменение эффективности теплоотдачи с изменением Pr и k^+ (рис. 9.17). Это позволяет надеяться, что в будущем исследования приведут к установлению более универсальных параметров учета шероховатости.

На данном этапе обобщающие зависимости для прикладных расчетов отсутствуют. Одной из первых и наиболее рациональных работ полуэмпирического плана является работа Д. Дипрея и Р. Саберского [19], в которой рассматривается трехслойная схема пограничного слоя и теплоперенос через пристенный слой выражается степенными зависимостями $\mathrm{St} \infty k^{+m}\mathrm{Pr}^n$. В таком случае теплоотдачу при обтекании пластины в режиме полного проявления шероховатости можно выразить зависимостью

$$\frac{c_f/2\,\mathrm{St} - 1}{\sqrt{c_f/2}} + A = c\,(k^+)^m\,\mathrm{Pr}^n, \tag{9.19}$$

в которой значения постоянных и показатели степени зависят от конкретного вида шероховатости.

Для песочной шероховатости, исследованной в работе [19], значения постоянных в зависимости (9.19), если заменить коэффициент трения c_f коэффициентом сопротивления ξ, получаются следующие: $A = 8{,}48$, $c = 5{,}19$, $m = 0{,}2$, $n = 0{,}44$. Обработка представленных в работе [18] данных для

пластины с пирамидальной шероховатостью, согласно зависимости (9.19), показала, что величина постоянной c меняется по длине пластины от 2,7 при $x = 0$ до 5,4 при $x = 1$ м, а другие постоянные равны: $A = 6{,}5$, $m = 0{,}2$, $n = 0{,}63$.

А. М. Яглом и Б. А. Кадер [20], проанализировав экспериментальные результаты по теплоотдаче различных шероховатых поверхностей с плотно размещенными элементами, предложили зависимость

$$\mathrm{St} = \frac{\sqrt{c_f/2}}{2{,}12 \ln(\delta^*/k) + 0{,}55\sqrt{k^+}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 0{,}2) + 9}, \tag{9.20}$$

которая хорошо согласуется с экспериментальными данными в режиме полного проявления шероховатости при $\mathrm{Pr} < 10$. Для режима частичного проявления шероховатости рекомендуется использовать линейную интерполяцию между значениями коэффициентов теплоотдачи для гладкой пластины и шероховатой пластины в режиме полного проявления шероховатости.

Представленные зависимости наиболее перспективны для создания основы обобщения экспериментальных данных на более широкий диапазон типов шероховатых поверхностей.

9.5. Влияние турбулентности потока

Влияние турбулентности внешнего потока ограничено в основном внешней зоной пограничного слоя (см. разд. 7.9), что предопределяет закономерности теплоотдачи и их изменение в зависимости от физических свойств жидкости. Согласно данным исследований, проведенных в работе А. Шланчаускаса и А. Пядишюса [7], в диапазоне Pr от 0,7 до 100 и Tu от 0,1 до 10% наибольшее воздействие Tu на теплоотдачу проявляется при малых значениях Pr (рис. 9.18) ввиду равномерного распределения сопротивления теплопереносу по глубине пограничного слоя. В потоке воздуха при Tu = 10% прирост теплоотдачи составляет 40—50%.

Обращают на себя внимание следующие важные особенности воздействия. Во-первых, явно выражен асимптотический характер прироста трения и теплоотдачи с ростом Tu при наиболее резком увеличении их значений в диапазоне изменения Tu от 0 до 4% (рис. 9.19). Во-вторых, теплоотдача под влиянием Tu увеличивается сильнее, чем поверхностное трение.

Указанный характер изменения c_f/c_{f_0} и $\mathrm{St}/\mathrm{St}_0 = f(\mathrm{Tu})$ показывает, что при низких значениях Tu даже небольшое изменение турбулентного переноса во внешней зоне пограничного слоя вызывает сильное увеличение c_f и St, причем этот прирост значительно превосходит прирост сопротивления теплопереносу из-за утолщения пограничного слоя.

Увеличение теплоотдачи в потоке воздуха приближенно можно обобщить зависимостью

$$\mathrm{St}/\mathrm{St}_0 = 1 + 0{,}41\,\mathrm{th}\,(0{,}2\mathrm{Tu}). \tag{9.21}$$

Аналогичные результаты получены в работе [14], в которой исследована теплоотдача цилиндров при продольном обтекании потоком воздуха. Эти данные с учетом влияния кривизны обтекаемой поверхности обобщены зависимостью, аналогичной зависимости (9.21), в которой значение постоянной перед вторым членом равно 0,37. Наблюдается удовлетворительная корреляция экспериментальных данных работ различных авторов [7, 14, 21, 22].

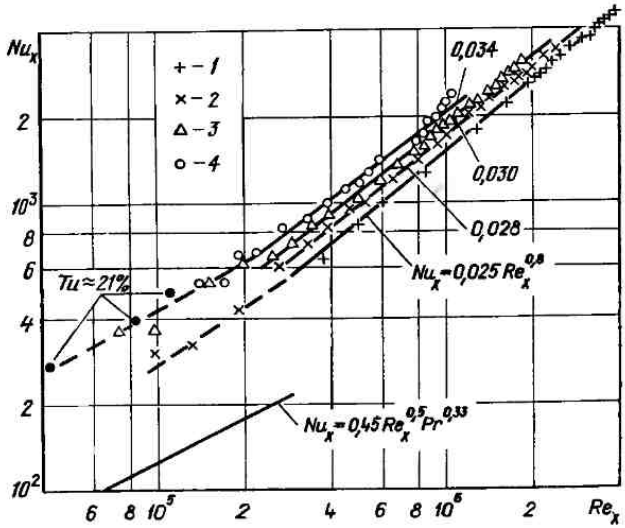


РИС. 9.18. Данные по теплоотдаче пластины в потоке воздуха при разных значениях Tu

Средние по x значения Tu и формпараметра H равны соответственно 0,2% и 1,35 (1), 2,2% и 1,34 (2), 7,8% и 1,24 (3), 13,5% и 1,24 (4)

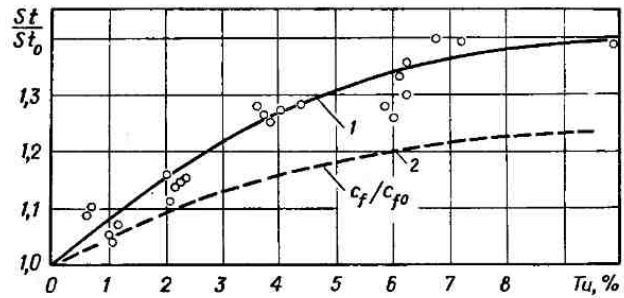


РИС. 9.19. Сравнение данных по трению и теплоотдаче пластины в потоке воздуха при разных значениях Tu

1 — расчет по (9.21), 2 — по (7.84)

Более значительное увеличение теплоотдачи по сравнению с поверхностным трением отражает изменение турбулентного числа Прандтля, причем это изменение ограничено в основном лишь внешней зоной пограничного слоя. Средняя величина Pr_t в пограничном слое обобщается зависимостью (7.86).

Эти особенности теплопереноса требуют пересмотра обобщенной аналогии между теплоотдачей и трением в турбулентных потоках, которая в случае малой турбулентности выражается хорошо известной зависимостью (9.11).

В зависимости (9.11) первый член в правой части выражает соотношение между переносом тепла и импульса в полностью турбулентной зоне пограничного слоя, т. е. он определяется значением Pr_t и не должен зависеть от физических свойств жидкости. Анализ данных, полученных для потока воздуха, показал, что они хорошо обобщаются зависимостью (9.11) при

$$k_1 = k_{1_0}\,[1 - 0{,}088\,\mathrm{th}\,(0{,}2\mathrm{Tu})], \qquad (9.22)$$

где $k_{1_0} = 0{,}93$.

Ввиду того что с ростом числа Pr основное сопротивление теплопереносу сосредоточивается в области стенки, нечувствительной к внешним возмущениям, влияние Tu на теплоотдачу должно уменьшаться. Зависимость (9.11) хорошо обобщает экспериментальные данные в широком диапазоне чисел Re и Pr, т. е. она учитывает реальные значения Pr_t у стенки. Поэтому на ее ос-

нове с учетом зависимости (9.22) можно проследить за влиянием Tu на теплоотдачу при разных значениях Pr. Расчеты показывают, что в области чисел $Re = 2 \cdot 10^3 \div 10^4$ при $Tu = 10\%$ в потоке воды ($Pr = 5{,}4$) увеличение теплоотдачи достигает 20—25%, а в потоке трансформаторного масла ($Pr = 102$) — 10—15%.

Таким образом, при расчете влияния Tu на теплоотдачу на основе гипотезы о длине пути перемешивания необходимо учитывать изменение l/δ во внешней зоне пограничного слоя и значения Pr_t. Для прикладных расчетов рекомендуется использовать зависимость $\Lambda = l/\delta = f\,(Tu)$, выраженную по (7.45) и графически представленную на рис. 7.32, и величину $Pr_t = f\,(Tu)$, выраженную по формуле (7.86). Введение косинусоидальной функции (7.85), как и в случае расчетов трения (рис. 7.31), уменьшает расхождение с экспериментом.

Ввиду консервативности пристенной области течения при внешних возмущениях и сосредоточения в ней при больших значениях Pr основного сопротивления теплопереносу значение Pr_t необходимо принимать не зависящим от Tu.

9.6. Теплоотдача при ускорении потока

Обтекание при ускорении потока характеризуется сильной неавтомодельностью. Соотношение инерционных сил, сил вязкости и сил давления в сечении пограничного слоя постепенно изменяется по длине градиентного участка. Это затрудняет обобщение экспериментальных данных и проведение теоретических расчетов на основе простых моделей турбулентности.

Практический интерес представляет возможность простой оценки влияния ускорения на теплоотдачу пластины. В общем случае теплоотдачу под воздействием ускорения можно выразить зависимостью

$$Nu = f\,(Re,\ K,\ k_\delta,\ Pr), \tag{9.23}$$

где k_δ — параметр, учитывающий характеристики пограничного слоя перед конфузором.

Анализ экспериментальных данных в потоке воздуха, проведенный автором с сотр. [23], показывает, что уменьшение интенсивности теплоотдачи в конфузорной зоне находится в следующей зависимости от прироста скорости потока:

$$Nu/Nu_p = (U/U_0)^b, \tag{9.24}$$

где Nu_p — расчетное значение Nu для турбулентного пограничного слоя при том же Re_x; U_0 — скорость потока на входе в конфузор.

Установлено, что экспериментальные данные для исследованных случаев можно описать с точностью $\pm 10\%$ зависимостью (9.24) при $b = -0{,}56$. Влияние двукратного изменения $Re_{\delta^{**}}$ на входе в конфузор не влияет на форму этой зависимости.

Величина показателя степени b, близкая к $-0{,}5$, получена не случайно. В случае изотропной турбулентности в конфузорах также наблюдается деформация пульсационных составляющих скорости, а относительная величина турбулентности падает пропорционально величине $\sqrt{U_0/U}$. Следовательно, приблизительно такой же зависимости должно следовать и уменьшение относительного влияния турбулентных составляющих переноса и интенсивности теплоотдачи в турбулентном пограничном слое.

Другим важным фактором является темп прироста скорости, который определяется геометрическими размерами конфузора и характеризуется параметром градиента давления $K = (\nu/U^2)(dU/dx)$. При больших значениях K, т. е. при достижении тех же значений скорости на более коротких расстояниях, интенсивность теплоотдачи сильно падает. Более точное обобщение данных по теплоотдаче получается при $b = -0{,}6\ [1 - \exp(-0{,}72 \cdot 10^6 K_{max})]$.

Как уже отмечалось в разд. 7.10, под влиянием ускорения процессы переноса импульса и тепла сосредоточиваются в пристенной зоне. Поэтому в потоках жидкостей с $\mathrm{Pr} \gg 1$ падение интенсивности теплоотдачи должно проявляться сильнее. Это подтверждается экспериментальными измерениями в диапазоне изменения Pr от 0,7 до 100, которые также указывают на незначительное расслоение данных в зависимости от величины K при $\mathrm{Pr} \gg 1$. Это является следствием того, что при $\mathrm{Pr} \gg 1$ основное сопротивление сосредоточено в пристенной зоне, слабо зависящей от уровня возмущений во внешней области пограничного слоя. Кроме того, эта зона характеризуется быстрым наступлением местного равновесия и слабым влиянием предыстории. Поэтому параметр U/U_0 сравнительно хорошо обобщает изменение теплоотдачи при $\mathrm{Pr} \gg 1$, так как отражает постепенное и монотонное возрастание толщины вязкого пристенного слоя и тем самым сопротивления теплопереносу.

Однако в потоке с равномерно распределенным сопротивлением теплопереносу ($\mathrm{Pr} \approx 1$) сохраняется влияние турбулентности во внешней области пограничного слоя, что в данном случае определяется завихренностью течения. Уровень деформации крупных вихревых структур и проявление предыстории в ней зависят от темпа прироста градиента давления. Фактически влияние предыстории сводится к тому, что турбулентные вихри, сформировавшиеся на входе, сносятся вниз и одновременно деформируются по мере воздействия $dp/dx < 0$, не успевая угаснуть. Это обусловливает большую зависимость теплоотдачи при $\mathrm{Pr} \approx 1$ от характеристик турбулентности вне пристенной зоны. Для практических расчетов изменение теплоотдачи можно выразить через параметры внешнего потока в виде зависимости (9.24) при $b = -0{,}61\ [1 - \exp(-0{,}72 \cdot 10^6 K_{max})]\mathrm{Pr}^{0{,}062}$, которая с точностью $\pm 8\%$ обобщает экспериментальные данные по теплоотдаче для симметричных конфузорных участков с прямолинейными стенками в диапазоне изменения Pr от 0,7 до 100 и K до 10^{-5}.

В связи с концентрацией процессов переноса в пристенной зоне в определенной степени возможно использование в расчетах упрощенных моделей турбулентности. Однако в таких случаях ввиду неавтомодельности течения нет универсального выражения для длины пути перемешивания. Более перспективным подходом к решению подобных задач является использование уравнений турбулентной энергии и диссипации, позволяющих учитывать предысторию течения и внутренние перераспределения энергии турбулентности.

Глава 10

ПОПЕРЕЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ЦИЛИНДРА

10.1. Особенности обтекания цилиндра

Современная техника изобилует огромным количеством теплообменных устройств различного назначения, наиболее распространенным элементом которых являются криволинейные поперечно-обтекаемые тела, например круглые, эллиптические цилиндры (трубы) и тела других форм. В теплообменных энергетических и теплотехнических устройствах наиболее широко применяется круглый цилиндр. Он служит элементом котельного оборудования, лопаток паровых и газовых турбин, различных аэродинамических профилей. Его разнообразные формы применяются в строительных сооружениях, судостроении, измерительной технике (в термоанемометрии).

Процесс обтекания цилиндра довольно сложен и в значительной мере зависит от числа Re, степени турбулентности потока и других факторов.

Наличие сил вязкости в потоке реальной жидкости приводит к образованию на лобовой поверхности цилиндра ламинарного пограничного слоя, толщина которого постепенно увеличивается. Как известно, при малых значениях числа Re цилиндр, со всех сторон охваченный потоком, обтекается плавно, а пограничный слой сходит с поверхности только в кормовой точке цилиндра (рис. 10.1, *а*). С ростом Re инерционные силы начинают играть все более заметную роль, ламинарный пограничный слой отрывается от поверхности в миделевой части цилиндра и за цилиндром наблюдается сложное вихревое течение (рис. 10.1, *б*). С дальнейшим увеличением числа Re пограничный слой постепенно становится турбулентным, а точка его отрыва смещается в сторону кормовой критической точки (рис. 10.1, *в*). Такая сложная картина обтекания сильно влияет на процесс теплоотдачи цилиндра. Поэтому как с практической, так и с научной точки зрения исследование процессов обтекания и теплоотдачи цилиндрических тел является весьма актуальным. Понимание взаимосвязи этих процессов требует детального изучения таких вопросов, как распределение давления, скорость внешних потоков и сопротивление трения. Весьма важно изучение в процессах обтекания роли турбулентности набегающего потока, а также условий ограничения потока стенками канала (загромождения потока). Значительное влияние эти факторы оказывают на динамику режимов обтекания поверхности, на отрыв пограничного слоя, а также на формирование ближнего следа за цилиндром.

Исследованию этих вопросов посвящены монография П. Чжена [1] и обзорная работа М. Морковина [2], в которых дана современная картина отрывных течений в широком интервале чисел Re. Обширные исследования данной проблемы проведены в ИФТПЭ, подробный анализ которых, проведенный автором совместно с И. Жюгждой, представлен в работе [3].

Рассматривая особенности обтекания цилиндра, необходимо остановиться на его обтекании потоками идеальной и реальной жидкостей. Анализ обтекания цилиндра потоком идеальной жидкости, не обладающей внутренним трением или вязкостью, позволяет путем несложных расчетов определить та-

кие основные параметры потока, как распределение скорости и давления на поверхности цилиндра.

На рис. 10.2 приведены данные о распределении коэффициента давления $\bar{p}$, полученные на основе решения уравнений для потенциального обтекания. Здесь же приведены экспериментальные данные, найденные для разных режимов обтекания цилиндра. Теория идеальной жидкости дает удовлетворительные результаты только для лобовой области.

Распределение скорости на поверхности круглого цилиндра, обтекаемого идеальной жидкостью (пограничный слой в данном случае отсутствует), выражается зависимостью

$$U = U_0 \sin \varphi \, [1 + (r/r_1)^2]. \tag{10.1}$$

Здесь r, r_1 — внешний радиус цилиндра и расстояние от его оси до исследуемой точки соответственно. Из уравнения (10.1) видно, что с увеличением расстояния от поверхности цилиндра эта скорость уменьшается, на самой же его поверхности она определяется по уравнению

$$U = 2U_0 \sin \rho. \tag{10.2}$$

Согласно выражению (10.2), касательная скорость U в лобовой критической точке ($\varphi = 0°$) минимальна и равна 0. С увеличением φ поток ускоряется и в миделевом сечении ($\varphi = 90°$) скорость его удваивается. Связав уравнение (10.2) с уравнением Бернулли, функциональную зависимость между скоростью потока и коэффициентом давления можно выразить соотношением

$$p = 2(p - p_0)/\rho U_0^2 = 1 - 4 \sin^2 \varphi. \tag{10.3}$$

Как видно из рис. 10.2, максимумы коэффициента давления имеются в критических точках, а минимумы — в миделевом сечении. Распределение этого коэффициента для идеальной жидкости носит симметричный характер, приводящий при интегрировании давления к нулевому значению гидравлического сопротивления цилиндра (парадокс Даламбера). Этот факт противоречит реальности, так как в этом случае явно нарушается симметрия распределения

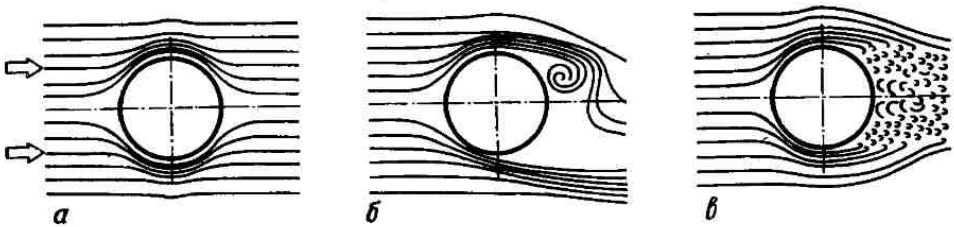


РИС. 10.1. Картина обтекания цилиндра при Re ≈ 1 (*а*), Re $< 2 \cdot 10^5$ (*б*) и Re $> 4 \cdot 10^5$ (*в*)

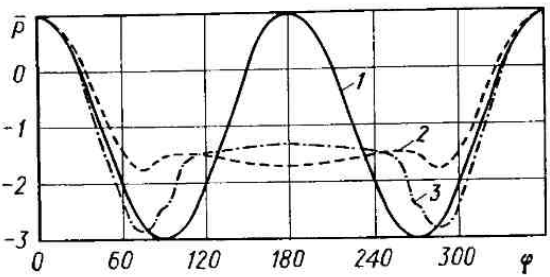


РИС. 10.2. Распределение коэффициента давления на поверхности цилиндра при потенциальном обтекании (теория, *1*), при докритическом обтекании воздухом, Re $= 8 \cdot 10^4$ (*2*), при критическом обтекании водой, Re $= 2 \cdot 10^5$ (эксперимент, *3*)

коэффициента давления, что в основном и определяет сопротивление цилиндра потоку.

В действительности идеальные жидкости не существуют. Все реальные жидкости, находящиеся в природе, обладают соответствующей вязкостью.

В процессе взаимодействия сил вязкости с обтекаемым телом на его поверхности образуется пограничный слой. В случае поперечного обтекания цилиндра, как правило, на его любовой части образуется ламинарный пограничный слой, толщина которого увеличивается вверх по течению. Основными определяющими параметрами этого слоя являются число Re и турбулентность набегающего потока Tu. Кривые *2* и *3* на рис. 10.2 построены по результатам распределения давления в потоках воды и воздуха при наличии таких факторов возмущения, как загромождение канала и турбулентность, которые существенно влияют на обтекание цилиндра. Основную роль играет число Re, определяющее соотношение сил инерции и вязкости, действующих в реальном потоке жидкости. В зависимости от величины Re, вычисляемой по диаметру цилиндра, можно выделить несколько характерных режимов обтекания цилиндра.

При $\mathrm{Re} < 1$ инерционные силы меньше сил вязкости и цилиндр обтекается плавно, линии тока огибают всю его поверхность, а поток начинает отделяться от поверхности цилиндра в кормовой его точке (рис. 10.1).

С увеличением Re (< 40) линии тока за цилиндром начинают расходиться, ламинарный пограничный слой отрывается и за цилиндром образуются два симметричных постоянно циркулирующих вихря. Эти вихри ограничены нулевыми линиями тока, являющимися продолжением ламинарного пограничного слоя за точкой его отрыва от поверхности цилиндра. В данном случае течение в следе ламинарно и устойчиво. С дальнейшим увеличением Re (>40) течение в следе становится неустойчивым и вихри начинают отрываться от поверхности цилиндра. Вначале отрывается один вихрь, что вызывает асимметрию давления в следе, обусловливающую отрыв второго вихря. Образовавшийся вихревой след — дорожка Кармана — устойчив на достаточно большом расстоянии от цилиндра.

При $\mathrm{Re} = 150$ в следе за цилиндром происходят нерегулярные периодические возмущения, продолжающиеся до $\mathrm{Re} \approx 300$. В этом диапазоне Re существует переходный режим, в котором происходит переход к турбулентному обтеканию в области формирования вихрей. В этом режиме существует трехмерная структура следа. Далее след становится полностью турбулентным.

Такая картина течения в следе сохраняется до наступления критического режима обтекания ($\mathrm{Re} \approx 2 \cdot 10^5$), характеризующегося резким уменьшением сопротивления давления, более высоким разряжением в кормовой части цилиндра и нарушением регулярности отрыва вихрей. Нарушение регулярности отрыва вихрей сохраняется до $\mathrm{Re} = 6 \cdot 10^5$, что и является пределом критического режима обтекания. До недавнего времени считалось, что в диапазоне высоких Re в критической области обтекания отрыв вихрей нерегулярен, однако А. Рошко в своих исследованиях [4] опроверг это предположение, установив, что при $\mathrm{Re} > 3{,}5 \cdot 10^6$ в следе за цилиндром существует вполне определенная частота отрыва вихрей.

Отрыв пограничного слоя обусловлен силами трения, изменением давления и скорости потока. В пограничном слое лобовой части цилиндра энергия давления частиц жидкости переходит в кинетическую энергию, а в кормовой части происходит обратное преобразование. Скорость и дав-

ление в потоке изменяются согласно уравнению Бернулли

$$p + {}^1/_2\rho U_0^2 = \text{const}. \tag{10.4}$$

При обтекании лобовой части давление в потоке падает ($dp/dx < 0$), скорость по направлению движения возрастает, частицы жидкости в пограничном слое увлекаются внешним потоком и, несмотря на действие сил трения, продолжают двигаться вдоль поверхности цилиндра.

Над кормовой частью цилиндра давление в потоке увеличивается ($dp/dx > 0$), а скорость по направлению движения падает. Поскольку в пограничном слое частицы жидкости теряют энергию на трение, кинетической энергии недостаточно для преодоления возрастающего давления, и движение частиц постепенно замедляется, они останавливаются и начинают двигаться в обратном направлении. Противоположно движущиеся частицы сталкиваются, свертываясь в вихрь, и происходит отрыв. В случае докритических Re отрыв происходит при $\varphi \approx 80°$ (рис. 10.2), что подтверждается экспериментальными исследованиями теплообмена цилиндров, проведенными в данной работе в широком диапазоне Re для различных потоков жидкости.

Таким образом, необходимыми условиями отрыва пограничного слоя являются положительный градиент давления ($dp/dx > 0$) и действие сил вязкости в пограничном слое. Результаты, полученные для различных потоков воды и воздуха в условиях критических Re, указывают на резкое смещение точки отрыва до $\varphi \approx 140°$ (рис. 10.3).

С увеличением числа Re ($\text{Re} > 1{,}5 \cdot 10^5$) ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный. При переходе ламинарного течения в турбулентное пограничный слой получает дополнительную кинетическую энергию за счет турбулентных пульсаций скорости потока, а градиент скорости у поверхности цилиндра резко возрастает. Вследствие этого турбулентный пограничный слой испытывает увеличение градиента давления во внешнем потоке ($dp/dx > 0$), смещается в направлении течения потока, и при $\varphi \approx \approx 140°$ происходит его отрыв.

В настоящее время нет единого мнения относительно процесса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, в связи с чем по этому вопросу существуют две концепции. Согласно первой концепции, при достижении критических Re в лобовой части цилиндра происходит отрыв ламинарного пограничного слоя с образованием и последующим присоединением отрывного пузыря, который развивается в виде турбулентного пограничного слоя, и при $\varphi \approx 140°$ происходит его отрыв [4—6]. Согласно второй концепции, широко распространенной при трактовке процессов теплоотдачи [7], при критических Re ламинарный пограничный слой теряет устойчивость, наступает переходный режим, а затем начинает формироваться турбулентный пограничный слой, который отрывается аналогично первому случаю. При полном исчезновении отрывного пузыря процесс обтекания происходит согласно второй концепции. По нашему мнению, в критическом режиме обтекания правильной следует считать первую концепцию. Это подтверждается данными измерения касательных напряжений и распределения давлений, приведенными ниже. В сверхкритическом режиме обтекания процессы развиваются в соответствии со второй концепцией.

Анализ результатов наших исследований показывает, что отрывной пузырь занимает на поверхности цилиндра область, соответствующую углу $\varphi \approx \approx 10°$. Следовательно, ламинарный отрыв и точка перехода находятся близко

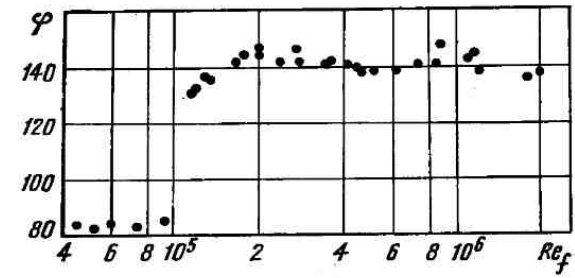


РИС. 10.3. Динамика точки отрыва пограничного слоя

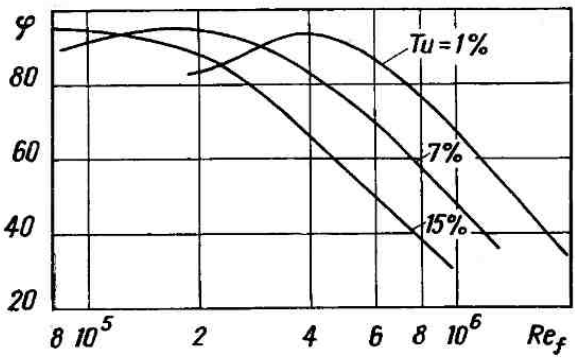


РИС. 10.4. Зависимость местоположения точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный от Re_f при разных Tu

друг к другу. На рис. 10.4 приведены результаты по динамике точки перехода в зависимости от Re_f и степени турбулентности для потоков воды и воздуха [8, 9]. Видно, что с увеличением числа Re_f до $(2 \div 3)\cdot 10^5$ точка начала перехода находится примерно при $\varphi = 80 \div 85°$, а при последующем увеличении Re_f до $5\cdot 10^5$ и $Tu \approx 1\%$ она смещается вниз по потоку до $\varphi = 95°$. Этот эффект обусловлен образованием отрывного пузыря. Дальнейшее возрастание Re_f приводит к смещению точки перехода до $\varphi = 35°$. Рост турбулентности вызывает более ранний переход, а увеличение загромождения каналов оказывает стабилизирующее влияние на его начало, следовательно, он наступает при более высоких числах Re.

Загромождение каналов незначительно влияет на динамику точки отрыва. В режиме докритического обтекания точка отрыва смещается в направлении потока от $\varphi = 80$ до 95° при изменении k_q от 0,25 до 0,83. В условиях критического обтекания с увеличением загромождения отрыв смещается примерно на 10° против течения потока. Таким образом, точка отрыва пограничного слоя смещается до $\varphi = 130°$, тогда как при малой степени загромождения канала она находилась при $\varphi = 140°$.

Отрыв пограничного слоя и образование вихрей в следе за цилиндрическими телами являются периодическими процессами. Периодичность, или частота, отрыва, как показано в гл. 15, определяется безразмерной величиной — числом Sh, зависящим от интервала чисел Re, турбулентности внешнего потока, загромождения канала и других факторов. Согласно исследованиям Ж. Акылбаева и сотр. [10], в докритическом режиме обтекания при $10^4 < Re_f < 1{,}2\cdot 10^5$ частота отрыва вихрей с учетом влияния загромождения каналов определяется зависимостью

$$Sh = 0{,}2\,(1 + 7{,}25\,k_q^{3,3}). \qquad (10.5)$$

Исследования последних лет показали, что такие параметры на поперечно-обтекаемом цилиндре, как критические точки и точки отрыва, отличаются некоторой нестационарностью. Они совершают определенные колебания вдоль периметра цилиндра. Проведенные термоанемометрические исследования обтекания цилиндра [11] и частотный корреляционный анализ показали, что все параметры потока около цилиндра совершают колебания с частотой Струхаля. Диапазон перемещения лобовой критической точки составляет $\pm 6°$, кормовой — $\pm 15°$, а точек отрыва пограничного слоя — ± 20 в диапазоне φ от 80 до 105°. Перемещение этих точек на поверхности цилиндра обусловлено регулярным отрывом вихрей в ближнем его следе. Лобовая и кормовая критические точки перемещаются во взаимно противоположных направлениях, а точки отрыва смещаются в одинаковом направлении. Движения лобовой критической точки и точек отрыва взаимно противоположены.

10.2. Обтекание лобовой части цилиндра

Обтекание и теплоотдача лобовой части цилиндра, на которой при малых числах Re существует ламинарный пограничный слой, аналитически изучались многими исследователями. Получены достаточно хорошие результаты.

В области чисел Re от 10^5 до 10^7 на поперечно-обтекаемом цилиндре образуются ламинарная, переходная и турбулентная зоны обтекания. Это значительно осложняет возможности теоретического решения. Автор совместно с И. Жюгждой и П. Вайтекунасом на основе уравнений плоского пограничного слоя разработал методы решения для каждой из этих зон в отдельности с учетом влияния турбулентности внешнего потока Tu и загромождения канала k_q.

Решаемые уравнения пограничного слоя (3.20) после физически обоснованного упрощения принимают вид:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\frac{\partial \tau}{\partial y}-\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{10.6}$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0 \tag{10.7}$$

с граничными условиями

$$y=\infty, \quad u=U_0. \tag{10.8}$$

Расчет ведется для лобовой части цилиндра при $10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^5$. Для замыкания системы уравнений (10.6), (10.7) за основу принимается эмпирическое распределение скорости на внешней границе пограничного слоя, выраженное зависимостью

$$\frac{U}{U_0}=3{,}6314\frac{x}{d}-2{,}1709\left(\frac{x}{d}\right)^3-1{,}5144\left(\frac{x}{d}\right)^5, \tag{10.9}$$

приведенной в работе [12] и связанной с продольным градиентом давления уравнением Бернулли

$$-\frac{dP}{dx}=\rho U\frac{dU}{dx}. \tag{10.10}$$

Согласно общей теории дифференциальных уравнений в частных производных, решение уравнений параболического типа (10.6), (10.7) при задан-

ных граничных условиях (10.8) совместно с условием замыкания (10.9) определяется только в области, расположенной вниз по течению за заданным начальным сечением x_0, при

$$x = x_0, \quad u = U_0(y). \tag{10.11}$$

Начальные профили скорости в этой задаче задаются полиномом четвертой степени

$$\frac{u}{U_0} = (2\eta - 2\eta^3 + \eta^4) + \frac{\lambda}{6}(\eta - 3\eta^2 - 3\eta^3 - \eta^4) = F(\eta), \tag{10.12}$$

где $\eta = y/\delta$, $\Lambda \approx 7$ при угле $\varphi \approx 1°$.

В случае $\Lambda = 7$ толщина пограничного слоя равна

$$\delta = \sqrt{42{,}88 \frac{\nu}{U^6} \int_0^x U^5\, dx}. \tag{10.13}$$

Задача при условиях (10.11) решается для лобовой части цилиндра от начального сечения, соответствующего $\varphi \approx 1°$, вниз по течению вплоть до точек отрыва ламинарного пограничного слоя. Отрыв определяется условием

$$\tau_w = \mu\,(\partial u/\partial y)_{y=0} = 0. \tag{10.14}$$

Характерным признаком отрыва является равенство нулю поперечного градиента скорости на стенке в точке, расположенной ниже по течению за минимумом давления. Отрыв ламинарного пограничного слоя строго зависит от заданного распределения скорости на внешней границе пограничного слоя. Использование зависимости (10.9) дает отрыв при угле $\varphi \approx 82°$. Выразив распределение потенциальной скорости в виде закона синусов (10.2), получим, что отрыв произойдет при $\varphi \approx 105°$. Задача решалась усовершенствованным конечно-разностным методом при замене решения одномерных уравнений пограничного слоя решением дифференциальных уравнений в частных производных [13].

Реальные внешние потоки всегда обладают некоторой степенью турбулентности, которая при расчетах учитывается дополнительной турбулентной вязкостью μ_{Tu}. Тогда касательное напряжение выражается зависимостью

$$\tau = (\mu + \mu_{Tu})\,(\partial u/\partial y). \tag{10.15}$$

На основе анализа полученных нами экспериментальных данных и результатов других исследований влияние турбулентности внешнего потока учитывалось зависимостью

$$\mu_{Tu} = K \frac{Tu}{100}\, \delta U_0 n, \tag{10.16}$$

где $K \approx 0{,}15$ — эмпирическая константа, n — демпфирующий фактор:

$$n = {}^1/_2\,[1 - \cos(\pi\,(y/\delta))]. \tag{10.17}$$

Расчеты при $Re < 10^5$ и изменении Tu от 0 до 15% показали незначительное смещение точки отрыва ламинарного пограничного слоя в сторону больших углов φ, равных 82—88°. Этим сдвигом определяется изменение τ_w под влиянием Tu.

Из рис. 10.5 видно, что в случае Tu = 1,7% отрыв наблюдается при $\varphi = 83{,}4°$, о чем свидетельствует изгиб или резкое изменение кривизны про-

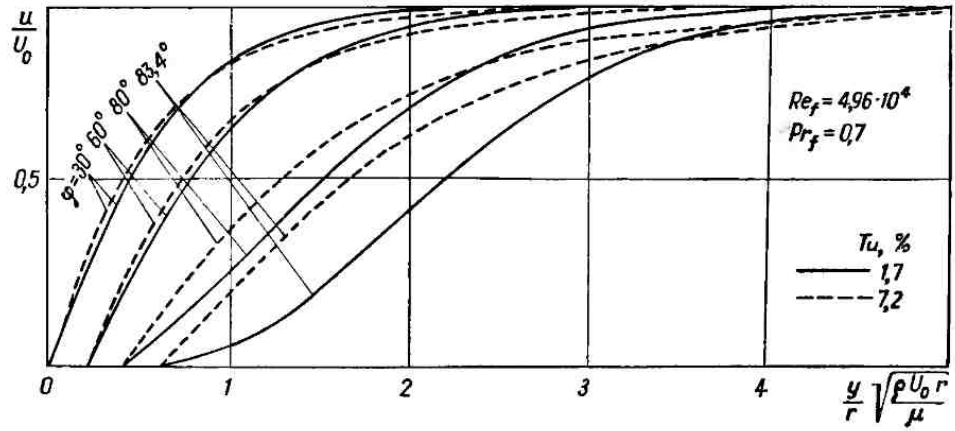


РИС. 10.5. Влияние турбулентности набегающего потока на деформацию профилей скорости в ламинарном пограничном слое

филя скорости. Увеличение турбулентности потока (Tu = 7,2%) в этой точке не приводит к аналогичной деформации профиля, следовательно, точка отрыва смещается в сторону бóльших φ.

При переходе к критическим числам Рейнольдса в зависимости от Re и Tu распределение скорости на внешней границе пограничного слоя можно определить по формуле

$$\frac{U}{U_0} = \left[3{,}6314\frac{F_1 x}{a} - 2{,}1709\left(\frac{F_1 x}{a}\right)^3 - 1{,}5144\left(\frac{F_1 x}{d}\right)^5\right] F_2. \quad (10.18)$$

где F_1 и F_2 в общем случае — функции Re и Tu (табл. 10.1).

Наличие функций F_1 и F_2 в зависимости (10.18) способствует лучшему описанию реального распределения скорости в большом диапазоне изменения числа Re, что предопределяет сходимость расчетных и экспериментальных данных и позволяет точнее определить точку отрыва пограничного слоя по $\tau_w = \mu\,(\partial u/\partial y)_{y=0} = 0$.

Таблица 10.1

Значения функций F_1 и F_2 в уравнении (10.18) при коэффициенте загромождения $k_q = 0{,}16 \div 0{,}25$

Tu, %	Re = 10^3		Re = 10^4		Re = $2\cdot10^5$		Re = 10^6	
	F_1	F_2	F_1	F_2	F_1	F_2	F_1	F_2
0,25	1	1,11	1	1,11	0,8	1,10	0,86	1,02
1,00	1	1,13	1	1,12	0,8	1,12	0,86	1,04
2,50	1	1,14	1	1,18	0,8	1,28	0,86	1,18
5,00	1	1,16	1	1,19	0,8	1,26	0,86	1,19
10,00	1	1,18	1	1,22	0,8	1,16	0,86	1,19
15,00	1	1,18	1	1,22	0,8	1,12	0,86	1,19

На практике поперечно-обтекаемые трубы (цилиндры) как элементы теплообменников и других устройств ограничены стенками каналов, следовательно, обтекание и теплообмен протекают в условиях определенного загромождения. В результате проведенного численного анализа экспериментальных данных получена обобщенная зависимость, позволяющая определить скорость вне пограничного слоя в условиях различного загромождения:

$$\frac{u}{U_0} = A_1^* \frac{x}{d} + A_2^* \left(\frac{x}{d}\right)^3 + A_3^* \left(\frac{x}{d}\right)^5, \tag{10.19}$$

где

$$\begin{aligned} A_1^* &= 3{,}6314\,(1 + k_q/2), \\ A_2^* &= -2{,}1709\,(1 - 12{,}1284\,k_q^{2{,}226} + 3{,}7376\,k_q), \\ A_3^* &= -1{,}5144\,(1 + 18{,}542\,k_q^{2{,}277} - 6{,}878\,k_q). \end{aligned} \tag{10.20}$$

Эта зависимость в отличие от (10.18) не учитывает влияния турбулентности внешнего потока на распределение скоростей, но охватывает широкий интервал изменения k_q. В случае $k_q = 0$ зависимость (10.19) превращается в формулу (10.9).

10.3. Распределение касательных напряжений и давления на цилиндре

Касательное напряжение является важной гидродинамической характеристикой, отражающей характер обтекания цилиндра и позволяющей проследить за развитием пограничного слоя, определить точку его отрыва.

В пограничном слое на поперечно-обтекаемых цилиндрических телах имеет место продольный градиент давления, обусловленный кривизной их поверхности. Анализ уравнения движения

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y} \tag{10.21}$$

при граничном условии $u = v = 0$, когда $y = 0$, позволяет определить связь между распределением касательного напряжения и распределением давления, которая выражается уравнением

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}. \tag{10.22}$$

Из этого уравнения видно, что от изменения градиента давления в лобовой и кормовой частях цилиндра зависит характер изменения касательных напряжений. Например, в лобовой части цилиндра, где $dp/dx < 0$, с увеличением расстояния от его поверхности касательное напряжение убывает, а в кормовой части, где $dp/dx > 0$, оно сначала увеличивается, а затем уменьшается, приближаясь к нулевому значению на внешней границе пограничного слоя.

Поскольку касательное напряжение связано со скоростью в пограничном слое, оно определяется градиентами скорости в пристенной области:

$$\tau_w = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}. \tag{10.14}$$

Таким образом, касательное напряжение τ_w уменьшается или становится равным нулю одновременно с соответствующим изменением градиента скорости $\partial u/\partial y$.

Геометрическая интерпретация (рис. 10.6, *а*) показывает, что градиент скорости равен тангенсу угла между нормалью и касательной профиля скорости. При $\operatorname{tg}\beta > 0$ (рис. 10.6, *б*) градиент скорости положителен и касательное напряжение больше нуля. За точку отрыва пограничного слоя принимается такая точка, в которой $(\partial u/\partial y)_{y=0} = 0$, т. е. $\operatorname{tg}\beta = 0$.

Таким образом, в точке отрыва $\tau_w = 0$, т. е. касательное напряжение обращается в нуль, а поток отходит от стенки.

В точке за отрывом при $\operatorname{tg}\beta < 0$ (рис. 10.6, *б*) возникает возвратное течение и касательное напряжение становится отрицательным. Векторы ско-

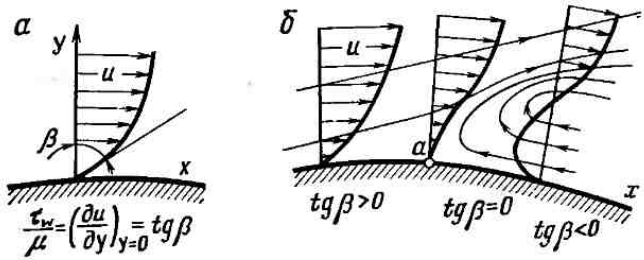


РИС. 10.6. Взаимосвязь распределения скоростей и касательных напряжений

а — схема определения касательного напряжения,

б — динамика распределения скорости в области отрыва пограничного слоя

рости пристенных масс жидкости направлены в противоположные стороны. Слой жидкости, движущийся против основного потока, встречаясь с пограничным слоем, свертывается, и таким образом дается начало вихрю, который далее закручивается.

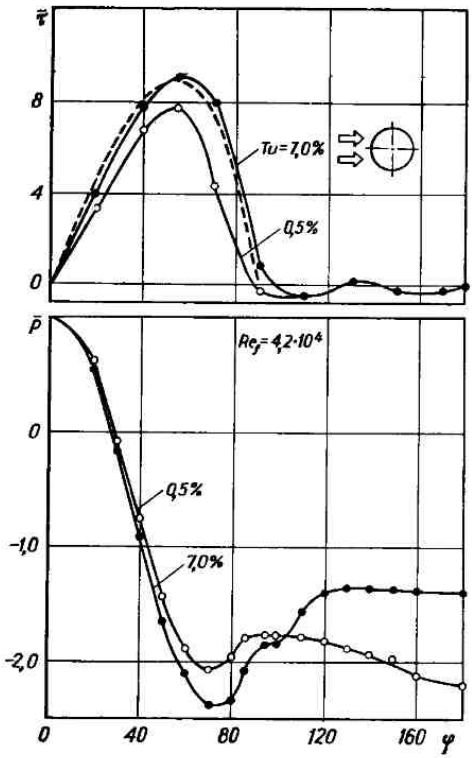
Представленная картина обтекания цилиндра достаточно сложна, однако с учетом ряда допущений этот вопрос успешно решался приближенными и точными методами в работах многих исследователей [14, 15], но в них, за исключением экспериментальной работы Э. Я. Эпик и Л. Г. Козловой [16], проведенной в области докритических чисел Re, не изучалось влияние таких факторов, как турбулентность набегающего потока и загромождение канала на распределение касательного напряжения и статического давления на поверхности цилиндра. Поэтому здесь приведены результаты исследования перечисленных характеристик для круглых и эллиптических цилиндров с учетом влияния указанных факторов.

В работе [3] приведены результаты исследования касательных напряжений на поверхности круглого цилиндра диаметром 50 мм в потоках различных жидкостей при $k_q = 0{,}25$.

Рассмотрим динамику изменения касательного напряжения τ_w по периметру цилиндра, приведенному с помощью динамической скорости к безразмерному виду:

$$\bar{\tau} = \frac{2\tau_w}{\rho U_0}\sqrt{\mathrm{Re}_f}. \qquad (10.23)$$

Как видно из рис. 10.7, 10.8, в лобовой критической точке $\bar{\tau} = 0$. Далее с увеличением φ значение τ возрастает и при $\varphi \approx 60°$ достигает максимума. Исключение составляет критический режим обтекания (рис. 10.8), при котором максимум $\bar{\tau}$ смещается вниз по течению до $\varphi \approx 70 \div 80°$. Местоположение указанного максимума касательных напряжений практически не зависит от степени турбулентности потока Tu, кроме критического режима обтекания. Увеличение касательных напряжений обусловлено ускорением потока жидкости вследствие отрицательного градиента давления. В области



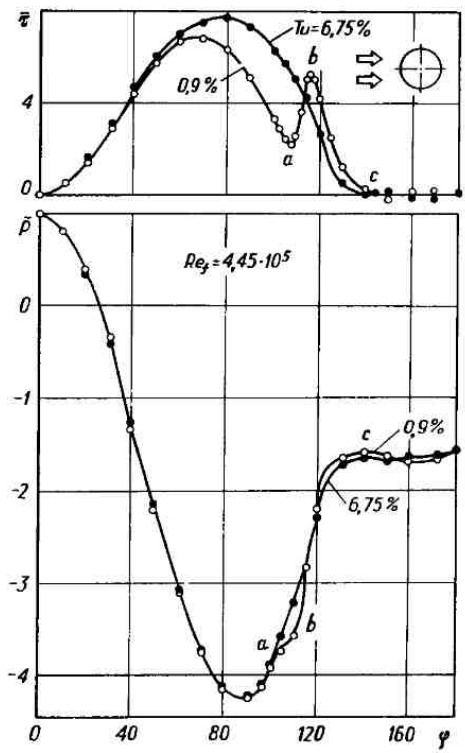


РИС. 10.7. Распределение касательных напряжений и коэффициента давления на поверхности круглого цилиндра в потоке воздуха

Пунктир — теория

РИС. 10.8. Распределение касательных напряжений и коэффициента давления на поверхности круглого цилиндра в потоке воды при критическом обтекании

максимума $\bar{\tau}$ градиент давления становится равным нулю, затем меняет знак, поскольку в этом интервале φ значения $\bar{\tau}$ уменьшаются до нуля, что соответствует отрыву пограничного слоя. Точка отрыва на кривых распределения давления расположена в том месте, где градиент давления становится равным нулю. Дальше от точки отрыва до кормовой критической точки практически $\bar{\tau} = 0$, следовательно, в этой области отсутствует устойчивый пограничный слой и существуют различного рода вихревые процессы.

Из приведенных результатов следует, что изменение турбулентности внешнего потока существенно влияет на касательное напряжение и распределение коэффициента давления. С увеличением Tu касательное напряжение на определенных участках периметра увеличивается, а его максимумы наблюдаются в области положительных градиентов давления.

Согласно результатам расчетов, приведенным в разд. 10.2, увеличение касательного напряжения обусловлено в основном деформацией профилей скорости в пограничном слое, увеличением градиента скорости на стенке и толщины пограничного слоя. Этими же факторами определяется увеличение градиента давления в доотрывной области.

Слабую зависимость касательного напряжения от увеличения турбулентности набегающего потока в кормовой части цилиндра можно объяснить тем, что существующие здесь высокотурбулентные потоки нечувствительны к малым дополнительным возмущениям. Касательное напряжение почти не зависит от турбулентности и в области лобовой критической точки. Нулевые значения $\bar{\tau}$ показывают, что в области докритических значений Re точка отрыва смещается в сторону кормовой критической точки (рис. 10.7, $\varphi \approx 90 \div 100°$). Более значительное смещение точки отрыва наблюдается в околокритической области обтекания. Приведенные на рис. 10.8 распределения касательного напряжения отличаются тем, что указывают на поздний отрыв ($\varphi = 140°$) и иной характер кривых, особенно при Tu = 0,9%. На кривой распределения касательного напряжения наблюдаются два минимума, первый из которых соответствует частичному отрыву ламинарного пограничного слоя (точка *a*) в виде отрывного пузыря. В зоне образования пузыря происходит переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный, обусловливающий рост касательного напряжения, и присоединение потока к стенке (точка *b*) с последующим отрывом турбулентного пограничного слоя в области второго минимума при $\varphi = 140°$ (точка *c*). На существование отрывного пузыря указывает и незначительный (в интервале *a* — *b*) изгиб кривой распределения коэффициента давления. Интерпретация точек *a*, *b*, *c* на этой кривой полностью совпадает с интерпретацией, приведенной для распределения касательных напряжений. При большей турбулентности потока (Tu = 6,75%) в критическом режиме обтекания происходит переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный без образования отрывного пузыря.

В условиях теплообмена с изменением температуры в пограничном слое характер изменения касательных напряжений в потоках газа и вязких жидкостей различен. На рис. 10.9 приведены результаты теоретических расчетов по методике, изложенной в разд. 10.2.

В потоках жидкостей ($Pr_f = 3{,}5$ и 242) изменение касательного напряжения противоположно его изменению в потоке воздуха — с увеличением температурных напоров оно уменьшается. По-разному влияет на касательное напряжение и изменение направления теплового потока. Данное различие обусловлено различным характером изменения вязкости этих жидкостей от температуры.

С увеличением турбулентности касательные напряжения или сопротивления трения на поверхности эллиптических цилиндров, обтекаемых потоком вдоль большой и малой осей (при их соотношении 1 : 2), возрастают, а коэффициент давления уменьшается (рис. 10.10, 10.11). Эллиптический цилиндр, обтекаемый вдоль большой оси, испытывает большее сопротивление трения, обусловленное касательным напряжением, приложенным к существенно большей поверхности, чем в случае цилиндра, обтекаемого вдоль малой оси, значительная часть поверхности которого омывается вихревым течением. Основные изменения касательного напряжения и коэффициента давления происходят в центральной части эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси, вне действия этих изменений остаются только небольшие участки поверхности в области лобовой и кормовой критических точек. Отрыв пограничного слоя происходит в области $\varphi = 110 \div 140°$ и, безусловно, зависит от числа Re и степени турбулентности (рис. 10.10). С ростом числа Re сдвиг точки отрыва увеличивается.

При обтекании цилиндра вдоль малой оси точки отрыва практически

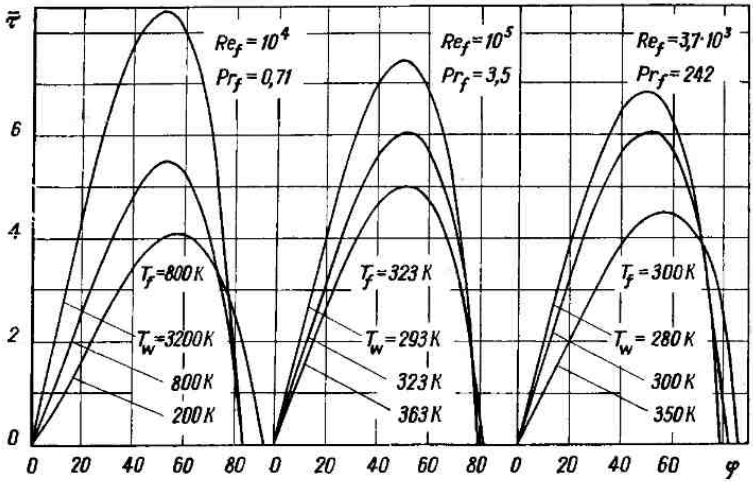


РИС. 10.9. Теоретически определенные касательные напряжения на круглом цилиндре в условиях разных температурных напоров в потоках жидкостей

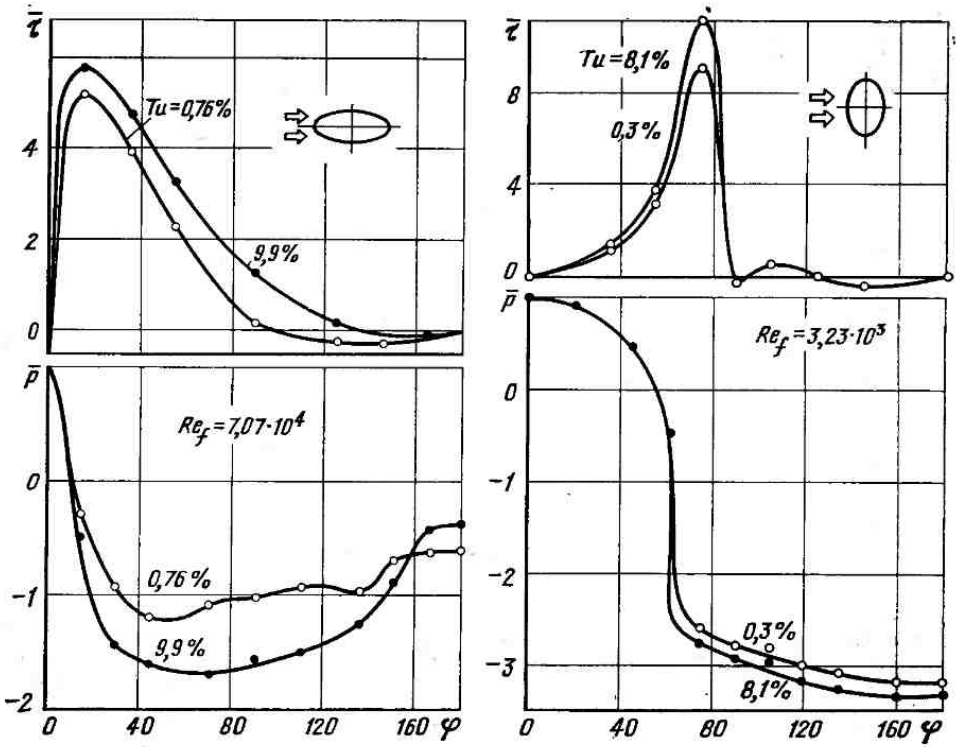


РИС. 10.10. Распределение касательных напряжений и коэффициентов давления на поверхности эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси

РИС. 10.11. Распределение касательных напряжений и коэффициентов давления на поверхности эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль малой оси

не зависит от Re и Tu и находится в пределах $\varphi = 87 \div 89°$ (рис. 10.11). Основное изменение касательного напряжения происходит в лобовой части цилиндра при $\varphi > 40°$.

Анализ распределения давления показывает, что с увеличением числа Re обтекаемость эллиптического цилиндра вдоль большой оси улучшается вследствие смещения точки отрыва пограничного слоя вниз по потоку и уменьшения разрежения в кормовой области. Для цилиндра, обтекаемого вдоль малой оси, разрежение является очень большим и мало зависит от числа Re.

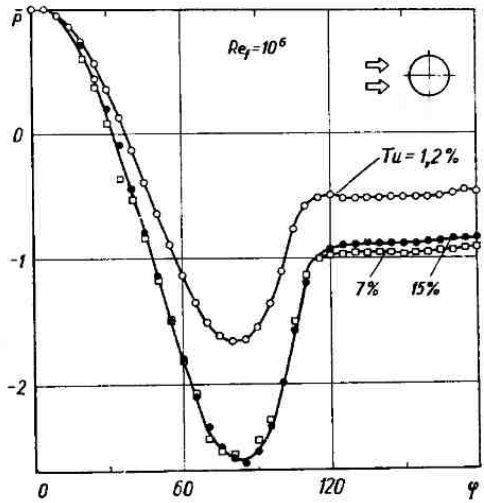


РИС. 10.12. Влияние турбулентности на распределение коэффициентов давлений на поверхности цилиндра в потоке воздуха

Распределение давления — чрезвычайно важная структурная характеристика потока, которая позволяет определить распределение скорости вне пограничного слоя лобовой части цилиндра, рассчитать по соответствующим формулам сопротивление давления, являющееся в широком интервале Re основной составляющей полного сопротивления тела.

Во всех режимах обтекания цилиндра коэффициент давления на лобовой его части из-за ускорения потока падает до значения $\bar{p}$, соответствующего распределению давления при потенциальном обтекании и обычно не превышающего —3. Этот предел превышается только в условиях высокой степени загромождения каналов. В случае докритического режима обтекания распределение коэффициента давления во всех потоках имеет неглубокий минимум при $\varphi \approx 70°$ (рис. 10.7). Низкий его уровень обусловлен ранним (по φ) отрывом пограничного слоя и широким ближним следом за цилиндром. С увеличением турбулентности в области небольших чисел Re (рис. 10.7, 10.8) минимум коэффициента давления не меняет своего местоположения, но вследствие увеличения толщины пограничного слоя давление уменьшается примерно до точки отрыва, а затем возрастает, что приводит к уменьшению разрежения, обусловленного незначительным смещением точки отрыва. Увеличение турбулентности потока и числа Re смещает минимум распределения коэффициента давления вниз по потоку до $\varphi \approx 85°$ (рис. 10.12). При увеличении загромождения (рис. 10.13) минимум коэффициента давления смещается до $\varphi \approx 100°$.

Приведенный экспериментальный материал показывает, что в большинстве случаев изменение распределения коэффициента давления в области лобовой критической точки до $\varphi \approx 40°$ автомодельно в отношении Re и Tu, т. е. с изменением этих параметров оно остается постоянным. Исключение составляют результаты (рис. 10.13), полученные в потоке воздуха для больших Re, что можно объяснить более интенсивным взаимодействием пограничного слоя с турбулентностью основного потока.

На остальной поверхности, вплоть до кормовой критической точки, распределение коэффициента давления при критическом режиме обтекания во

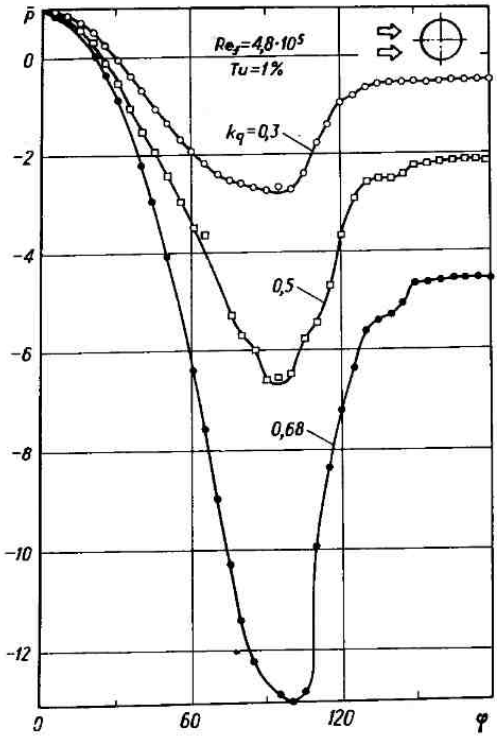


РИС. 10.13. Влияние загромождения канала на распределение коэффициентов давления на поверхности цилиндра в потоке воды

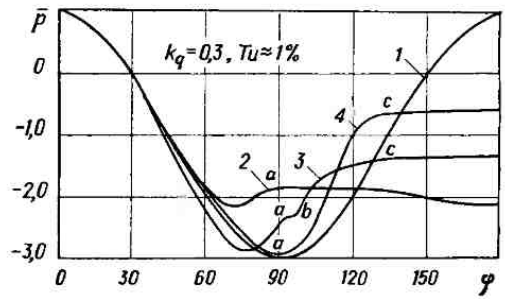


РИС. 10.14. Распределение коэффициентов давления и динамика режимов обтекания на поверхности круглого цилиндра при разных Re

всех исследованных потоках претерпевает большие изменения в зависимости от числа Re и турбулентности потока. Отметим, что в потоке воздуха для больших Re с увеличением Tu коэффициент давления в кормовой части цилиндра падает. Это связано с некоторым смещением точки отрыва в сторону лобовой критической точки. В потоке воды это явление выражено значительно слабее, а в области докритических Re распределение коэффициента давления изменяется противоположным образом.

Более сильное влияние на распределение коэффициента давления оказывает загромождение канала. Если указанные выше факторы по-разному влияют на это распределение в определенных участках поверхности цилиндра, то степень загромождения канала k_q сильно влияет на него по всей поверхности. С увеличением степени загромождения канала коэффициент давления резко падает. При изменении k_q от 0,3 до 0,68 он уменьшается более чем в 4 раза, а в кормовой части — в 9 раз. Это в основном обусловлено резким увеличением градиента скорости в лобовой части цилиндра, о чем свидетельствуют экспериментальные и теоретические зависимости распределения скорости. Как показали проведенные исследования, увеличение турбулентности потока и числа Re одинаково влияет на распределение коэффициента давления при любом загромождении канала.

Закономерности этого распределения на поверхности круглого цилиндра (рис. 10.7, 10.8, 10.12, 10.13) в целом отражают ход физических процессов и динамику характерных режимов обтекания, которая в систематизированном виде отображена на рис. 10.14. Кривая *1* на этом рисунке отражает теоретически определенное распределение коэффициента давления на цилиндре, обтекаемом идеальной жидкостью. Видно, что распределение симметрично, его мак-

симумы находятся в критических точках, а минимумы — в миделевом сечении. Распределение коэффициента давления на поверхности цилиндра при средних значениях Re, соответствующих докритическому режиму обтекания, представлено кривой *2* на рис. 10.14. При действии сил вязкости на цилиндр на его поверхности образуется ламинарный пограничный слой, толщина которого увеличивается в направлении потока. До $\varphi = 40°$ распределение коэффициента давления и, следовательно, местных скоростей вне пограничного слоя на поверхности цилиндра не зависит от числа Re и хорошо согласуется со случаем идеальной жидкости. При $\varphi > 40°$ для реальной жидкости оно начинает зависеть от числа Рейнольдса. Изгиб кривой *2* при $\varphi \approx 80°$ и точка *a* соответствуют отрыву пограничного слоя и образованию сложного вихревого обтекания в кормовой части цилиндра.

С увеличением числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} > 1{,}5 \cdot 10^5$) наступает критический режим обтекания. В лобовой части цилиндра ламинарный пограничный слой отрывается и образуется отрывной пузырь, который присоединяется к поверхности цилиндра, и в результате возникновения переходного режима течения в задней его части начинает развиваться турбулентный пограничный слой, который отрывается при $\varphi \approx 140°$.

На кривой *3* рис. 10.14, отражающей распределение давления на поверхности цилиндра в потоке воды при $\mathrm{Re} \approx 4{,}5 \cdot 10^5$, точка *a* соответствует отрыву ламинарного пограничного слоя и образованию отрывного пузыря, точка *b* — его присоединению к поверхности цилиндра и точка *c* — отрыву турбулентного пограничного слоя. С дальнейшим увеличением числа Re наступает сверхкритический режим обтекания, когда отрывной пузырь полностью исчезает, и непосредственно ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный, который смещается в кормовую часть цилиндра, где при $\varphi \approx 140°$ происходит его отрыв.

На кривой *4* рис. 10.14, показывающей распределение коэффициента давления по поверхности цилиндра в потоке воздуха при $\mathrm{Re} = 10^6$, точка *a* соответствует непосредственному переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный, а точка *c* — отрыву турбулентного пограничного слоя. С дальнейшим увеличением числа Re и степени турбулентности потока точка перехода из ламинарного пограничного слоя в турбулентный смещается в лобовую часть цилиндра.

Местоположение отрыва турбулентного пограничного слоя (точка *c*) в кормовой области цилиндра практически не изменяется.

10.4. Сопротивление цилиндра

Полное сопротивление поперечно-обтекаемых цилиндрических тел равно равнодействующей сил трения и давления, приложенной к поверхности рассматриваемого тела [17]. Характер обтекания цилиндрических тел сложен и сильно меняется с изменением числа Re. При очень малых Re в условиях потенциального обтекания равнодействующая сил давления незначительна и сопротивление определяется в основном силами трения.

Согласно работе [18] при $\mathrm{Re} < 30$ коэффициент сопротивления трения для круглого цилиндра можно определить по формуле

$$c_f = \frac{8\pi}{\mathrm{Re}\,(2{,}002 - \ln \mathrm{Re})}, \tag{10.24}$$

а в диапазоне $\mathrm{Re} = 30 \div 10^4$ — по формуле

$$c_f = 4\,\mathrm{Re}^{-0,5} \tag{10.25}$$

которая при нижнем пределе Re дает около 50% полного сопротивления цилиндра, а при верхнем — лишь 2%. Как показали проведенные исследования круглых и эллиптических цилиндров в разных потоках жидкостей [3], сопротивление трения составляет от 3 до 1% полного сопротивления для чисел Re от $5 \cdot 10^3$ до 10^6. С увеличением Re влияние составляющей сопротивления трения уменьшается. Аналогичные результаты получены для потока воздуха Э. Ахенбахом [19].

При обтекании эллиптического цилиндра вдоль большой оси на долю составляющей сил трения приходится от 7 до 2% полного сопротивления, а при обтекании вдоль малой оси процентное содержание сил трения остается примерно таким же, как и для круглого цилиндра.

Характеристики сопротивления трения (касательное напряжение, коэффициент трения) не имеют столь важного значения для поперечно-обтекаемых цилиндрических тел, как, скажем, для пластины, продольно-обтекаемой турбулентным потоком, когда коэффициенты трения широко используются в теоретических расчетах на базе аналогии Рейнольдса при обобщении экспериментальных данных. Изучение характеристик трения для цилиндров по гидравлическому сопротивлению имеет смысл лишь при $\mathrm{Re} < 10^3$.

Коэффициент полного сопротивления $c_D = c_f + c_w$. Коэффициент сопротивления давления c_w цилиндрических тел при умеренных и больших Re определяется силами давления. Изменения коэффициента полного сопротивления круглого и эллиптического цилиндров, обтекаемых низкотурбулентным бесконечным потоком, представлены на рис. 10.15 по результатам обобщения многочисленных данных разных исследователей. В докритическом режиме обтекания при $\mathrm{Re} = 10^4 \div 2 \cdot 10^5$ коэффициент полного сопротивления круглого цилиндра $c_D = 1{,}2$, а эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой и малой осей, соответственно 0,7 и 1,7. В критическом режиме обтекания коэффициент полного сопротивления круглого цилиндра падает до 0,3, а затем возрастает до 0,9 в режиме сверхкритических Re. Для эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси, значение c_D уменьшается до 0,1 [20].

С увеличением турбулентности внешнего потока сопротивление давления уменьшается (рис. 10.16), что обусловлено изменением распределения давления, структуры ближнего следа и более ранним переходом ламинарного течения в турбулентное.

Экспериментальные данные для этой области можно обобщить с помощью модифицированного числа $\mathrm{Re}_t = \mathrm{Re}\,\mathrm{Tu}$, в котором турбулентность разных потоков жидкостей изменялась от 0,3 до 10%. Тогда в случае $40 < \mathrm{Re}_t < 10^3$ коэффициент сопротивления давления $c_w = 1{,}09$, а в случае $10^3 < \mathrm{Re}_t < 10^4$ он выражается зависимостью

$$c_w = 45{,}3\,\mathrm{Re}_t^{-0,50}. \tag{10.26}$$

Коэффициент сопротивления давления эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси, аналогично круглому цилиндру сильно зависит от Tu, а при обтекании цилиндра вдоль малой оси турбулентность потока почти не влияет на сопротивление давления, поскольку основная часть его поверхности находится в зоне вихревого обтекания. С увеличением турбулентности потока критический режим обтекания наступает при меньших

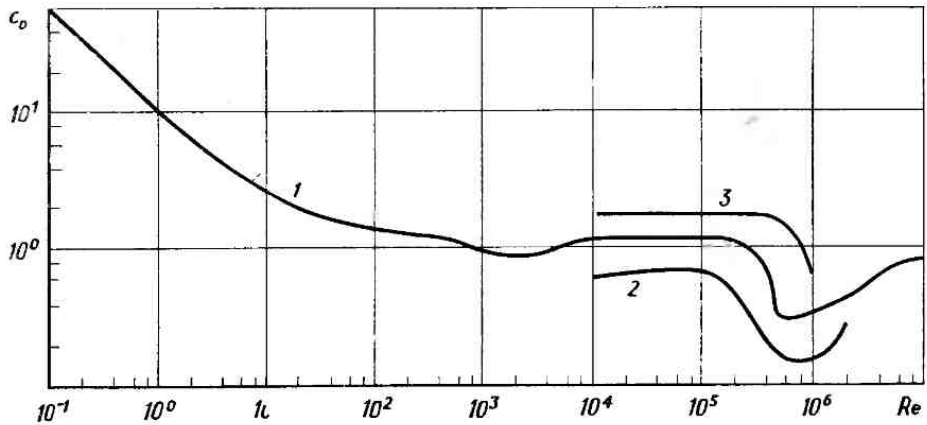


РИС. 10.15. Коэффициент полного сопротивления круглого (*1*) и эллиптических цилиндров, обтекаемых вдоль большой (*2*) и малой (*3*) осей

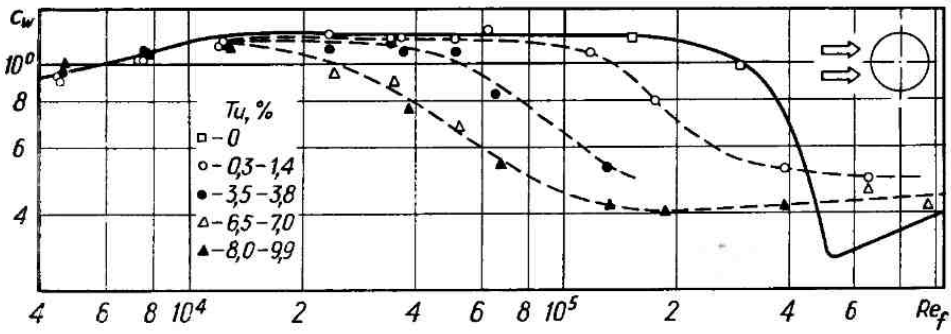


РИС. 10.16. Влияние турбулентности на коэффициент сопротивления давления круглого цилиндра при докритическом режиме обтекания

числах Re. В целом на общий уровень сопротивления давления в различных потоках жидкости турбулентность влияет незначительно.

Коэффициенты сопротивления давления цилиндрических тел в основном зависят от степени загромождения канала k_q и с ее увеличением резко возрастают. Как показывают обобщенные результаты, начало критического режима обтекания практически не зависит от степени загромождения.

Для расчетов сопротивления давления в исследованном интервале Re_f от 10^5 до 10^6 можно предложить обобщенную зависимость

$$c_w = A_0 + A_1\left(0{,}5 - \frac{\operatorname{arctg}\left[B_1\left(\mathrm{Re}_f \cdot 10^{-5} - C_1\right)\right]}{\pi}\right) + A_2\left(0{,}5 + \frac{\operatorname{arctg}\left[B_2\left(\mathrm{Re}_f \cdot 10^{-5} - C_2\right)\right]}{\pi}\right) \tag{10.27}$$

Данная зависимость позволяет определить коэффициенты сопротивления давления в условиях критического и сверхкритического режимов обтекания. Она не учитывает влияния турбулентности на коэффициенты этого сопротивления.

Таблица 10.2

Значения констант в уравнении (10.27)

k_q	A_0	A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2
0	0,1	1,11	1,8	3,95	0,25	0,80	6,0
0,3	0,22	1,58	2,5	2,06	0,30	1,10	4,5
0,5	0,88	1,62	5,8	1,78	1,50	1,20	4,3
0,7	2,25	4,80	6,0	1,58	1,90	1,22	4,2

Значения всех констант формулы (10.27) представлены в табл. 10.2.

В докритическом режиме обтекания увеличение турбулентности и шероховатости поверхности цилиндрических тел незначительно влияет на коэффициенты сопротивления. При критическом режиме обтекания увеличение относительной шероховатости вызывает рост коэффициента сопротивления давления и более ранний переход. Аналогично на наступление критического режима обтекания влияет и увеличение турбулентности внешнего потока.

Глава 11

ТЕПЛООТДАЧА ЦИЛИНДРА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ

11.1. Теплоотдача в лобовой точке

Течение в окрестности лобовой критической точки цилиндра представляет собой частный случай, при котором ламинарный или турбулентный поток в нормальном направлении сталкивается с преградой. Изучение этих процессов обтекания и теплоотдачи имеет важное теоретическое и практическое значение. Можно назвать целый ряд случаев технического применения потоков, нормально направленных к поверхности с целью интенсификации процессов переноса тепла или, наоборот, теплозащиты.

Процессы, протекающие в области лобовой критической точки, проще моделировать на круглом или эллиптическом цилиндре. Схема для расчета теплоотдачи и обтекания в лобовой критической точке, основанная на примере наиболее общего случая обтекания плоской стенки в нормальном направлении, представлена на рис. 11.1. Течение в этом случае является градиентным, так как после разделения потока в критической точке скорость вне пограничного слоя увеличивается согласно линейному закону

$$U = cx, \tag{11.1}$$

где c — константа, соответствующая градиенту скорости в точке x.

Равномерное увеличение скорости вызывает уменьшение давления. Градиентный процесс течения и теплоотдачи в критической точке можно представить в виде уравнений пограничного слоя и уравнения энергии (10.6), (10.7) с граничными условиями (10.8) и (6.7). Тогда скорость потока на внешней границе пограничного слоя можно выразить в виде

$$U_1 = cx. \tag{11.2}$$

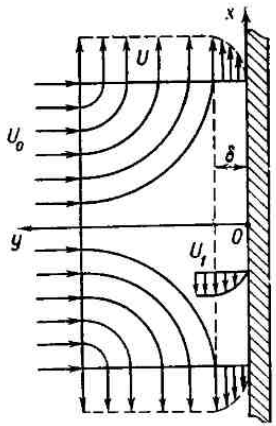
За пределами пограничного слоя имеет место потенциальное течение, для которого действительно уравнение Эйлера

$$U\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}. \tag{11.3}$$

Совместное решение системы уравнений (10.6), (10.7), (6.1) и уравнения Эйлера (11.3) с граничными условиями (10.8), (6.7) позволяет определить распределение скоростей и температуры в пограничных слоях, а также закономерность изменения толщины пограничного слоя, которая выражается зависимостью

$$\delta = 2{,}4\sqrt{\nu/c}. \tag{11.4}$$

Из уравнения (11.4) видно, что толщина пограничного слоя не зависит от продольной координаты, является постоянной величиной и в основном определяется физическими свойствами жидкости, в данном случае — вязкостью.



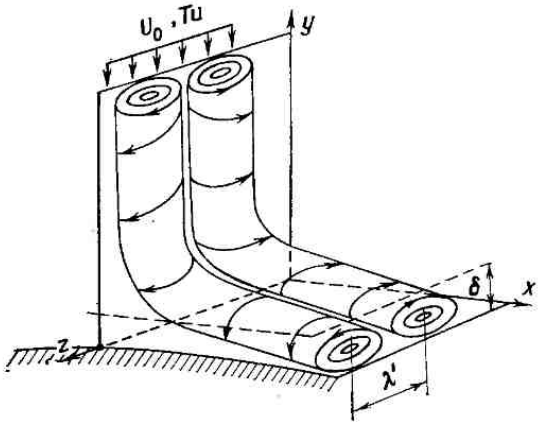


РИС. 11.1. Схема течения в области лобовой критической точки

РИС. 11.2. Схема вихревой структуры потока в области лобовой критической точки

Более подробно решение теплообменной и гидродинамической задач изложено в работах [1—3], поэтому приведем лишь окончательные результаты.

Теплообмен в критической точке в результате теоретического решения выражается зависимостью

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}57\ \mathrm{Re}_x^{0,5}\mathrm{Pr}^{0,33}. \tag{11.5}$$

Заменив скорость вне пограничного слоя U скоростью набегающего потока U_0, определенной по потенциальному распределению, и приняв за определяющий размер d, получим

$$\mathrm{Nu}_d = 1{,}14\ \mathrm{Re}_d^{0,5}\mathrm{Pr}^{0,33}. \tag{11.6}$$

Приведенные методы расчета теплоотдачи и обтекания охватывают небольшой интервал чисел Pr. В ИФТПЭ проведены численные расчеты теплоотдачи для значений Pr от 10 до 100 с использованием метода для клиновидных тел [4], рассмотренного в гл. 5 и 6. В результате была получена зависимость

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}57\mathrm{Re}_x^{0,5}\mathrm{Pr}^{0,35}, \tag{11.7}$$

которая отличается от формулы (11.5) несколько большим значением показателя степени при числе Pr.

В работе [5] расчетным путем установлено, что теплоотдача в лобовой критической точке не зависит от граничных условий на поверхности тела, т. е. от $t_w = \mathrm{const}$ или $q_w = \mathrm{const}$ (см. далее разд. 11.2, рис. 11.6).

В набегающем потоке почти всегда присутствуют турбулентные пульсации скорости, однако в настоящее времия нет конкретной физической модели, позволяющей учитывать их влияние на обтекание и теплоотдачу. В основном исследователи пользуются уравнениями пограничного слоя, рассматривая идеализированные модели течения с использованием эмпирических констант. Такая модель течения [6] представлена на рис. 11.2. В ней

на ламинарный пограничный слой накладывается вихревая ячеистая структура с определенной длиной волны λ' и частотой пульсаций скорости. Образующиеся вихри вращаются в противоположных направлениях. При некоторых значениях экспериментальных констант удалось определить теплоотдачу и касательные напряжения в лобовой критической точке.

В работах [6, 7] влияние турбулентности на теплоотдачу связывалось с возникновением в области лобовой критической точки вихрей типа вихрей Тейлора—Гертлера, обусловленных изменением направления течения. До недавнего времени считалось, что вихри возникают лишь на вогнутых поверхностях, но последние исследования показали [1], что они могут возникнуть и на выпуклых поверхностях, в том числе и на поперечно-обтекаемых цилиндрах. Согласно работе [7], если величина этих вихрей превышает определенное критическое значение, они накладываются на пограничный слой. Таким образом, при набегании потока на выпуклую поверхность и изменении его направления образуются вихри, которые, взаимодействуя с пограничным слоем, усиливают процессы переноса в результате одновременного вращения и своеобразной транспортировки жидкости к стенке и обратно. Методами визуализации была определены основные параметры вихревой структуры, выражаемые зависимостью

$$\lambda'/d = \lambda_0 \pi \mathrm{Re}^{-0,5}, \tag{11.8}$$

где $\lambda_0 = 1,56$ — длина волны ячеистой структуры при $\mathrm{Tu} \to 0$. С увеличением Re длина волны уменьшается. Аналогичный эффект наблюдается при увеличении турбулентности. Наличие ячеистой вихревой структуры на поверхности цилиндрических тел в турбулентных потоках доказано рядом экспериментальных исследований, в том числе и нашей работой [3], проведенной с цилиндром $d = 250$ мм при низкой турбулентности потока и скорости $U_0 = 0,04$ м/с. Установлено, что ячеистая структура занимает лобовую часть цилиндра до $\varphi = 60 \div 70°$ и достигает области отрыва. Согласно результатам проведенных исследований, длина волны вихревой структуры в зависимости от гидродинамических условий изменяется от 2 до 8 мм, что соответствует вихрям $d = 1 \div 4$ мм.

В области лобовой критической точки цилиндра существует ламинарный пограничный слой постоянной толщины, зависящей лишь от Re. Течение здесь градиентное, а в условиях градиентности турбулентность влияет на теплоотдачу. С другой стороны, в соответствии с новой концепцией о существовании вихревой ячеистой структуры в области лобовой критической точки теплоотдача может сильно увеличиваться. Многочисленные исследования показывают, что в случае увеличения турбулентности до 3% теплоотдача в лобовой критической точке возрастает на 60% и более.

Согласно положениям теории подобия, при обобщении экспериментальных данных теплоотдачу в лобовой критической точке в наиболее общем случае можно выразить зависимостью

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Tu}, k_q, L, \Lambda), \tag{11.9}$$

где L, Λ — макро- и микромасштабы турбулентности.

В настоящее время существует ряд эмпирических зависимостей теплоотдачи, основывающихся на теории подобия и других предположениях, например на аналогии процессов затухания турбулентных пульсаций в ламинарном пограничном слое и в вязком подслое турбулентного пограничного

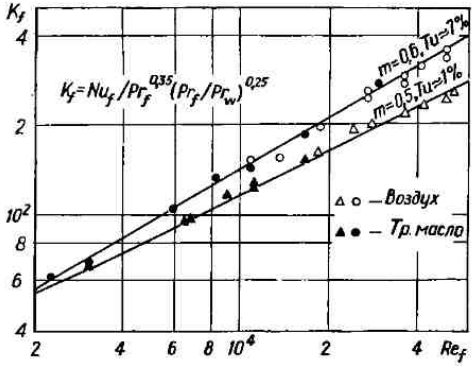


РИС. 11.3. Данные по теплоотдаче в лобовой критической точке цилиндра при докритических числах Re_f

слоя. Для обобщения данных наиболее часто используется выражение типа

$$Nu_{Tu}/Nu_{Tu=0} = f(Re_t). \quad (11.10)$$

В более развернутом виде уравнение (11.10) представлено в работе Е. П. Дыбана и др. [8]:

$$Nu_{Tu}/Nu = 1 + 0{,}01\sqrt{Re\,Tu}, \quad (11.11)$$

или

$$\frac{Nu_{Tu}}{Nu} = 1 + \frac{0{,}8\,Re\,Tu}{1500 + Re\,Tu}. \quad (11.12)$$

Для обобщения теплоотдачи в лобовой критической точке цилиндра в различных потоках жидкостей на основе уравнения (11.9) предлагается степенная зависимость

$$Nu_f = cRe_f^m Pr_f^n Tu^k (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \quad (11.13)$$

Зависимость (11.13) нельзя использовать при $Tu = 0$, но в целом для практических расчетов она вполне применима в случае высокой турбулентности внешних потоков.

Проанализируем теплоотдачу в условиях докритического режима обтекания. Согласно уравнению (11.7), влияние физических свойств на теплоотдачу учитывается числом Pr в степени 0,35. Это подтверждают и результаты [9], полученные в потоках воздуха и трансформаторного масла (рис. 11.3). Данные, приведенные на рис. 11.3, свидетельствуют о существенном влиянии турбулентности потока на теплоотдачу. С увеличением турбулентности потока до 1% показатель степени при числе Re_f практически не изменяется и остается равным 0,5, но в дальнейшем он возрастает и достигает 0,6 при $Tu \approx 7 \div 8\%$. Приведенные данные об изменении показателя степени при числе Re_f подтверждаются в работах [8—10].

При малой турбулентности потока ($Tu \leqslant 1\%$) результаты исследования, соответствующие нижней кривой на рис. 11.3, хорошо обобщаются зависимостью

$$Nu_f = 1{,}11Re_f^{0,5}Pr_f^{0,35}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}, \quad (11.14)$$

которая совпадает с теоретическим решением. Зависимость (11.14) можно применять для определения теплоотдачи в лобовой критической точке только в случаях малотурбулизированных потоков при $Tu < 1\%$. Проведенные исследования [3] с различными потоками жидкостей в широком интервале изменения степени турбулентности позволяют определить влияние последней на теплоотдачу в лобовой критической точке. В степенном уравнении подобия (11.13) на основе экспериментальных данных влияние турбулентности на теплоотдачу учитывается посредством введения параметра Tu в степени 0,15:

$$Nu_f = 0{,}43Re_f^{0,6}Pr_f^{0,35}Tu^{0,15}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \quad (11.15)$$

Теплоотдача в лобовой критической точке связана с процессами обтекания, происходящими на поверхности тел, а также в их ближнем следе. Проведенные исследования теплоотдачи различных цилиндров в лобовой критической точке в широком интервале изменения Pr показали, что влияние турбулентности в области докритических и критических чисел Re_f неодинаково и в некоторой степени зависит от физических свойств или рода жидкости [11]. Определенное влияние на теплоотдачу оказывают загромождение канала и шероховатость поверхности цилиндра [3].

11.2. Местная теплоотдача цилиндра

Гидродинамика поперечно-обтекаемого цилиндра сложна ввиду наличия на его поверхности различных режимов обтекания. В пограничном слое лобовой части цилиндра течение ламинарное, переходящее при определенных внешних условиях в турбулентное. В зависимости от величины числа Re происходит отрыв ламинарного или турбулентного пограничного слоя. В кормовой же части цилиндра течение вихревое. Такое многообразие режимов течения значительно усложняет процесс теплоотдачи цилиндра.

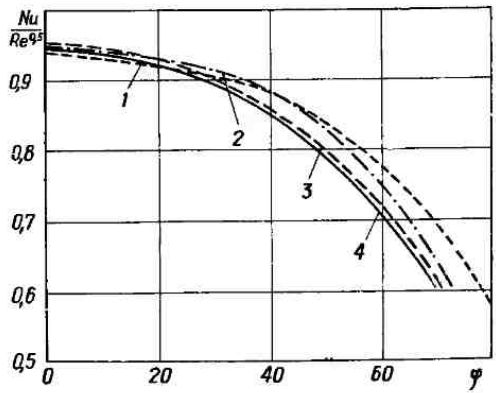


РИС. 11.4. Данные по местной теплоотдаче в лобовой части цилиндра

1 — теоретический расчет по [12], 2 — по [3], 3 — по [4], 4 — по [13]

Теплоотдачу в лобовой области можно определить приближенными и точными аналитическими методами. Приближенные методы, предложенные Г. Н. Кружилиным [12] и Н. Фреслингом [13], основываются на уравнениях импульса и теплового потока. В этом случае распределение скоростей в пограничном слое задается различными полиномами. Методы, использованные Е. Эккертом [4], базируются на уравнениях пограничного слоя и позволяют определить местную теплоотдачу только до точки его отрыва. Хорошо совпадают с приведенными на рис. 11.4 результатами данные о местной теплоотдаче при $Re \approx 5 \cdot 10^4$, рассчитанные методом, разработанным в исследовании [3].

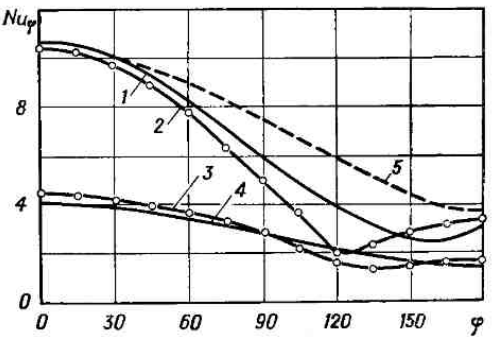


РИС. 11.5. Местная теплоотдача цилиндра при малых Re и различных граничных условиях [5]

Расчет: 1, 4 — t_w = const, $Re_f = 100$ и 20 соответственно, 5 — q_w = const, $Re_f = 100$. Эксперимент: 2 — Re = 120, 3 — Re = 23

Приведенное на рис. 11.4 распределение теплоотдачи получено только для небольшой части цилиндра, примерно до $\varphi \approx 70°$, поскольку в настоящее время отсутствуют аналитические методы, позволяющие определить местную

теплоотдачу по всей поверхности цилиндра в широком интервале Re. Такое определение возможно лишь в области весьма низких Re. Среди исследований, выполненных в этом диапазоне Re, заслуживает внимания работа К. Кролля и Е. Эккерта [5], в которой в результате численного решения уравнений пограничного слоя получено распределение местной теплоотдачи (рис. 11.5) по всей поверхности цилиндра при разных граничных условиях. Результаты решения показывают, что при постоянном потоке теплоотдача протекает более интенсивно на большей части цилиндра. Теплоотдача не зависит от граничных условий в области лобовой критической точки лишь до $\varphi = 25 \div 30°$. Характер изменения теплоотдачи (рис. 11.5) достаточно четко подтверждается экспериментальными данными, полученными в работах [3, 14]. Из экспериментальных и теоретических результатов видно, что при низких числах Re теплоотдача максимальна в лобовой части цилиндра и минимальна в области кормовой критической точки. Представленные данные свидетельствуют об общей тенденции изменения местной теплоотдачи цилиндра и ее зависимости от граничных условий. Большинство теоретических расчетов [4, 12, 13] выполнено для случая постоянной температуры стенки (рис. 11.4). Согласно работе [13], для расчета местной теплоотдачи в доотрывной области цилиндра предлагается зависимость

$$\mathrm{Nu}_x = [0{,}945 - 0{,}7696\,(x/d)^2 - 0{,}3478\,(x/d)^4]\,\mathrm{Re}_x^{0,5}. \qquad (11.16)$$

Как показали исследования, температура лобовой поверхности цилиндра в зависимости от условий обтекания и подвода тепла изменяется по степенному закону:

$$T_w - T_f = \Delta T = A_0 x^{n_1}. \qquad (11.17)$$

В этих уравнениях величина x является длиной дуги периметра цилиндра, отсчитываемой от лобовой критической точки. Используя распределение температуры (11.17), а также степенное распределение скорости вне пограничного слоя $U = U_0 x^{m_1}$ в модифицированном нами методе эквивалентных клиньев, разработанном на базе решения Эккерта [4], теплоотдачу лобовой части цилиндра можно определить по более универсальной формуле

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}332 f(m_1, n_1)\,\mathrm{Re}_x^{0,5}\,\mathrm{Pr}^{0,333+0,067\beta-0,026\beta^2}, \qquad (11.18)$$

где $f(m_1, n_1) = x(m_1) f_1(n_1) + f_2(n_1)$. Ниже представлены значения этих функций в зависимости от величин m_1 и n_1:

m_1	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$x(m_1)$	0,92	1,15	1,30	1,40	1,48	1,54	1,58

n_1	−0,5	−0,4	−0,2	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$f_1(n_1)$	1,6	1,28	1,03	0,94	0,96	0,96	0,94	1,0	1,08	1,15
$f_2(n_1)$	−1,6	−0,93	−0,3	1,0	0,23	0,34	0,39	0,41	0,43	0,44

Коэффициент $\beta = 2\,m_1/(m_1 + 1)$ непосредственно связан с распределением скорости вне пограничного слоя цилиндра, где

$$m_1 = \frac{x}{f(x)}\,\frac{df(x)}{dx}. \qquad (11.19)$$

Здесь $f(x)$ — аналитически заданная зависимость распределения скорости вне пограничного слоя, которую можно определить по распределению дав-

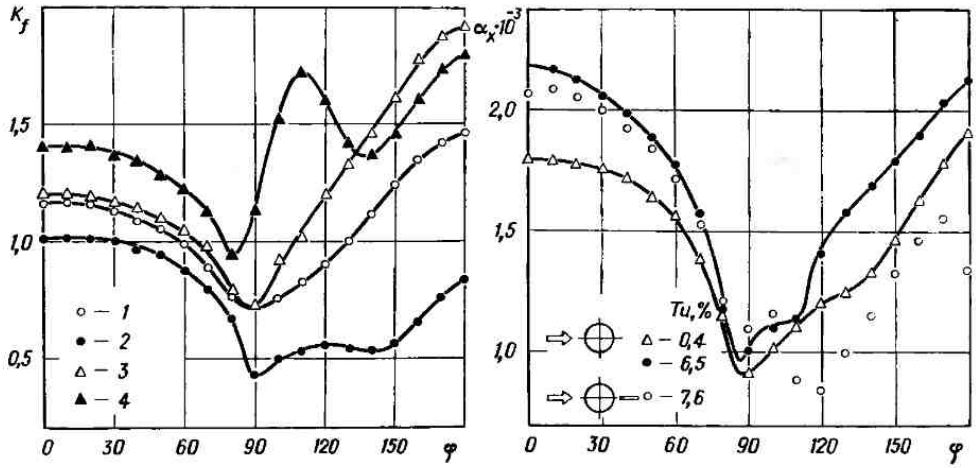


РИС. 11.6. Распределение местной теплоотдачи на цилиндре при различных числах Рейнольдса и турбулентности внешнего потока

Re_f, Tu, Pr_f равны соответственно $5{,}7\cdot10^3$, 0,5%, 112, трансформаторное масло (*1*); $4{,}9\cdot10^4$, 0,52%, 0,7, воздух (*2*); $6{,}8\cdot10^4$, 1% (*3*), 6,8% (*4*), 6,1 вода. $K_f = Nu_f Re_f^{-0,5} Pr_f^{-0,37} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

РИС. 11.7. Влияние турбулентности внешнего потока и характера отрыва вихрей на местную теплоотдачу

ления на поверхности цилиндра. Как видно, формула (11.18) позволяет учитывать влияние изменения температуры поверхности цилиндра, а также влияние физических свойств жидкости. Приведенные выше формулы можно применять для определения теплоотдачи лишь в области ламинарного пограничного слоя. Но для познания процесса теплоотдачи в целом на поверхности цилиндрических тел не менее важно знать распределение коэффициентов и в остальных зонах поверхности.

При малых значениях Re_f (рис. 11.5) отрыв пограничного слоя происходит в кормовой части при $\varphi = 125 \div 150°$, а при больших (рис. 11.6) Re_f — уже при $\varphi = 82 \div 90°$. Такой характер обтекания остается до наступления критического режима при $Re_f \approx 2\cdot10^5$.

Исследования местной теплоотдачи в турбулизированных потоках различных жидкостей, проведенные в ИФТПЭ, показывают, что характер распределения теплоотдачи не зависит от рода жидкости. Вместе с тем на интенсивность теплоотдачи, помимо граничных условий на стенке, большое влияние оказывает и турбулентность внешнего потока. Даже небольшая турбулентность вызывает в отдельных зонах увеличение теплоотдачи более чем на 30—50%. Анализ кривых *3*, *4* на рис. 11.6 показывает локальность эффектов турбулентности. Максимальное влияние турбулентности наблюдается в лобовой критической точке. Далее, с приближением к точке отрыва оно уменьшается, для кормовой же области отсутствует определенная закономерность.

Важное влияние на распределение местной теплоотдачи оказывает и число Re. Как было показано выше, при малых числах Рейнольдса теплоотдача цилиндра минимальна в кормовой его части. С увеличением Re_f минимум смещается к точке отрыва. При небольших числах Re_f теплоотдача лобовой

части значительно больше, чем кормовой (кривая *1* рис. 11.6). С увеличением Re_f теплоотдача становится все больше в кормовой части цилиндра и при $\mathrm{Re}_f > 5\cdot10^4$ значительно превышает теплоотдачу лобовой части (кривые *2*, *3* рис. 11.6). Увеличение Re_f или турбулентности внешнего потока на кривой распределения образует два минимума (кривая *4* рис. 11.6), первый из которых соответствует переходу ламинарного течения в турбулентное, а второй — отрыву турбулентного пограничного слоя на цилиндре.

В условиях докритического обтекания за цилиндром устанавливается регулярная вихревая структура. Вихри поочередно отрываются от поверхности цилиндра, вызывая пульсации скорости в лобовой его части. Для исследования влияния этих пульсаций на теплоотдачу цилиндра во всех его зонах необходимо исключить регулярный отрыв вихрей, что осуществляется введением в ближний след цилиндра распределительной пластины.

Нарушение регулярности отрыва вихрей (пластиной длиной пять диаметров цилиндра) (рис. 11.7) при докритическом обтекании лобовой части цилиндра трансформаторным маслом при $\mathrm{Re}_f = 1{,}6\cdot10^4$ и $\mathrm{Pr}_f = 112$ незначительно влияет на теплоотдачу, уменьшая ее. Степень этого влияния зависит от Re_f и Tu. В области малых Re_f теплоотдача уменьшается значительнее, чем в области больших Re_f. С нарушением регулярности отрыва вихрей сильно уменьшается теплоотдача в кормовой части цилиндра.

В начале раздела были представлены результаты теоретических решений задачи определения местной теплоотдачи, полученные разными авторами. Однако в них не учитывалось влияние такого важного фактора, как турбулентность внешнего потока. Если к уравнениям пограничного слоя (10.6) и (10.7) присоединить уравнение энергии

$$c_p\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\frac{\partial q}{\partial y} \tag{11.20}$$

с граничными условиями

$$y=0,\quad T=T_w \quad \text{или} \quad q=q_w.$$
$$y=\infty,\quad T=T_f,$$

а для учета турбулентности в формулы касательных напряжений и теплового потока ввести выражения для турбулентных вязкости и теплопроводности

$$\tau=(\mu+\mu_{\mathrm{Tu}})\frac{\partial u}{\partial y}, \tag{10.15}$$

$$q=(\lambda+\lambda_{\mathrm{Tu}})\frac{\partial T}{\partial y}, \tag{11.21}$$

то получим более универсальный метод расчета теплоотдачи, позволяющий учитывать и влияние указанного фактора. Связь между турбулентными теплопроводностью и вязкостью в этом случае может быть представлена в виде соотношения

$$\frac{\lambda_{\mathrm{Tu}}}{c_p}=\frac{\mu_{\mathrm{Tu}}}{\mathrm{Pr}_t}, \tag{11.22}$$

где значение μ_{Tu} определяется зависимостью (10.16). Параметры этого соотношения представлены в гл. 10. Для определения начальных условий на поверхности цилиндра T_w используется зависимость (11.15).

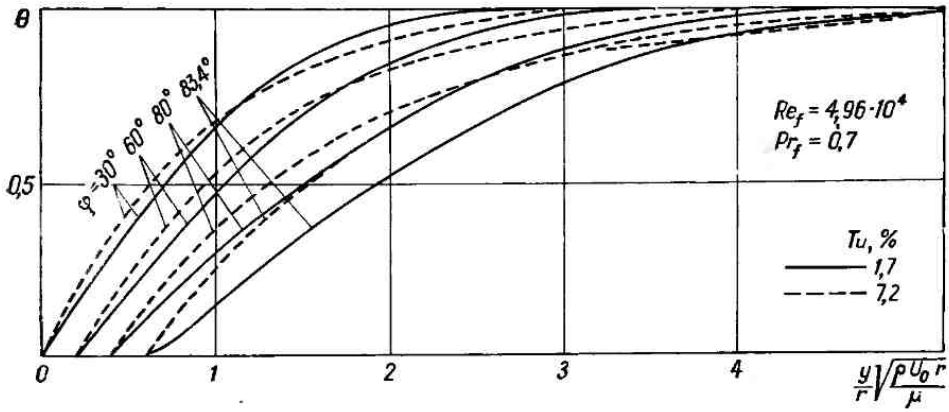


РИС. 11.8. Влияние турбулентности внешнего потока на деформацию профилей температуры в пограничном слое

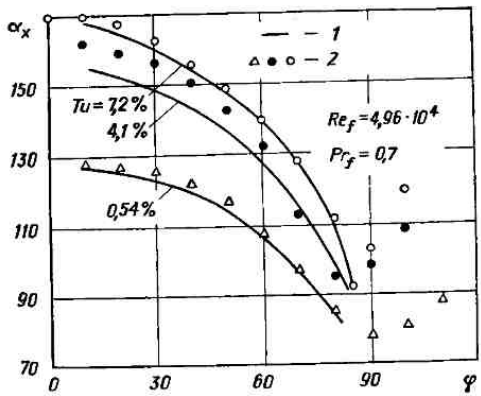


РИС. 11.9. Сопоставление теоретических и экспериментальных данных по теплоотдаче

1 — теория,
2 — эксперимент

На рис. 11.8 видна деформация температурных профилей в зависимости от турбулентности внешнего потока. С увеличением турбулентности профили становятся более заполненными, а интенсивность теплоотдачи возрастает (рис. 11.9).

Результаты расчета теплоотдачи хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными для потоков воздуха и жидкостей.

Для инженерных расчетов более удобны обобщенные зависимости теплоотдачи типа

$$\mathrm{Nu} = c\,\mathrm{Re}^m \mathrm{Pr}^n, \tag{11.23}$$

получаемые в результате осреднения местной теплоотдачи для отдельных зон цилиндра. Смена режимов обтекания цилиндра должна, естественно, изменять и показатели степени при числах подобия в зависимости (11.23). Многочисленные наши данные и данные других работ показывают, что для лобовой части цилиндра, в которой существует ламинарный пограничный слой, показатель степени m при Re_f равен 0,5. Однако такое значение справедливо только в случае небольшой турбулентности потока ($\mathrm{Tu} < 1\%$). С увеличением Tu значение m растет и при $\mathrm{Tu} > 20\%$ достигает 0,65 [8]. В кормовой же части m изменяется от 0,5 до 0,8, но в среднем для нее можно принять $m = 0{,}73$.

Влияние физических свойств жидкости на местную теплоотдачу, определяемое числом Pr_f в соответствующей степени, сказывается более равномерно по всему периметру. Показатель степени n изменяется от 0,33 в лобовой области до 0,4 в кормовой, а в точке отрыва при $\varphi \approx 80°$ он равен 0,3. Как показывает анализ полученных результатов, изменение турбулентности не требует внесения каких-либо корректив в динамику изменения показателя степени n.

Согласно экспериментальным исследованиям (рис. 11.10), местная теплоотдача в лобовой части цилиндра при $q_w = \mathrm{const}$ выражается зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 0{,}65\ \mathrm{Re}_{fx}^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,33}\ (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{11.24}$$

в которой за определяющую скорость принята местная скорость, рассчитанная по уравнению (10.9), а за определяющий размер — длина дуги цилиндра от лобовой критической точки до рассматриваемой точки.

Средняя теплоотдача в коромовой части цилиндра в докритическом режиме обтекания обобщается зависимостью

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}068\ \mathrm{Re}_f^{0,73}\mathrm{Pr}_f^{0,4}\ (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{11.25}$$

За определяющие здесь приняты скорость в наименьшем проходном сечении и диаметр цилиндра.

Проведенные Г. Кружилиным [15] и другими исследования местной теплоотдачи при небольших критических числах Re показали возможность образования турбулентного теплового пограничного слоя на цилиндре. При исследованиях, выполненных в широком интервале критических и сверхкритических значений Re, автор совместно с П. Дауётасом и И. Жюгждой впервые заметил [16], что начало перехода ламинарного пограничного слоя и образование турбулентного теплового пограничного слоя зависят от величины числа Re_f (рис. 11.11) и степени турбулентности внешнего потока (рис. 11.12): с их увеличением тепловой турбулентный пограничный слой резко смещается в сторону лобовой критической точки до $\varphi = 30 \div 35°$, занимая значительную область лобовой части цилиндра. Это явление приводит к значительному увеличению интенсивности процесса теплоотдачи.

Данные, приведенные на рис. 11.11 ($\mathrm{Re}_f = 8{,}6 \cdot 10^5$), указывают на весьма сложный характер изменения теплоотдачи в критическом режиме обтекания. В лобовой части, как и в случае докритического режима, теплоотдача протекает при наличии ламинарного пограничного слоя, по мере нарастания которого она постепенно уменьшается.

Однако в целом кривые распределения местной теплоотдачи в условиях критического режима обтекания в принципе отличаются от кривых в случае докритического режима. В распределении местной теплоотдачи (рис. 11.11, 11.12) для потоков воздуха и воды наблюдаются два минимума, обусловленные динамикой режимов течения на поверхности цилиндра.

Как уже отмечалось в разд. 10.1, в критической области обтекания первый минимум при $\varphi = 80 \div 90°$ соответствует отрыву ламинарного пограничного слоя с образованием отрывного пузыря и последующему его присоединению при $\varphi \approx 100°$ в виде турбулентного пограничного слоя. В сверхкритической же области обтекания ($\mathrm{Re}_f = 2{,}03 \cdot 10^6$) первый минимум соответствует началу непосредственного перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. В обоих случаях второй минимум при $\varphi \approx 140°$ соответствует отрыву образовавшегося турбулентного пограничного слоя.

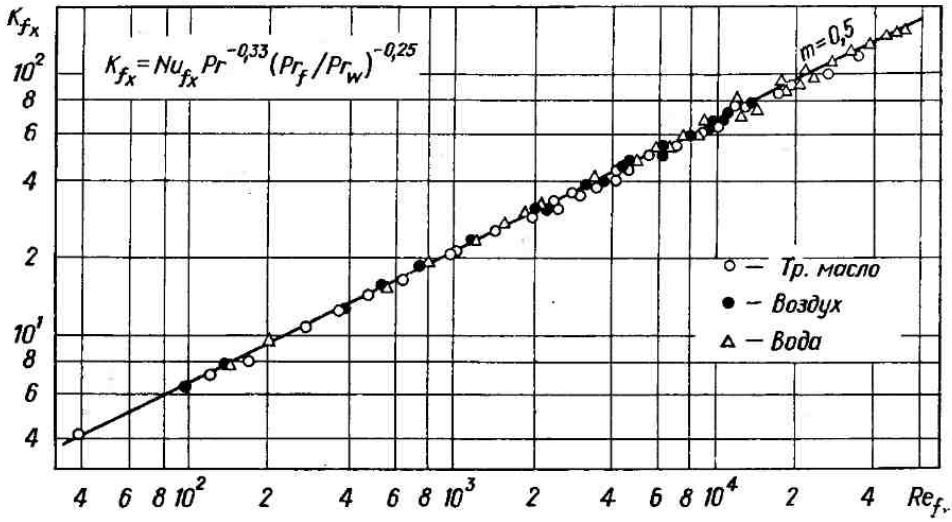


РИС. 11.10. Местная теплоотдача в лобовой части цилиндра при обтекании различными теплоносителями

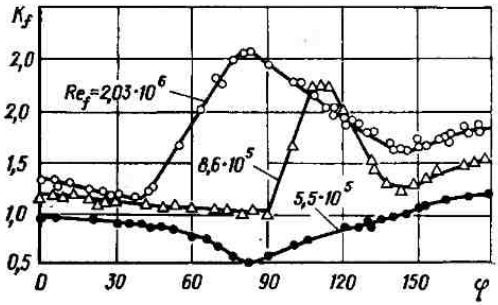


РИС. 11.11. Влияние числа Re_f на местную теплоотдачу цилиндра в потоке воды при Tu = 1,5%

$K_f = Nu_f Re_f^{-0,5} Pr_f^{-0,37} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

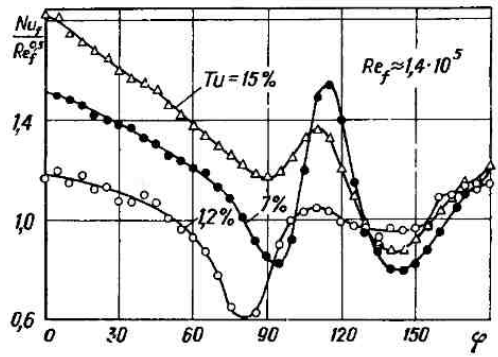


РИС. 11.12. Влияние турбулентности на местную теплоотдачу в потоке воздуха

С увеличением турбулентности потока и числа Re_f отрывной пузырь исчезает, ламинарный пограничный слой непосредственно переходит в турбулентный, точка перехода смещается к лобовой критической точке. Как следует из анализа экспериментальных данных, сравнительно небольшая турбулентность (Tu $\approx$ 1%) способствует возникновению критического режима. Результаты показывают, что влияние турбулентности в критическом режиме

обтекания, как и в докритическом, носит локальный характер. В лобовой критической точке и в лобовой части цилиндра оно максимально. В миделевой части с увеличением турбулентности и φ это влияние уменьшается (рис. 11.11, 11.12). В кормовой части цилиндра строгая закономерность влияния турбулентности на теплоотдачу практически отсутствует. Вихревой процесс обтекания, обладающий высокой степенью турбулентности, в кормовой части цилиндра мало чувствителен к дополнительной внешней турбулентности.

Проведенный автором совместно с Г. Б. Зданавичюсом [17] анализ местных характеристик теплоотдачи и обтекания позволяет рассмотреть трансформацию зон ламинарного и турбулентного теплообмена на поперечно-обтекаемом цилиндре. При определении чисел Nu_x и Re_x за характерные размеры принимались длина дуги x от лобовой критической точки до места измерения и местная скорость.

Данные о местной теплоотдаче цилиндра в сверхкритическом режиме обтекания (рис. 11.13) показывают, что турбулентность влияет на интенсивность теплоотдачи в зоне ламинарного пограничного слоя. В потоке воды (рис. 11.13, *б*) интенсификация теплообмена при повышении Tu от 1 до 7% заметно меньше, чем в потоке воздуха. По-видимому, с повышением числа Pr толщина теплового пограничного слоя уменьшается и влияние Tu на интенсивность теплоотдачи становится меньшим. С повышением степени турбулентности потока начало перехода смещается в сторону лобовой части цилиндра от $\varphi \approx 70°$ до $\varphi = 40°$. Изменение градиента давления показывает большое влияние на процесс перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Падение давления стабилизирует пограничный слой, а его увеличение, наоборот, понижает устойчивость пограничного слоя. Степень ламинаризирующего действия отрицательного градиента давления принято характеризовать параметром градиента давления K, распределение которого на лобовой части цилиндра при переходе в сверхкритический режим обтекания приведено на рис. 11.14.

При градиентном течении на плоской пластине уже при $K > 2 \cdot 10^{-6}$ наблюдается ламинаризация. Следовательно, для цилиндра также существует критическое значение K, ниже которого возможен переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Если принять, что при Tu = 7% критическое значение K не превышает $2 \cdot 10^{-6}$, то, как видно из рис. 11.14, с увеличением Re переход может наступить при меньших угловых координатах. Это означает, что более ранний переход к турбулентному теплообмену на лобовой части цилиндра в сверхкритическом режиме обтекания при увеличении Re обусловлен ослаблением ламинаризирующего действия градиента давления.

Степень турбулентности набегающего потока сильно влияет на наступление перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Сравнение обтекания пластины и цилиндра в процессе теплоотдачи (рис. 11.15) показывает, что на цилиндре переход начинается при бо́льших числах $Re_{хк}$, чем на пластине, что обусловлено ламинаризирующим действием градиента давления. На пластине с увеличением Tu потока число $Re_{хк}$ уменьшается. На цилиндре уменьшение $Re_{хк}$ более плавное. Исходя из экспериментальных данных, приведенных на рис. 11.15, на цилиндре начало перехода, характеризуемое $Re_{хк}$ при сверхкритических числах Re, в зависимости от Tu можно определить по уравнению

$$Re_{хк} = [10{,}5 - 6{,}2 \lg (1 + Tu)] \cdot 10^5, \qquad (11.26)$$

которое действительно в исследованном интервале Tu от 1 до 15%.

РИС. 11.13. Местная теплоотдача в лобовой части цилиндра в потоке воздуха (*а*) и в потоке воды (*б*)

Пунктир — продольно-обтекаемая пластина

$K_x = Nu_x Pr^{-0,37} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

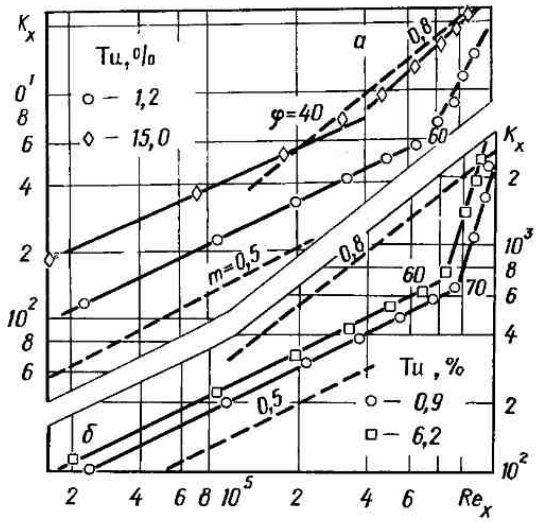
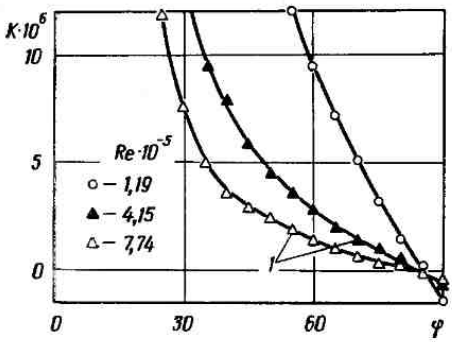


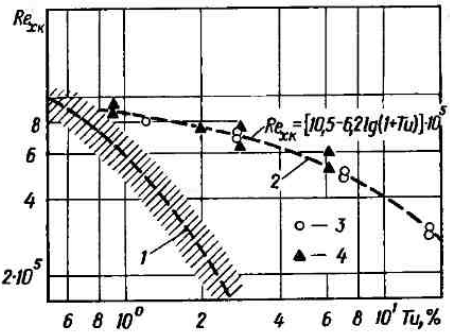
РИС. 11.14. Распределение параметра градиента давления на лобовой части цилиндра

1 — начало перехода

РИС. 11.15. Влияние турбулентности внешнего потока на переход при сверхкритических числах Рейнольдса

1 — для пластины,
2 — для цилиндра,
3 — в воздухе,
4 — в воде





Установлено, что до сверхкритических чисел Re начало перехода, характеризуемое $Re_{зк}$, независимо от турбулентности внешнего потока происходит при $\varphi = 85 \div 90°$ и обобщается линейной зависимостью

$$Re_{зк} = 1,5\ Re. \tag{11.27}$$

Сопоставление зависимостей (11.26) и (11.27) позволяет определить предельные значения $Re_к$ выражением

$$Re_к = [7 - 4,13 \lg (1 + Tu)] \cdot 10^5, \tag{11.28}$$

превышение которых вызывает смещение перехода к лобовой критической точке.

Приведенные закономерности изменения местной теплоотдачи при докритических и критических числах Re позволяют составить общую картину обтекания цилиндрических тел. При низких числах Re (кривая *1* рис. 11.16) теплоотдача лобовой части цилиндра максимальна, однако с развитием ламинарного пограничного слоя она постепенно уменьшается. При более высоких числах Re (кривая *2*) после отрыва ламинарного пограничного слоя

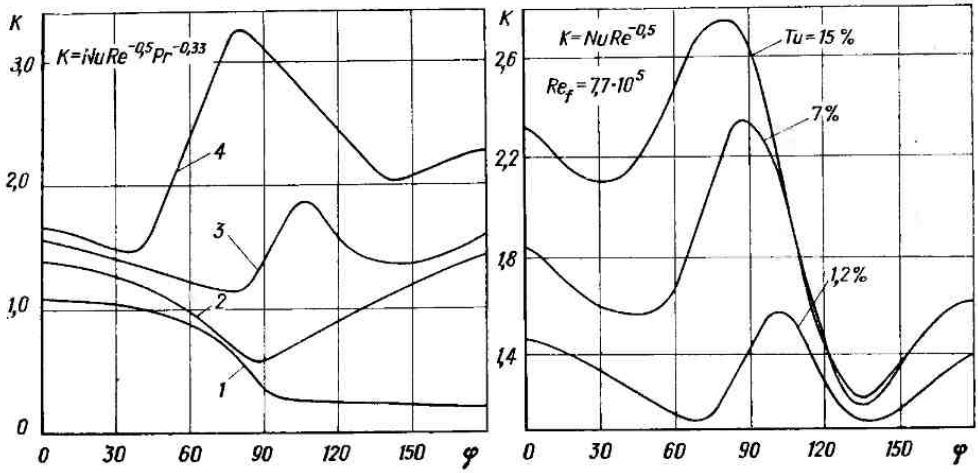


РИС. 11.16. Изменение местной теплоотдачи круглого цилиндра в широком интервале чисел Re

РИС. 11.17. Зависимость теплоотдачи цилиндра от турбулентности при сверхкритических числах Re в потоке воздуха

($\varphi = 80°$) в вихревой зоне теплоотдача постепенно увеличивается. В критическом режиме обтекания отмечены два минимума теплоотдачи (кривая *3*): первый — при отрыве ламинарного пограничного слоя в виде пузыря ($\varphi \approx 80°$) и развитии турбулентного пограничного слоя, второй — при отрыве турбулентного пограничного слоя.

В сверхкритическом режиме обтекания ($Re_f \approx 2\cdot10^6$) первый минимум теплоотдачи (кривая *4*) соответствует непосредственному переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный ($\varphi = 40°$), а второй — отрыву турбулентного пограничного слоя. Однако следует отметить, что местоположение непосредственного перехода ламинарного пограничного слоя зависит от величины числа Re и степени турбулентности внешнего потока.

Из рис. 11.17 видно, что в сверхкритическом режиме обтекания с повышением турбулентности внешнего потока первый минимум теплоотдачи цилиндра смещается к лобовой критической точке и область, охваченная ламинарным пограничным слоем, сужается.

На местную теплоотдачу цилиндра в некоторой степени влияет шероховатость его поверхности, особенно в критическом режиме обтекания. С увеличением степени загромождения канала теплоотдача в лобовой части цилиндра значительно возрастает.

Поскольку в настоящее время нет единого мнения относительно гипотезы регулярности отрыва вихрей, были проведены исследования в условиях критического обтекания. Для этой цели, как и в режиме докритического обтекания, в ближнем следе за цилиндром была установлена распределительная пластина, что позволило на базе данных о закономерности теплоотдачи установить, что в условиях критического режима обтекания в ближнем следе цилиндра регулярность отрыва вихрей отсутствует.

В критическом и сверхкритическом режимах обтекания средняя теплоотдача в отдельных зонах цилиндра увеличивается, что обусловливает рост значений показателей степени при числах Re и Pr [3].

11.3. Влияние загромождения на местную теплоотдачу

Обычно на практике в различных теплообменных устройствах цилиндры (трубы) устанавливаются в поток, ограниченный стенками каналов. Это приводит к так называемому загромождению канала, степень которого выражается отношением диаметра рассматриваемого цилиндра и высоты канала, т. е. $k_q = d/H$. В экспериментах степень загромождения канала изменяется путем изменения высоты канала при постоянном диаметре исследуемых цилиндров, и наоборот.

Увеличение загромождения канала коренным образом изменяет распределение давления (см. гл. 10), а следовательно, распределение скорости потока вне пограничного слоя цилиндра и их градиенты. Из приведенных данных видно, что с увеличением k_q минимум давления смещается в направлении потока до $\varphi = 110°$ и становится ярко выраженным. Это изменение давления приводит к резкому увеличению коэффициента лобового сопротивления. Такое возрастание гидродинамических параметров на поверхности цилиндра, безусловно, приводит к изменению скорости потока в ближнем следе, а также в кормовой части цилиндра.

При большой степени загромождения ($k_q \approx 0{,}7$) наблюдается значительное изменение характера распределения местной теплоотдачи, заключающееся в том, что максимум теплоотдачи находится уже не в лобовой критической точке, как обычно, а смещается в сторону точки отрыва до $\varphi = 50°$ (рис. 11.18). Тенденция к увеличению теплоотдачи в лобовой части цилиндра с увеличением k_q отмечена также в работе Ж. Акылбаева с сотр. [18]. Такой характер поведения процесса теплоотдачи объясняется влиянием сильного градиента давления и ускорения потока, которые приводят к уменьшению толщины пограничного слоя и, следовательно, к увеличению теплоотдачи.

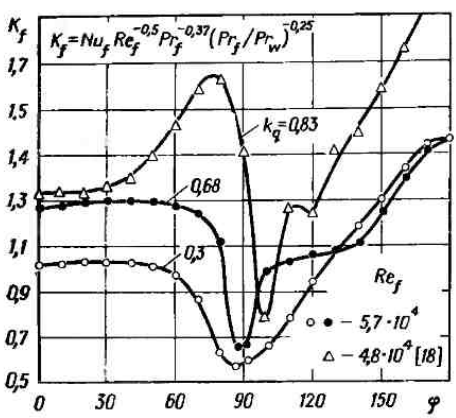


РИС. 11.18. Влияние загромождения канала на теплоотдачу при докритических числах Re

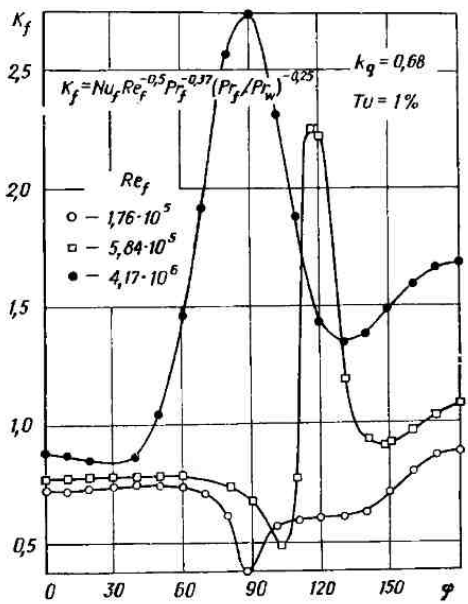


РИС. 11.19. Зависимость местной теплоотдачи от числа Re при критическом режиме обтекания и $k_q = 0{,}68$

Этот процесс занимал участок цилиндра от лобовой критической точки до $\varphi = 50 \div 70°$. За пределами этого участка ввиду прекращения действия градиента давления пограничный слой снова начинает возрастать, а теплоотдача поверхности цилиндра вплоть до точки отрыва начинает уменьшаться. Теплоотдача в кормовой части цилиндра в условиях вихревого обтекания равномерно возрастает, но при небольшом загромождении на кривых распределения теплоотдачи появляются дополнительные минимумы, свидетельствующие о наступлении критических режимов обтекания.

Анализ кривых распределения (рис. 11.19) теплоотдачи цилиндра при критических Re_f и степени загромождения канала $k_q = 0{,}68$, полученных в ИФТПЭ, показал, что с увеличением Re_f до $5{,}84 \cdot 10^5$ максимум теплоотдачи в лобовой части смещается до $\varphi = 60°$, однако при дальнейшем увеличении Re_f максимум теплоотдачи опять приходится на лобовую критическую точку. С ростом Re_f при постоянном d теплоотдача цилиндра в области лобовой критической точки повышается, что указывает на более интенсивный процесс обтекания в этой зоне. При переходе к критическому режиму обтекания, которому свойственны два минимума на кривых распределения местной теплоотдачи, и определенных Re_f, зависящих в основном от турбулентности набегающего потока, возникает отрывной пузырь. В результате этого местоположение первого минимума теплоотдачи смещается в направлении потока до $\varphi = 105°$. Дальнейшее увеличение числа Re_f приводит к исчезновению отрывного пузыря и уменьшению устойчивости ламинарного пограничного слоя в лобовой части цилиндра. В связи с этим, как и при малых k_q, точка непосредственного перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный постепенно перемещается к лобовой критической точке цилиндра вплоть до $\varphi = 35°$.

При больших критических числах Re_f после исчезновения отрывного пузыря скорость в лобовой части цилиндра настолько возрастает, что псевдоламинарный пограничный слой становится неустойчивым, в результате чего и при больших k_q местоположение точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный значительно смещается в направлении к лобовой критической точке цилиндра. Аналогично сдвигается до $\varphi \approx 90°$ максимум теплоотдачи, местоположение точки отрыва турбулентного пограничного слоя (второй минимум) изменяется незначительно, оставаясь в зоне $\varphi = 130 \div 140°$.

11.4. Средняя теплоотдача цилиндра

Для обобщения экспериментальных данных обычно принимается зависимость (11.23). Физические свойства жидкости в процессе теплообмена характеризует в основном число Pr, которое для газов с одной и той же атомностью одинаково и постоянно. Поэтому экспериментальные данные по теплоотдаче в потоке воздуха или другого газа обычно обрабатываются и представляются в виде уравнения подобия

$$\mathrm{Nu} = f\,(\mathrm{Re}). \tag{11.29}$$

Для уяснения значимости числа Pr на рис. 11.20 в виде функциональной зависимости представлены результаты первичной обработки полученных опытных данных о средней теплоотдаче круглого цилиндра в потоках воздуха и различных жидкостей [19]. Значения физических параметров в числах Nu и Pr принимались по температуре набегающего потока жидкости. Как видно, при нагревании трансформаторного масла теплоотдача выше, чем при охлаж-

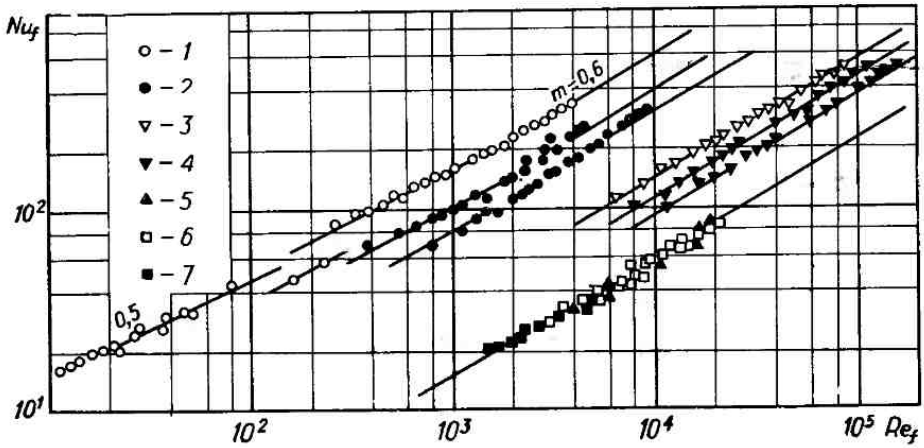


РИС. 11.20. Влияние типа жидкости на среднюю теплоотдачу цилиндра

1, 3, 5 — нагревание трансформаторного масла, воды, воздуха соответственно; *2, 4, 5* — охлаждение этих же теплоносителей соответственно; *6, 7* — данные для потока воздуха [20, 21]

дении, т. е. относительное расположение экспериментальных точек зависит от температуры трансформаторного масла. Аналогичная картина получена и в экспериментах с водой. Расслоение точек на графике в основном зависит от температуры и рода жидкости, т. е. от числа Pr.

Результаты, полученные при нагревании и охлаждении воздуха, сравнивались с аналогичными экспериментальными данными из других работ [20, 21]. Поскольку при нагревании и охлаждении воздуха Pr = const, опытные точки ложатся на одну общую кривую.

Таким образом, при обобщении экспериментальных данных о теплоотдаче в потоках различных жидкостей необходимо пользоваться зависимостью, включающей в себя число Pr_f в соответствующей степени. На рис. 11.20 для всех потоков жидкостей тангенсы угла наклона кривых, равные 0,5 при $Re_f < 10^3$ и 0,6 при $Re_f > 10^3$, соответствуют показателю степени при числе Re_f.

Важным вопросом является определение значения показателя степени n при числе Pr_f. Для различных вязких жидкостей значение Pr изменяется в довольно широком интервале — примерно от 1 до 10^4. Поэтому неправильный выбор показателя степени n при расчете теплоотдачи труб в потоке жидкости может привести к значительным погрешностям. Зачастую в литературе показатель степени n при числе Pr_f для поперечно-обтекаемых труб принимается равным 0,31—0,33. Это значение n принято на основе теоретических решений задачи о теплоотдаче пластины, обтекаемой ламинарным пограничным слоем. Однако, как показано в гл. 6 и 9, значение n меняется в зависимости от характера пограничного слоя. Для теплоотдачи пластины при ламинарном пограничном слое $n = 0{,}33$, а при турбулентном достигает 0,43. Предполагается, что для средней теплоотдачи цилиндра значение n будет средним между 0,33 и 0,43.

В экспериментальных работах ИФТПЭ установлено, что показатель степени n при числе Pr_f изменяется по периметру цилиндра и для средней теплоотдачи лобовой части равен 0,33, а для кормовой части — 0,4.

Исследование процесса теплообмена в ламинарном и турбулентном пограничных слоях показало, что значительное изменение числа Pr_f приводит к некоторому изменению показателя степени. Выполненный В. Макарявичюсом [22] аналитический расчет теплоотдачи трубы вблизи лобовой критической точки при $Pr_f < 10$ дал значение $n = 0{,}37$, а при $Pr_f > 10$ — $n = 0{,}35$.

Экспериментальные данные по теплоотдаче круглого цилиндра в потоках различных жидкостей обобщены для интервала чисел Re_f от 10^3 до 10^5 в виде функциональной зависимости

$$Nu_f Re_f^{-0,6} = f(Pr_f).$$

Результаты этого обобщения представлены на рис. 11.21. Тангенс наклона кривой на графике соответствует степени при числе Pr_f и равен 0,37.

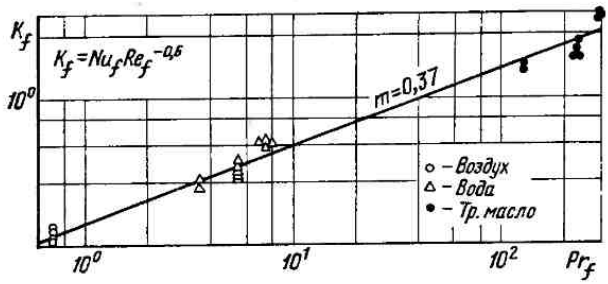


РИС. 11.21. Влияние Pr_f на теплоотдачу цилиндра в потоках различных жидкостей

Отдельно изучалось влияние числа Pr_f в сверхкритическом режиме обтекания, т. е. при $Re_f > 1{,}5 \cdot 10^5$. Как уже отмечалось, значение n изменяется в зависимости от характера течения в пограничных слоях. При переходе к критическому режиму обтекания при определенных значениях Re_f и Tu на поверхности цилиндра образуется отрывной пузырь, который способствует началу турбулизации пограничного слоя в направлении потока. С дальнейшим ростом Re и Tu ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный и точка перехода начинает смещаться по пограничному слою к лобовой критической точке цилиндра. Для турбулентных течений значение n выше, чем для ламинарных. Следовательно, с началом перехода к сверхкритическому режиму обтекания и возникновением турбулентного пограничного слоя на поверхности цилиндра влияние числа Pr_f должно увеличиваться. Экспериментальные исследования поперечно-обтекаемого цилиндра показали, что с достижением сверхкритических чисел Re_f и исчезновением отрывного пузыря показатель степени n при числе Pr_f в среднем возрастает до 0,4 в отличие от значения 0,37, характерного для докритического режима обтекания.

Ввиду того что турбулентная и отрывная зоны цилиндра обтекаются высокотурбулизированным потоком, показатель степени при числе Pr для этих зон увеличивается до 0,45.

В процессе теплообмена меняется температура, а следовательно, и значения физических параметров жидкости. Поэтому учет влияния физических свойств жидкости на теплоотдачу тесно связан с учетом влияния изменения этих свойств в зависимости от температуры пограничного слоя, т. е. с выбором так называемой определяющей температуры, по которой находятся значения физических параметров. Анализ зависимостей, предложенных разными авторами для расчета теплоотдачи труб в потоке газа, показал, что в боль-

шинстве случаев они различаются в основном из-за неодинаковых методов выбора определяющей температуры.

На наш взгляд, для небольших температур в качестве определяющей температуры лучше принимать среднюю температуру потока газа или жидкости t_f. Это проще и обеспечивает достаточную для практики точность.

Заметное влияние на интенсивность теплоотдачи трубы в потоках вязких жидкостей оказывает изменение физических свойств жидкостей в пограничном слое. М. А. Михеев [21] предложил учитывать влияние изменения физических свойств жидкости с температурой прилегающего к стенке пограничного слоя соотношением $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$. Кроме этого параметра, часто используется соотношение μ_f/μ_w. Необходимо отметить, что в таких вязких жидкостях, как вода и различные масла, с изменением температуры поперек пограничного слоя изменяется главным образом вязкость, поэтому соотношение $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w \approx \mu_f/\mu_w$. Однако теплообмен в основном обусловливается температурным полем, которое характеризуется числом Pr, поэтому целесообразнее применять отношение $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$.

Экспериментальные данные для поперечно-обтекаемого цилиндра, отображающие изменение интенсивности теплоотдачи в зависимости от $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$, показывают, что при нагревании показатель степени в среднем соответствует $p = 0{,}25$, а при охлаждении $p = 0{,}20$. Таким образом, в случае охлаждения показатель степени при отношении $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ получается ниже, чем при нагревании. Однако на практике в обоих случаях при небольших температурных напорах ориентировочно можно принять $p = 0{,}25$.

При отнесении физических параметров к температуре потока влияние изменения физических свойств в зависимости от температуры в условиях нагревания и охлаждения достаточно хорошо учитывается параметром $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$. Для газов с постоянным значением Pr соотношение $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w = 1$.

Поэтому для расчетов теплоотдачи в поперечном потоке вязких жидкостей будем пользоваться следующим уравнением подобия:

$$\mathrm{Nu}_f = c\,\mathrm{Re}_f^m \mathrm{Pr}_f^n (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p, \tag{11.30}$$

в котором за определяющие параметры приняты диаметр трубы и скорость потока в наиболее узком сечении.

Константа c и показатели при числах подобия в (11.30) несколько изменяются в зависимости от режима обтекания. Если показатель степени при числе Pr_f изменяется незначительно (от 0,37 до 0,4), то показатель степени при числе Re_f претерпевает более существенное изменение. Согласно нашим экспериментам, при низких значениях Re_f показатель степени $m = 0{,}4$, а с ростом Re_f он постепенно увеличивается, достигая в сверхкритическом режиме обтекания 0,8 и более.

При малых числах Re на средней теплоотдаче круглого цилиндра сказывается влияние свободной конвекции, которое при больших числах Re незначительно по сравнению с влиянием вынужденной конвекции. В этой связи интересно выяснить, в каких случаях следует учитывать совместный эффект свободной и вынужденной конвекций и когда свободной конвекцией можно пренебречь.

В случае смешанной конвекции уравнение подобия принимает следующий вид:

$$\mathrm{Nu} = f\,(\mathrm{Re}, \mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}, \varphi), \tag{11.31}$$

где φ — угол между направлениями вынужденного течения и подъемной

силы. Число Gr характеризует относительную эффективность подъемной силы, вызывающей свободно-конвективное движение среды. Теплоотдача при естественной конвекции подробно рассмотрена в работе [23].

В случае смешанной конвекции имеются различные способы учета влияния свободной конвекции. В ряде работ при изучении внешнего обтекания цилиндра угол φ выбирается равны 90 или 180°. А. Хеттон и др. [24] в этом случае вводят понятие эффективного числа Re, значение которого зависит от угла φ:

$$\mathrm{Re}_{эф}^2 = \mathrm{Re}^2 \left[1 + 2{,}06 \frac{(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,418}}{\mathrm{Re}} \cos\varphi + 1{,}06 \frac{(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,836}}{\mathrm{Re}^2}\right]. \qquad (11.32)$$

Для смешанной конвекции теплоотдачу предлагается определять из зависимости

$$\mathrm{Nu}\,[T_w/T_f]^{-0,154} = 0{,}384 + 0{,}581\,\mathrm{Re}_{эф}^{0,439}. \qquad (11.33)$$

В этом случае свободную конвекцию при $\varphi = 90°$ рекомендуется учитывать для $\mathrm{Re} < 2{,}2\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,418}$, а также при $\varphi = 0$ или $\varphi = 180°$, когда $\mathrm{Re} < 10\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,418}$.

С ростом числа Re, когда влияние свободной конвекции незначительно, выражение (11.33) принимает вид

$$\mathrm{Nu}\,[T_w/T_f]^{-0,154} = 0{,}384 + 0{,}581\,\mathrm{Re}^{0,439}. \qquad (11.34)$$

Согласно второму методу расчета, т. е. методу векторного суммирования [25], среднюю теплоотдачу можно установить суммированием теплоотдачи, обусловленной свободной и вынужденной конвекциями, определяемыми в отдельности и выражаемыми следующей зависимостью:

$$(\mathrm{Nu} - 0{,}35)^2 = (0{,}24\,\mathrm{Gr}^{1/2} + 0{,}41\,\mathrm{Gr}^{1/4})^2 + (0{,}5\,\mathrm{Re}^{0,5} + 0{,}001\,\mathrm{Re})^2, \qquad (11.35)$$

преобразовав и упростив которую, получим

$$(\mathrm{Nu} - 0{,}35)\sqrt{1 - \left[\frac{0{,}24\mathrm{Gr}^{1/2} + 0{,}41\mathrm{Gr}^{1/4}}{\mathrm{Nu} - 0{,}35}\right]^2} = 0{,}5\,\mathrm{Re}^{0,5}. \qquad (11.36)$$

Из выражения (11.36) следует, что с увеличением числа Re процесс теплоотдачи асимптотически приближается к процессу в случае вынужденной конвекции и теплоотдачу можно рассчитать с помощью упрощенной двучленной зависимости

$$\mathrm{Nu} = 0{,}35 + 0{,}5\,\mathrm{Re}^{0,5}. \qquad (11.37)$$

Результаты известной работы Р. Гильперта [26] по теплоотдаче проволочек и трубок в поперечном потоке воздуха в интервале чисел Re от 1 до 4 обобщаются зависимостью

$$\mathrm{Nu} = 0{,}875\,\mathrm{Re}^{0,31}, \qquad (11.38)$$

а в интервале Re от 4 до 40 — зависимостью

$$\mathrm{Nu} = 0{,}785\,\mathrm{Re}^{0,39}. \qquad (11.39)$$

Вышеприведенные зависимости, предложенные разными авторами для расчета теплоотдачи в потоке воздуха в области малых чисел Re, хорошо совпадают, отклонения составляют лишь $\pm 5\%$. Несколько различаются лишь показатели степени при числах Re. Графический анализ полученных разными авторами данных о теплоотдаче в потоке воздуха в области малых

чисел Re и приведенных в виде зависимости $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re})$ показал, что общий тангенс угла наклона кривых, соответствующий показателю степени m при числе Re, в области $\mathrm{Re} < 40$ приблизительно равен 0,40, а при $\mathrm{Re} > 40$ — $m = 0{,}50$. Аналогичная картина теплоотдачи имеет место и в потоках жидкости.

В связи с развитием термоанемометрии и средств измерений турбулентных пульсаций внимание ряда исследователей в последнее время сосредоточено на детальном изучении различных аспектов теплоотдачи тонких проволочек, применяемых в разного рода датчиках в качестве рабочих элементов. В данной работе исследована средняя теплоотдача таких проволочек и круглой трубы в поперечном потоке трансформаторного масла в области малых чисел Re.

Соответственно для области $\mathrm{Re} < 40$ нами получена расчетная зависимость

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}76\,\mathrm{Re}_f^{0,4}\mathrm{Pr}_f^{0,37}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{11.40}$$

а для области $40 < \mathrm{Re} < 10^3$ —

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}52\,\mathrm{Re}_f^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,37}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{11.41}$$

Для области низких значений Re вместо расчетной зависимости (11.40) можно рекомендовать двучленную зависимость

$$\mathrm{Nu}_f = (0{,}35 + 0{,}62\mathrm{Re}_f^{0,4})\,\mathrm{Pr}_f^{0,37}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{11.42}$$

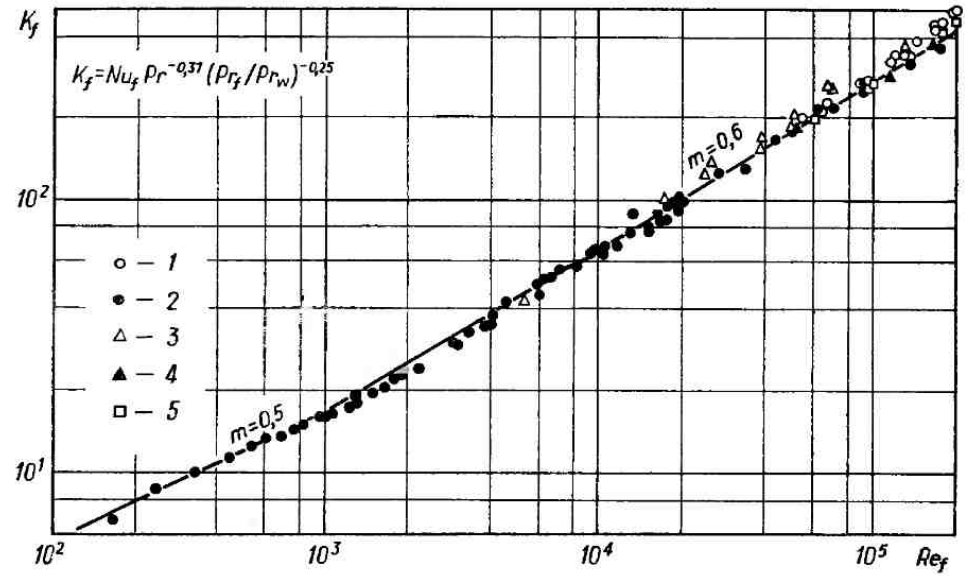
На рис. 11.22 представлены опытные данные о средней теплоотдаче трубы в потоках воздуха, воды и трансформаторного масла, полученные для разных направлений теплового потока в условиях $t_w = \mathrm{const}$ и $q_w = \mathrm{const}$. Как видно, все опытные данные хорошо согласуются между собой и однозначно определяют закон протекания процесса. Данные о местной теплоотдаче, усредненные согласно зависимости (6.91), при $q_w = \mathrm{const}$ хорошо согласуются с результатами средней теплоотдачи при $t_w = \mathrm{const}$.

Тангенс угла наклона кривой при числе $\mathrm{Re} = 10^3$ изменяется от 0,5 до 0,6. Таким образом, для $10^3 < \mathrm{Re} < 2\cdot10^5$ получаем расчетную зависимость

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}26\mathrm{Re}_f^{0,6}\mathrm{Pr}_f^{0,37}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{11.43}$$

При наступлении критического режима ($\mathrm{Re}_f > 2\cdot10^5$) характер обтекания цилиндра качественно изменяется. На поверхности цилиндра формируется турбулентный пограничный слой, точка отрыва которого смещается до $\varphi = 140°$. В связи с этим качественно изменяется как местная, так и средняя теплоотдача.

На рис. 11.23 представлены наши опытные данные [3] по средней теплоотдаче круглых цилиндров в потоках воздуха и воды, полученные в интервале Re_f от $4\cdot10^4$ до $2\cdot10^6$ при граничном условии $q_w = \mathrm{const}$. В критическом режиме обтекания ($\mathrm{Re} \approx 2\cdot10^5$) средняя теплоотдача значительно повышается (пунктир). Результаты, полученные при $\mathrm{Re}_f > 3{,}5\cdot10^5$, ложатся на одну общую кривую, тангенс угла наклона которой равен 0,8. Таким образом, в сверхкритическом режиме обтекания интенсивность теплоотдачи значительно повышается и подчиняется новой закономерности, согласно которой показатель степени при Re_f уже равен 0,8. Интересно заметить, что показатель степени при Re_f для сверхкритического режима обтекания цилиндра



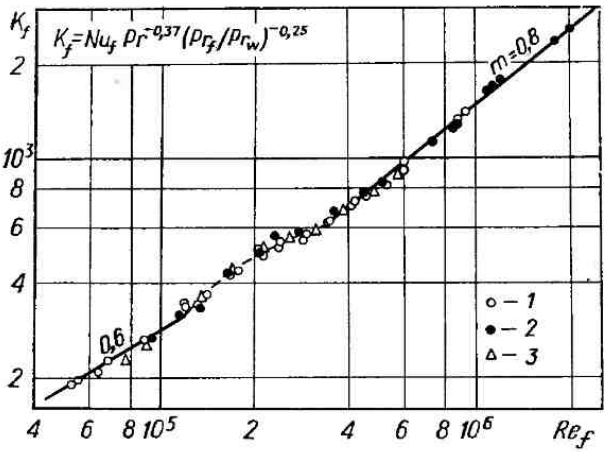


РИС. 11.22. Средняя теплоотдача цилиндра при граничных условиях t_w = const и q_w = const в потоках различных жидкостей

1 — по [16],
2 — по [19],
3 — по [9],
4 — по [11],
5 — по [10]

РИС. 11.23. Средняя теплоотдача в потоках воды и воздуха

1, 2 — вода, цилиндры d = 30,7 и 50 мм;
3 — воздух, цилиндр d = 32 мм

соответствует значению показателя степени в случае турбулентного обтекания пластины. В интервале чисел Re_f от $1,5 \cdot 10^5$ до $3,5 \cdot 10^5$ результаты отклоняются от общих закономерностей теплоотдачи. Это обусловлено особенностями критического режима обтекания — увеличением частоты отрыва вихрей, образованием отрывного пузыря и появлением неустойчивости течения.

Приведенные на рис. 11.23 данные для сверхкритического режима обтекания обобщаются зависимостью

$$Nu_f = 0,023 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,37} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \qquad (11.44)$$

Более подробный анализ показал, что для сверхкритического режима обтекания показатель степени при числе Pr_f в выражении (11.44) можно принять равным 0,4.

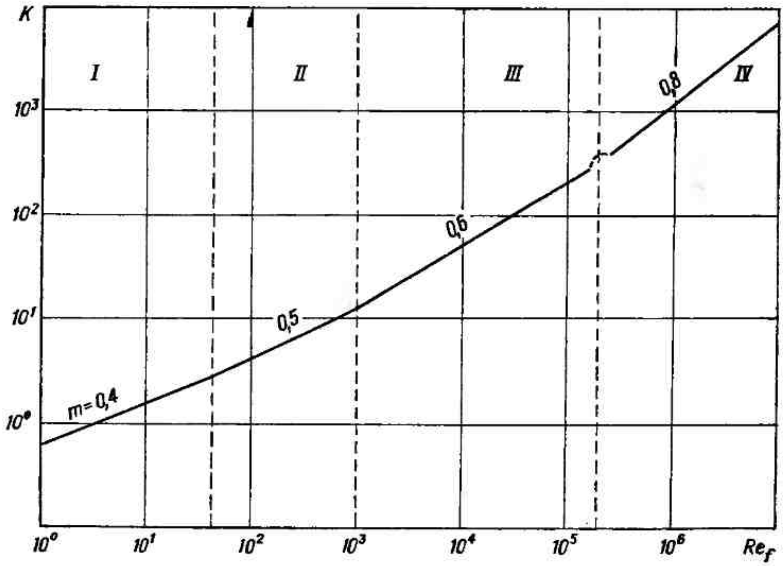


РИС. 11.24. К расчету средней теплоотдачи

Таблица 11.1

Формулы для расчета средней теплоотдачи цилиндра

Зона	Рекомендуемая формула	Интервал значений Re_f
I	$Nu_f = 0{,}76Re_f^{0{,}4}Pr_f^{0{,}37}(Pr_f/Pr_w)^p$	10^0—$4\cdot10^1$
II	$Nu_f = 0{,}52Re_f^{0{,}5}Pr_f^{0{,}37}(Pr_f/Pr_w)^p$	$4\cdot10^1$—10^3
III	$Nu_f = 0{,}26Re_f^{0{,}6}Pr_f^{0{,}37}(Pr_f/Pr_w)^p$	10^3—$2\cdot10^5$
IV	$Nu_f = 0{,}023Re_f^{0{,}8}Pr_f^{0{,}4}(Pr_f/Pr_w)^p$	$2\cdot10^5$—10^7

Выше представлены и проанализированы экспериментальные данные, полученные при турбулентности потока газа и жидкостей, не превышающей 1%.

Большинство из приведенных опытных данных хорошо согласуется между собой. Для практических целей получена расчетная схема, из которой видно, что выражения для теплоотдачи цилиндра лучше разбить на зоны по числам Re_f (табл. 11.1, рис. 11.24). Для докритического режима обтекания показатель степени n при числе Pr равен 0,37, а для сверхкритического — 0,4. Показатель степени m при числе Re_f изменяется от 0,4 до 0,8.

Согласно этой схеме, для расчета средней теплоотдачи цилиндра следует выбрать формулу, соответствующую нужному интервалу чисел Re из табл. 11.1. Для нагревания жидкости показатель степени p принимается равным 0,25, а для охлаждения — 0,20.

Для расчетов теплоотдачи в потоках газа при $\mathrm{Re} \approx 1$ можно использовать уравнение (11.38). В работе [27] для всех значений Re предлагается двучленная зависимость

$$\mathrm{Nu} = c_1\mathrm{Re}^{0,5} + c_2\mathrm{Re}^{0,8}, \tag{11.45}$$

в которой первый член — теплоотдача через ламинарный пограничный слой на лобовой поверхности цилиндра, а второй — теплоотдача в кормовой зоне.

Для учета влияния физических свойств жидкости на теплоотдачу в уравнение (11.45) необходимо ввести число Pr в соответствующей степени, которая не является постоянной для различных участков периметра цилиндра. Тогда получается расчетная зависимость

$$\mathrm{Nu} = c_1\mathrm{Re}^{0,5}\mathrm{Pr}^{0,35} + c_2\mathrm{Re}^{0,8}\mathrm{Pr}^{0,4}, \tag{11.46}$$

которая не совсем удобна для практического применения при больших Re.

11.5. Влияние турбулентности потока на среднюю теплоотдачу

Влияние турбулентности на среднюю теплоотдачу поперечно-обтекаемого цилиндра в докритическом режиме подробно изучено в работе [28].

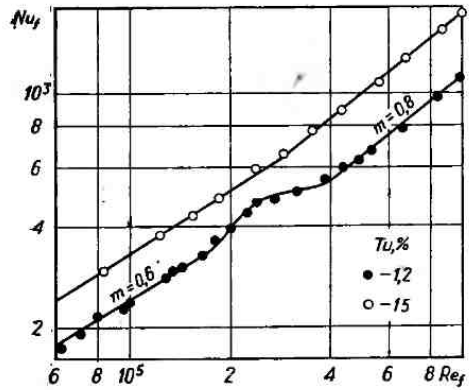
Е. П. Дыбан с сотр. [8], исследовав теплоотдачу цилиндра в широком диапазоне изменения турбулентности воздуха (0,3—20%) в интервале $\mathrm{Re}_f = 1\cdot10^3—1\cdot10^5$, установил, что повышение турбулентности набегающего потока увеличивает теплоотдачу как в лобовой, так и в кормовой части. Однако в кормовой части цилиндра влияние турбулентности на интенсивность теплоотдачи минимально. Если теплоотдачу цилиндра в турбулизированном потоке представить в виде (11.43), то в соответствии с работой [8] влияние турбулентности будет выражаться в росте показателя степени m от 0,6 до 0,65 при изменении Tu от 0,3 до 23%, причем постоянная $c = 0,26$ практически не изменится.

Экспериментальные данные о средней теплоотдаче при $\mathrm{Tu} < 14\%$ и $\mathrm{Re}_f < 10^4$ обобщены в работе [8] зависимостью

$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{\mathrm{Tu}=0} = 1 + 0,09\,(\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Tu})^{0,2}. \tag{11.47}$$

Нами исследовано влияние турбулентности потоков воздуха и воды на среднюю теплоотдачу цилиндра в критическом режиме обтекания. Анализ экспериментальных данных показывает, что критический режим обтекания наступает в случае $\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Tu} \geqslant 1500$.

В исследованиях, выполненных автором совместно с Г. Б. Зданавичюсом и др. [11, 29], получено, что с ростом турбулентности теплоотдача цилиндра значительно возрастает. Как видно из рис. 11.25, с увеличением турбулентности воздушного потока до 15% при докритическом числе Re_f увеличение средней теплоотдачи составляет примерно 35—38%. С дальнейшим ростом числа Re_f влияние Tu на среднюю теплоотдачу увеличивается, за исключением небольшого интервала чисел Re_f в начале критического режима обтекания. В сверхкритическом режиме обтекания с дальнейшим увеличением числа Re_f до $1\cdot10^6$ происходит интенсивное увеличение средней теплоотдачи и показатель степени m приближается к значению 0,8. При этом увеличение Tu от 1,2 до 15% повышает теплоотдачу на 55%, что больше, чем в случае докритических чисел Re_f, при которых было получено повышение средней теплоотдачи на 38% при соответствующем увеличении турбулентности.



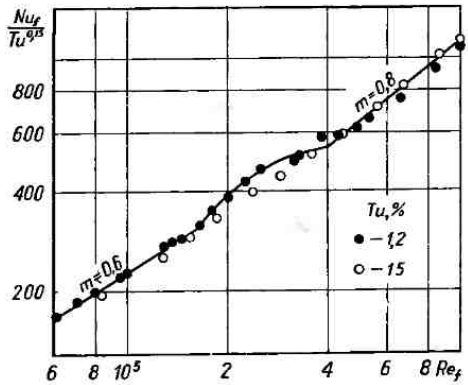


РИС. 11.25. Влияние турбулентности на среднюю теплоотдачу цилиндра в потоке воздуха

РИС. 11.26. Влияние турбулентности на теплоотдачу цилиндра в потоке воздуха

На рис. 11.26 приведены экспериментальные данные, описываемые в первом приближении уравнением подобия (11.43) с введением в него множителя $Tu^{0,15}$. Экспериментальные данные для цилиндров в потоке воздуха хорошо согласуются между собой при разных значениях Tu как в докритическом, так и в сверхкритическом режиме обтекания.

Для докритического режима обтекания в потоке воздуха при $Tu > 1\%$ получена следующая обобщающая зависимость:

$$Nu_f = 0{,}23Re_f^{0,6}Tu^{0,15}, \tag{11.48}$$

а для сверхкритического режима —

$$Nu_f = 0{,}02Re_f^{0,8}Tu^{0,15}. \tag{11.49}$$

Влияние турбулентности на среднюю теплоотдачу в потоке воды можно учитывать аналогично введением параметра Tu тоже в степени 0,15. Тогда в случае сверхкритического обтекания теплоотдача обобщается зависимостью

$$Nu_f = 0{,}023Re_f^{0,8}Pr_f^{0,4}Tu^{0,15}\,(Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \tag{11.50}$$

Для потоков с высокой степенью турбулентности И. Хинце [30] предлагает выражать определяющую скорость некоторой эффективной величиной $U_{эф} = [(\overline{U_0 + u'})^2 + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}]^{1/2}$. В случае изотропной турбулентности $u' = v' = w'$. Тогда эффективное число $Re_{эф}$ с учетом загромождения канала представляется в виде $Re_{эф} = Re\,(1 + k_q)\sqrt{1 + 2Tu + 3Tu^2}$. Это позволяет обобщать теплоотдачу более универсальными зависимостями (рис. 11.27), а именно:

при $Re_{эф} < 3{,}5\cdot10^5$

$$Nu_f = 0{,}24Re_{эф}^{0,6}Pr_f^{0,37}(1 + Tu)^{0,15}\,(Pr_f/Pr_w)^{0,25}, \tag{11.51}$$

а при $Re_{эф} > 3{,}5\cdot10^5$

$$Nu_f = 0{,}0185Re_{эф}^{0,8}Pr_f^{0,37}(1 + Tu)^{0,15}\,(Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \tag{11.52}$$

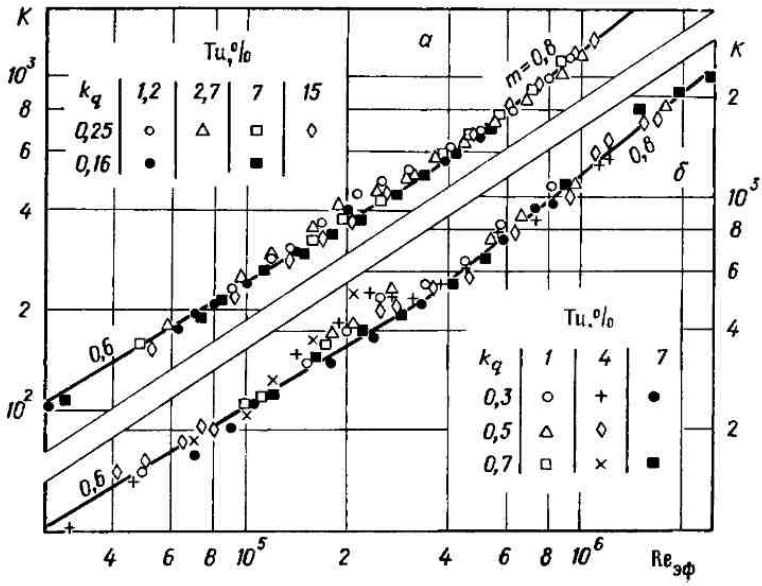


РИС. 11.27. Влияние турбулентности на среднюю теплоотдачу в зависимости от $Re_{эф}$ в потоке воздуха (*а*) и в потоке воды (*б*)

$K = Nu_f Pr_f^{-0,37} (1 + Tu)^{-0,15} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

Что касается влияния макромасштабов турбулентности на теплоотдачу цилиндра, то, согласно результатам наших исследований, их увеличение в определенных интервалах чисел Re и макромасштаба L не вызывает изменения теплоотдачи, а при $L/d\,Re_f^{0,5} \geqslant 4 \cdot 10^4$ теплоотдача незначительно уменьшается. Этот факт является предварительным результатом и требует дальнейшего исследования.

11.6. Влияние загромождения на среднюю теплоотдачу

Влияние загромождения на теплоотдачу цилиндра в потоках воздуха и жидкости при $Re = 10^4 \div 1,6 \cdot 10^5$ и изменении величины загромождения от 0 до 0,827 подробно исследовал С. И. Исатаев с сотр. [18]. Измерения теплоотдачи круглого цилиндра, обтекаемого водой и этиленгликолем, проводились ими в канале прямоугольного сечения с коэффициентом $k_q = 0,801$ для чисел Re от 10^2 до 10^4 и Pr от 3 до 80. Для обобщения результатов авторы использовали двучленное уравнение подобия типа

$$Nu = cRe^{0,5} + c_1 Re^{m_1}. \tag{11.53}$$

Обобщив результаты экспериментов, а также аналогичные данные из других работ, эти авторы получили следующие эмпирические формулы для средней теплоотдачи цилиндра:

$$Nu_f = 0,41\,(1 + 1,18k_q^3) Re_f^{0,5} Pr_f^{0,37} + 0,06\,(1 + 1,18k_q^3)^{1,4} Re_f^{0,7} Pr_f^{0,37},$$
$$k_q < 0,6, \tag{11.54}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}41\,(1 + 1{,}18k_q^3)\mathrm{Re}_f^{0{,}5}\mathrm{Pr}_f^{0{,}37} + 0{,}04\,(1 + 1{,}18k_q^3)^{1{,}4}\mathrm{Re}_f^{0{,}7}\mathrm{Pr}_f^{0{,}37},$$
$$k_q > 0{,}6, \qquad (11.55)$$

рекомендуемые для Re_f от 10^2 до $2\cdot10^5$, Pr_f от 0,7 до 80 и k_q от 0 до 0,9.

Судя по выражениям (11.54) и (11.55), влияние загромождения учитывается произведением числа Re_f на множитель $(1 + 1{,}18k_q^3)$. Следовательно, для учета влияния степени загромождения на теплоотдачу достаточно ввести поправку на среднюю скорость в канале:

$$U^* = U_0\,(1 + 1{,}18k_q^3)^2. \qquad (11.56)$$

Г. И. Гимбутис с сотр. [31] при учете влияния загромождения предложил зависимость для определяющей скорости

$$U^* = U_0\,(1 - k_q)^{-0{,}5}, \qquad (11.57)$$

которая дает хорошие результаты как для средней теплоотдачи цилиндра, так и для теплоотдачи в лобовой критической точке.]

В ИФТПЭ исследовано влияние степени загромождения на теплоотдачу цилиндра в критическом и сверхкритическом режимах обтекания [3]. Путем осреднения экспериментальных данных по местной теплоотдаче цилиндра при различных степенях загромождения канала (от 0,28 до 0,70) были получены результаты по средней теплоотдаче в интервале Re от $4\cdot10^4$ до $1\cdot10^6$. С учетом скорости набегающего потока данные по теплоотдаче расслаивались в зависимости от степени загромождения.

При больших значениях k_q скорость на поверхности цилиндра вне пограничного слоя значительно увеличивается в направлении миделевого сечения, когда ни скорость набегающего потока U_0, ни скорость в наименьшем проходном сечении $\bar{u}$ не отражают истинной картины обтекания. Поэтому приходится искать какую-то определяющую скорость, величина которой была бы между величинами U_0 и $\bar{u}$. Экспериментальные данные хорошо обобщаются, если ввести поправку $(1 - k_q^2)$ на скорость в наименьшем проходном сечении, т. е. принять за определяющую скорость

$$U^* = (1 - k_q^2)\,\bar{u}. \qquad (11.58)$$

Результаты, полученные для сверхкритического режима обтекания при различных загромождениях канала, хорошо обобщаются зависимостью

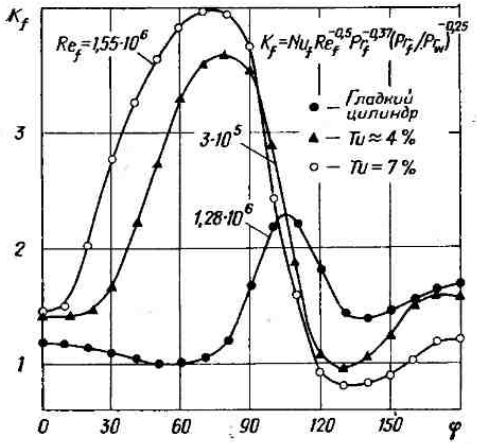
$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}023\,[(1 - k_q^2)\,\mathrm{Re}_f]^{0{,}8}\mathrm{Pr}_f^{0{,}4}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}. \qquad (11.59)$$

В случае повышенной турбулентности потока в выражение (11.59) следует ввести параметр Tu в соответствующей степени.

При расчете теплоотдачи в неограниченном потоке, когда $k_q = 0$, зависимость (11.59) принимает обычное выражение.

11.7. Теплоотдача шероховатого цилиндра

Одним из методов интенсификации процесса теплообмена является нанесение шероховатости на теплообменную поверхность. Исследования в потоке воздуха, выполненные Э. Ахенбахом [32], показывают, что оптимальная шероховатость обеспечивает увеличение теплоотдачи до 60—80%, а сопротивление трения возрастает только на 10%. Исследования местной и средней теп-



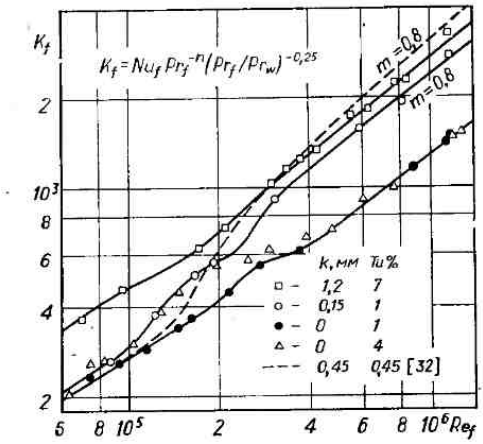


РИС. 11.28. Влияние турбулентности на местную теплоотдачу шероховатого цилиндра при $k = 0{,}15$ мм

РИС. 11.29. Средняя теплоотдача шероховатого цилиндра при различной турбулентности потока

лоотдачи шероховатого цилиндра в потоке воды при изменении турбулентности внешнего потока, проведенные в ИФТПЭ [3], охватывают интервал изменения Re_f от $4\cdot10^4$ до $1{,}6\cdot10^6$, а Tu — от 1 до 7%.

Как видно из рис. 11.28, режимы обтекания в основном определяются числом Re_f и турбулентностью внешнего потока, однако важную роль в теплоотдаче играет и шероховатость поверхности. Дополнительная турбулизация пограничного слоя элементами шероховатости влияет на теплоотдачу. Интенсивность данного влияния зависит от отношения высоты элементов шероховатости k к толщине пограничного слоя δ. Если k значительно меньше δ, то пульсации скорости, вызванные шероховатостью, не оказывают ощутимого влияния на теплоотдачу. В случае соизмеримости величин k и δ пульсации скорости в пограничном слое совместно с внешней турбулентностью увеличивают интенсивность теплоотдачи.

По минимуму теплоотдачи в кормовой части цилиндра можно определить местоположение точки отрыва. Из сравнения с гладким цилиндром при той же турбулентности Tu = 4% видно, что отрыв в случае шероховатого цилиндра происходит при меньшем φ, равном 130°. Это вызвано увеличением толщины пограничного слоя вследствие отрыва потока от элементов шероховатости. Таким образом, теплоотдача в кормовой части шероховатого цилиндра (рис. 11.28) протекает менее интенсивно, чем в случае гладкого цилиндра, что обусловлено увеличением толщины пограничного слоя и расширением вихревого следа за цилиндром.

Средняя теплоотдача цилиндров повышается с ростом относительной шероховатости k/d, при котором для более низких чисел Re_f замечен также переход к критическому режиму обтекания. Аналогичные результаты получены и в работе [32].

Как видно из рис. 11.29, при небольшой высоте элементов шероховатости ($k = 0{,}15$ мм) средняя теплоотдача в области докритических Re_f незначительно возрастает по сравнению с теплоотдачей гладкого цилиндра. Это обус-

ловливает повышенный уровень суммарных пульсаций скорости в ламинарном пограничном слое, причем пульсации скорости, генерируемые элементами шероховатости, превалируют. С повышением числа Re параметр $k^+ = u_* k/\nu$ в ламинарном пограничном слое достигает критической величины, вызывая переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Для шероховатого цилиндра число Re_f является также функцией параметра шероховатости всего цилиндра, т. е. зависит от среднего коэффициента сопротивления трения шероховатого цилиндра. С увеличением числа Re_f динамическая скорость u_*, а следовательно, и параметр шероховатости цилиндра возрастают до критического значения в отличие от случая шероховатой пластины, для которой это значение уменьшается.

Поэтому для шероховатого цилиндра ($k = 0{,}15$ мм) переход к критическому режиму обтекания начинается при значительно меньших числах Re_f ($\mathrm{Re}_f = 10^5$) по сравнению с началом перехода на гладком цилиндре при прочих равных условиях ($\mathrm{Re}_f = 2 \cdot 10^5$).

Как видно из рис. 11.29, в критическом режиме обтекания потоком воды ($\mathrm{Pr} \approx 6$) увеличение высоты элементов шероховатости до 0,15 мм повышает теплоотдачу примерно на 85%, а дальнейшее их возрастание до 1,2 мм увеличивает теплоотдачу только до 100%. Таким образом, с точки зрения эффективности теплоотдачи при критическом обтекании в потоке воды лучшими являются поверхности с малой относительной шероховатостью.

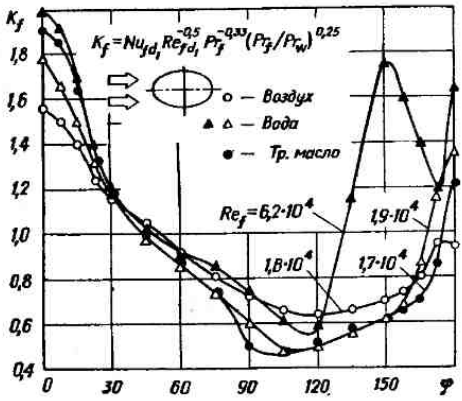
На рис. 11.29 показано влияние турбулентности набегающего потока на теплоотдачу цилиндра с малой шероховатостью ($k = 0{,}15$ мм). Интенсивность теплоотдачи определяет суммарная турбулентность. Видно, что в переходной зоне влияние этой турбулентности для шероховатого цилиндра при $\mathrm{Tu} = 1\%$ аналогично влиянию суммарной турбулентности для гладкого цилиндра при $\mathrm{Tu} = 4\%$.

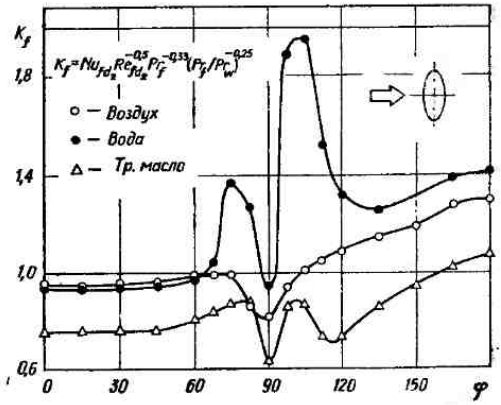
В области критических Re элементы шероховатости ($k = 0{,}15$ мм) создают определенную турбулентность, характерную для этой шероховатости. Следовательно, доминирующее влияние на суммарную турбулентность оказывает турбулентность набегающего потока, которая и определяет интенсивность теплоотдачи.

Из анализа экспериментальных данных для гладкого цилиндра следует, что рост турбулентности потока воды от 4 до 7% вызывает увеличение теплоотдачи на 20%, что, как показал изложенный выше анализ, имеет место и при обтекании шероховатого цилиндра. С изменением Tu от 4 до 7% средняя теплоотдача шероховатого цилиндра, как и в случае гладкого цилиндра, в потоках с $\mathrm{Tu} \geqslant 1\%$ обобщается уравнением подобия с введением параметра Tu в степени 0,15.

11.8. Цилиндры различного профиля

В теплообменниках применяются поперечно-обтекаемые трубы различной формы, что значительно затрудняет расчет их средней теплоотдачи. Эти трудности в первую очередь связаны с учетом влияния формы обтекаемого тела на процесс теплоотдачи. Многими авторами выполнен ряд измерений и обобщений теплоотдачи труб различной формы в поперечном потоке воздуха [33—35]. В данной работе исследована местная и средняя теплоотдача эллиптических цилиндров в поперечном потоке различных жидкостей, обтекаемых вдоль большой и малой осей. Рассматриваются цилиндры с осями $d_1/d_2 = 2$.





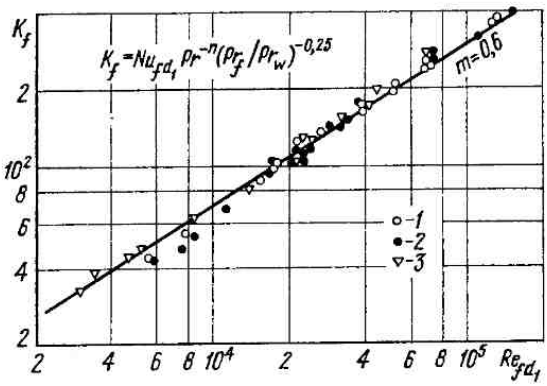


РИС. 11.30. Местная теплоотдача эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси, при Tu ≈ 1%

РИС. 11.31. Местная теплоотдача эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль малой оси, при Tu ≈ 1%

РИС. 11.32. Теплоотдача в различных жидкостях круглого (*1*) и эллиптического цилиндров, обтекаемых вдоль большой (*2*) и малой (*3*) осей

Изучение местной теплоотдачи показывает, что, как и в случае круглого цилиндра, в лобовой части эллиптического цилиндра образуется ламинарный пограничный слой. Ввиду улучшения условий обтекания теплоотдача в области лобовой критической точки протекает более интенсивно (рис. 11.30). С нарастанием толщины ламинарного пограничного слоя теплоотдача на поверхности цилиндра плавно уменьшается, однако при достижении $\varphi \approx \approx 100°$ начинается ее постепенное увеличение из-за развития отрывного вихревого течения. Отрыв пограничного слоя происходит значительно позднее, чем в случае круглого цилиндра. С увеличением числа Re_f, например при $Re_f = 6,2 \cdot 10^4$, наступает критический режим обтекания.

Обтекание эллиптического цилиндра вдоль малой оси более сложно. Лобовая его часть обтекается аналогично поперечно-обтекаемой пластине, кормовая же часть охвачена вихреобразным отрывным течением. В лобовой части (рис. 11.31) в среднем до $\varphi = 60°$ теплообмен протекает при постоянном коэффициенте теплоотдачи. За точкой отрыва, примерно до $\varphi = 120°$, теплоотдача обусловлена интенсивностью отрывающихся вихрей, в остальной же части — действием диффундирующих вихрей и местным формированием пограничных слоев с началом в кормовой критической точке.

Обобщение теплоотдачи для отдельных зон этих цилиндров показало, что показатель степени при числе Re изменяется от 0,5 до 0,73, а при числе Pr — от 0,33 до 0,4. Расчетные зависимости для этих зон приведены в работе [3].

Представление экспериментальных данных по средней теплоотдаче эллиптических цилиндров в виде зависимости

$$\mathrm{Nu}_{fd_э}/\mathrm{Pr}_f^{0,37}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25} = f\,(\mathrm{Re}_{fd_э}),$$

если за определяющий размер принят эквивалентный диаметр $d_э = 4F/p$ (p — смачиваемый периметр), дает значительное несовпадение результатов для цилиндров, обтекаемых вдоль малой и большой осей. Анализ показал, что наиболее точное согласование экспериментальных данных получается в том случае, если за определяющий размер принять длину оси эллиптического цилиндра, параллельную набегающему потоку. Тогда, как видно из рис. 11.32, данные по средней теплоотдаче различных цилиндрических поверхностей довольно хорошо обобщаются единой зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fd_1} = 0{,}27\,\mathrm{Re}_{fd_1}^{0,6}\mathrm{Pr}_f^{0,37}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \qquad (11.60)$$

Поскольку опыты выполнены при $q_w = \mathrm{const}$, то формула (11.60) дает несколько завышенные результаты по сравнению с формулой (11.43), соответствующей опытным данным в условиях $t_w = \mathrm{const}$. Применять предлагаемый нами определяющий диаметр можно только для обобщения теплоотдачи цилиндрических тел.

Мнения разных исследователей относительно выбора определяющего диаметра при обобщении результатов не совпадают. В некоторых работах предлагаются следующие определяющие геометрические параметры: эквивалентный диаметр, фронтальная или горизонтальная ширина тела, корень квадратный из величины теплообменной поверхности и др. Однако до сих пор не найден такой единый определяющий геометрический параметр, который дал бы возможность получить универсальное уравнение подобия, достаточно точно обобщающее экспериментальные данные по теплоотдаче тел различной формы.

В зависимости от профиля трубы различные участки поверхности омываются ламинарными или турбулентными течениями или охвачены вихревым обтеканием. Все это в первую очередь влияет на показатели степени при числах Re и Pr, которые для разных тел должны быть различными. Поэтому принятие какого-то единого геометрического параметра может дать удовлетворительную зависимость только для приближенных инженерных расчетов. Зная закономерности теплоотдачи отдельных зон тела, обтекаемых ламинарным или турбулентным пограничными слоями, согласно [33, 35], расчеты теплообмена различных тел можно вести по зависимости, аналогичной (11.46), в которую дополнительно включаются предельные значения числа Nu.

Рассчитать теплоотдачу тел различной геометрической формы можно и другими методами, используя коэффициенты их сопротивления, зависящие при отрывном обтекании от формы тела. Это один из возможных путей развития методов обобщения теплоотдачи поперечно-обтекаемых тел различной конфигурации.

Глава 12

ПОПЕРЕЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПУЧКОВ ТРУБ

12.1. Особенности обтекания

В большинстве случаев вследствие простоты изготовления и монтажа теплообменные поверхности выполняются из труб.

Обтекание трубы в пучке отличается от обтекания одиночной трубы, поскольку на него оказывают воздействие рядом стоящие трубы. Между соседними трубами в отдельном поперечно-обтекаемом ряду образуются сужения, которые дополнительно изменяют градиент давления. В той же мере изменяются распределение скорости над трубой и характер вихревого обтекания кормовой ее части.

Общая картина обтекания трубы в пучке зависит от расположения труб и геометрических параметров пучка. В большинстве случаев трубы в пучках располагаются в шахматном или коридорном порядке (рис. 12.1). Пучки характеризуются относительными поперечными ($a = s_1/d$) и продольными ($b = s_2/d$) расстояниями между осями труб — так называемыми поперечными и продольными шагами.

Условия обтекания трубы в первом ряду пучков обеих конфигураций близки к условиям обтекания одиночной трубы. В последующих рядах характер обтекания изменяется.

В шахматном пучке течение жидкости в некоторой степени соответствует течению по изогнутому каналу, когда поочередно происходит сужение и расширение. Поэтому поля скоростей по глубине шахматных пучков тождественны.

В коридорных пучках течение жидкости по своему характеру более приближается к течению в прямолинейном канале, а распределение скоростей в наименьшем сечении следующего ряда значительно зависит от соотношения шагов. Можно отметить два предельных случая: когда продольный относительный шаг равен единице и когда он чрезвычайно велик. В первом случае, приняв продольные межрядья за каналы, будем иметь дело с течением в канале, во втором — с обтеканием одиночного поперечного ряда, так как профиль потока выравнивается. В промежуточных случаях, когда последующие трубы попадают в рециркуляционные зоны, на формирование этого профиля воздействует распределение скоростей потока.

Под влиянием впереди стоящих труб на глубинный ряд пучка натекает вихреобразный поток с неравномерным распределением скоростей. При малых числах Re основной поток в пучке является ламинарным с крупномасштабными вихрями в циркуляционных зонах, влияние которых на пограничный слой лобовой части под воздействием сил вязкости и отрицательного градиента давления элиминируется. Течение в пограничном слое на трубе ламинарно. Кормовая часть при этом обтекается циркуляционным потоком. Такое обтекание труб имеет место при числах $\mathrm{Re} < 1 \cdot 10^3$, и его можно охарактеризовать как преобладающее ламинарное обтекание.

С дальнейшим ростом числа Re происходит значительное изменение течения в пучке. Поток в межтрубном пространстве становится вихреобразным с повышенной турбулентностью. Хотя набегающий на лобовую часть трубы поток турбулентен, на ней все же развивается ламинарный пограничный слой.

Отрицательный градиент давления при обтекании лобовой части трубы вызывает ускорение вне пограничного слоя. Увеличивается и скорость частиц, находящихся в пограничном слое (кроме прилипших к стенке). Вслед-

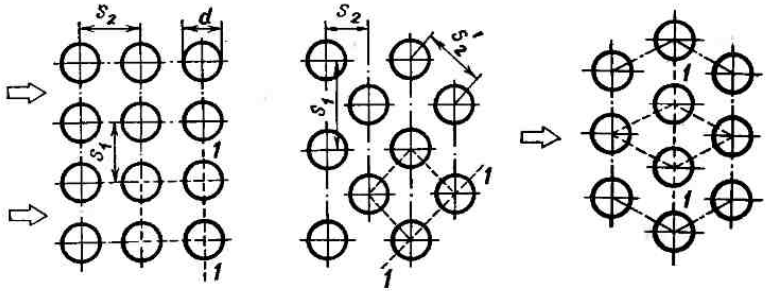


РИС. 12.1. Схема расположения труб в пучке

Наименьшее проходное сечение по *1—1*

ствие этого образуется выпуклый профиль скоростей, а толщина пограничного слоя мала и с увеличением расстояния от лобовой критической точки изменяется незначительно.

Турбулентность и ее возникновение в межтрубном пространстве зависят от конфигурации пучка и числа Re. При сравнительно малом поперечном шаге возникают более интенсивные пульсации скорости, которые при входе в следующий ряд под влиянием отрицательного градиента давления гаснут быстрее, чем при наличии большого шага.

Турбулентность набегающего потока влияет только на обтекание труб первого и второго рядов. Пучок труб, как турбулизирующая решетка, устанавливает свойственную ему турбулентность. Труба в глубинном ряду пучка обтекается потоком повышенной турбулентности, которая изменяется в межтрубном пространстве.

В коридорных пучках с большими продольными шагами переход от ламинарного течения к турбулентному в межтрубном пространстве зависит от числа Re, шероховатости стенки, степени турбулентности в межтрубном пространстве, которая, в свою очередь, определяется расстоянием между трубами и температурным напором. С увеличением числа Re от $1 \cdot 10^3$ упорядоченное течение переходит в течение с сильным перемешиванием в поперечном направлении. В этом случае поток в межтрубном пространстве переходит в турбулентное состояние.

Подобное явление можно наблюдать и в тех шахматных пучках труб, которые по своей конструкции сходны с коридорными, т. е. имеют большие поперечные и малые продольные шаги. В остальных шахматных пучках переход наступает при значительно меньших числах Re. Такой режим обтекания охватывает довольно широкий интервал Re, и только при числах $Re > 2 \cdot 10^5$ его характер изменяется. В этом случае поток в межтрубном

пространстве сильно турбулизируется, возбуждая турбулентное течение в пограничном слое трубы, и лишь на некоторой части лобовой ее поверхности течение в пограничном слое остается ламинарным, но в общем обтекание трубы имеет преобладающий турбулентный характер. Признаком этого является смещение начала перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в направлении лобовой критической точки. Место отрыва турбулентного пограничного слоя смещается вниз по течению ближе к кормовой критической точке. Эти особенности вызывают очевидное изменение в характере распределения общего сопротивления пучка труб в зависимости от числа Re.

Исходя из сказанного, характер обтекания в зависимости от числа Re можно разделить на следующие диапазоны: диапазон преобладающего ламинарного обтекания ($\mathrm{Re} < 1\cdot10^3$), смешанного или докритического ($\mathrm{Re} < 2\cdot10^5$), преобладающего турбулентного или критического ($\mathrm{Re} > 2\cdot10^5$) и сверхкритического обтекания ($\mathrm{Re} > 4\cdot10^5$).

12.2. Распределение давления и скорости

Распределения коэффициента давления и скорости на трубе в глубинном ряду существенно отличаются от их распределения на одиночной трубе. На рис. 12.2 представлены данные о распределении коэффициента давления по окружности первого и четвертого рядов труб коридорного и шахматного пучков с шагами $a = 2{,}0$ и $b = 2{,}0$ при $\mathrm{Re} = 10\,800$ [1].

Для трубы в пучке коэффициент давления определяется из выражения

$$\bar{P} = 1 - \frac{p_{\varphi=0} - p_{\varphi}}{{}^1/_2\rho\bar{u}^2}, \qquad (12.1)$$

где $\bar{u}$ — средняя скорость в наименьшем проходном сечении пучка. Из рис. 12.2 видно, что течение в первых рядах труб пучка имеет тот же характер, что и течение вокруг одиночной трубы в докритическом режиме. Однако на поверхности глубинного ряда труб шахматного пучка перед точкой отрыва заметен рост коэффициента давления по сравнению со случаем одиночной трубы. Максимум коэффициента давления на трубе в глубинных рядах коридорных пучков находится при $\varphi = 40°$, где происходит соударение потока с поверхностью. Таким образом, на лобовой части трубы в глубинном ряду коридорного пучка имеются два места соударения потока, а значит, и два максимума давления. Замечено [1], что в сжатых коридорных пучках максимум давления несколько больше, а с третьего ряда наблюдается колебание максимума давления от одного ряда к другому.

Место соударения потока с трубой зависит от продольного шага коридорного пучка и числа Re. В работе [2] изучена закономерность течения в области $\mathrm{Re} = 13\,000$ в следе за трубой при изменении расстояния между двумя трубами в интервале $1{,}6 < s_2/d < 9$. Из рис. 12.3 видно, что при $s_2/d \leqslant 3$ коэффициенты давления по периметру второй трубы приобретают качественно иной характер, чем в случае трубы в неограниченном потоке. Если при $s_2/d = 6$ точка атаки, или соударения, потока находится при $\varphi = 0$, то при $s_2/d = 3$ она смещается к $\varphi = 45°$. Общее изменение характера обтекания, полученное в работе [2], изображено на рис. 12.4.

Точка атаки также зависит от числа Re. Исследования обтекания трубы в глубинном ряду коридорного пучка $2{,}0 \times 1{,}3$ показывают [3], что при

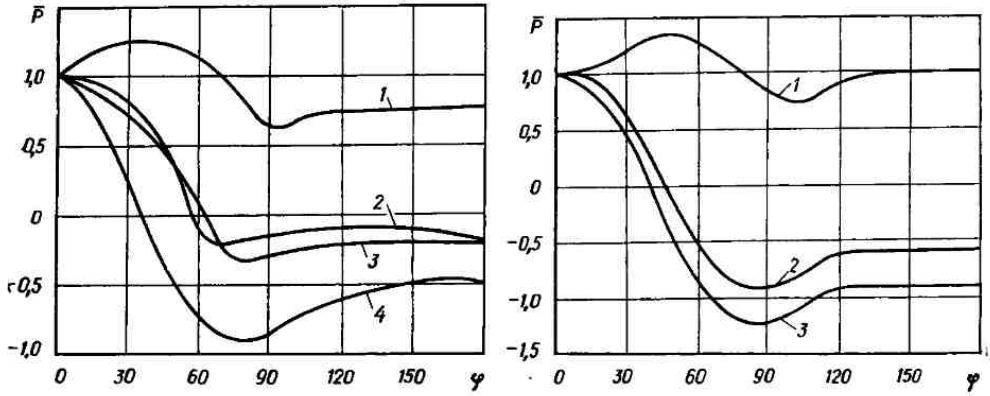


РИС. 12.2. Распределение коэффициента давления на трубе в четвертом (*1*) и первом (*2*) рядах коридорного пучка и в первом (*3*) и четвертом (*4*) рядах шахматного пучка

РИС. 12.3. Изменение коэффициента давления при продольных расстояниях между трубами s_2/d, равных 3 (*1*), 6 (*2*) и 9 (*3*)

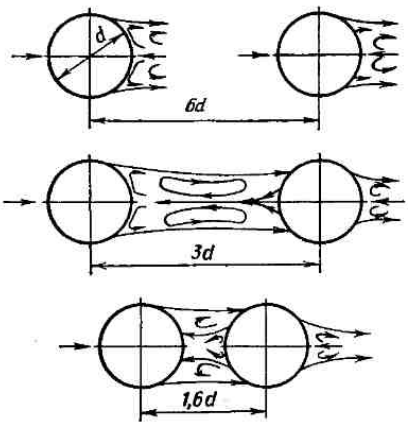


РИС. 12.4. Изменение картины обтекания в продольном ряду труб

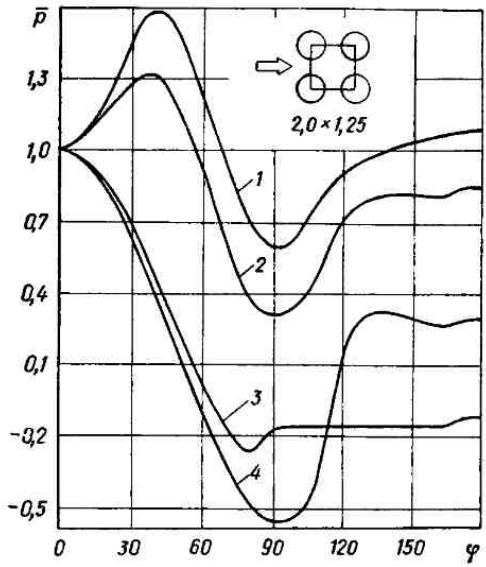


РИС. 12.5. Распределение коэффициента давления в глубинных рядах труб коридорных несимметричных пучков при Re $\approx 10^5$ (*1*) и 10^6 (*2*) и в первых рядах при Re $\approx 10^5$ (*3*) и 10^6 (*4*)

низких числах Re место атаки находится вблизи лобовой критической точки, но с увеличением чисел Рейнольдса до 4000 оно смещается до $\varphi = 55°$. С дальнейшим ростом чисел Re место соударения потока со следующей трубой смещается обратно к передней критической точке, что связано со смещением точки отрыва к бо́льшим углам.

Из приведенных графиков видно, что в коридорных пучках после соуда-

рения потока с трубой в двух местах происходит раздвоение струи с образованием на поверхности пограничных слоев. Образовавшийся вдоль по потоку на трубе ламинарный пограничный слой отрывается от трубы примерно при $\varphi = 145°$. В некоторых случаях перед отрывом еще заметен переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

С целью определения влияния шагов пучка труб на распределение коэффициента давления $\bar{p}$ автор совместно с Р. В. Улинскасом и К. Ф. Марцинаускасом [4] исследовал как симметричные ($a = b$), так и несимметричные ($a > b$ или $a < b$) расположения труб в пучке.

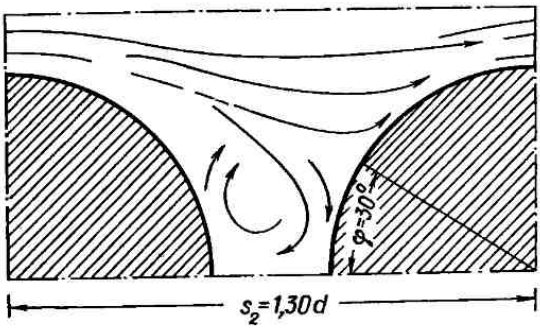


РИС. 12.6. Схема течения в коридорном пучке 1,30 × × 1,30

На рис. 12.5 приведены данные по распределению $\bar{p}(\varphi)$ в первых и глубинных рядах труб несимметричных коридорных пучков с 2,0 × 1,25 в докритическом и сверхкритическом режимах обтекания. Распределение $\bar{p}$ в первом ряду пучка при $\mathrm{Re} \approx 10^5$ и 10^6 показывает, что, начиная от лобовой критической точки, величина коэффициента давления уменьшается, а с приближением к $\varphi = 90°$ значительно проявляется влияние Re. Минимальное значение $\bar{p}$ находится в области $\varphi = 90°$. В кормовой части трубы величина $\bar{p}$ стабилизируется.

Совместный анализ распределения коэффициента давления и местного коэффициента теплоотдачи показывает, что зона $\bar{p}$ от минимального значения до его стабилизации отражает предотрывное состояние течения в пограничном слое, а в начале стабилизации $\bar{p}$ происходит отрыв пограничного слоя. После отрыва пограничного слоя коэффициент давления изменяется незначительно. В лобовой части трубы в глубинном ряду пучка характер распределения $\bar{p}$ иной, чем в первом ряду. В лобовой части трубы коридорных пучков в месте соударения потока с трубой наблюдается максимум $\bar{p}$. Местоположение этой точки зависит от $a \times b$ и Re. После соударения потока с трубой в коридорных пучках возникает обратное течение (рис. 12.6). Как при докритических, так и при сверхкритических числах Re место соударения потока с трубой находится при $\varphi \approx 30 \div 50°$. Пограничный слой, развивающийся от места раздвоения потока в направлении лобовой критической точки, отрывается при $\varphi \approx 0°$. В глубинных рядах труб минимальное значение $\bar{p}$ находится при $\varphi \approx 90°$. В несимметричных коридорных пучках с $a \times b = 2{,}0 \times 1{,}25$ и $1{,}25 \times 2{,}0$ при сверхкритических Re величина $\bar{p}$ после отрыва пограничного слоя не стабилизируется ввиду наличия интенсивного вихревого течения в рециркуляционной зоне трубы.

При обтекании труб в первом и глубинном рядах шахматных пучков с $a \leqslant 2{,}0$ (рис. 12.7) в зоне $\varphi = 0 \div 60°$ и с $a \leqslant 1{,}25$ в зоне $\varphi = 0 \div 80°$

коэффициент давления не зависит от числа Re. В кормовой части трубы с увеличением Re значение $\bar{p}$ возрастает. Стабилизация $\bar{p}$, соответствующая отрыву пограничного слоя, начинается при $\varphi \approx 140 \div 150°$. Более поздний отрыв турбулентного пограничного слоя (при $\varphi \approx 150°$) по сравнению с другими пучками труб замечен в несимметричных пучках с большим поперечным и малым продольным шагами (2,0 × 1,25). Распределение давления на поверхности трубы глубинных рядов таких пучков иное, чем в коридорных пучках. Нулевое значение коэффициента давления в шахматных пучках отмечено при $\varphi = 34 \div 45°$. С увеличением φ величина $\bar{p}$ уменьшается,

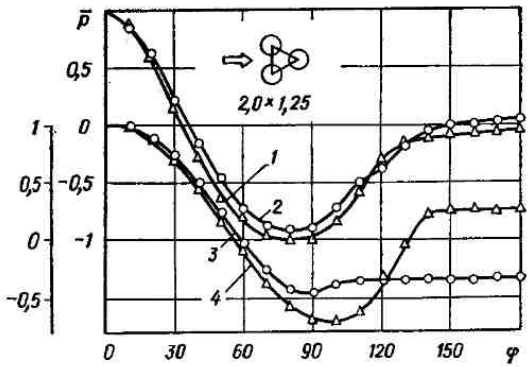
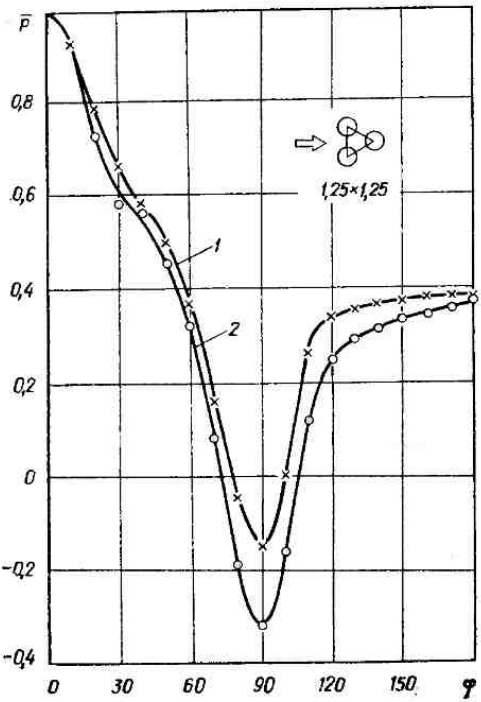


РИС. 12.7. Распределение коэффициента давления в глубинных рядах труб шахматных несимметричных пучков при Re $\approx 10^5$ (*1*) и 10^6 (*2*) и в первых рядах при Re $\approx 10^5$ (*3*) и 10^6 (*4*) (левая шкала)



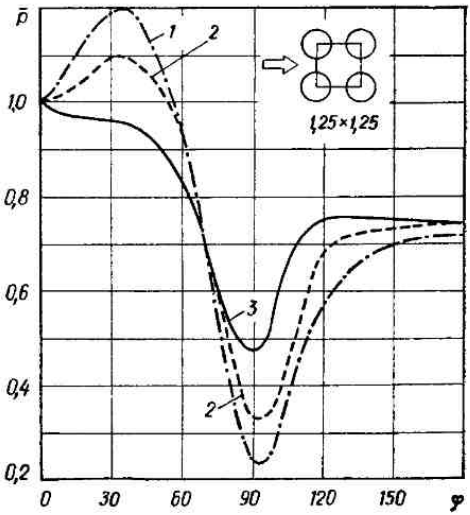


РИС. 12.9. Распределение коэффициента давления в глубинном ряду симметричных коридорных пучков при Re $\approx$ $\approx 3 \cdot 10^5$ (*1*), $6 \cdot 10^5$ (*2*) и $2 \cdot 10^6$ (*3*)

РИС. 12.8. Распределение коэффициента давления в глубинных рядах симметричных шахматных пучков при Re $\approx 6 \cdot 10^5$ (*1*) и 10^6 (*2*)

а скорость возрастает до максимального значения. Сопоставление на рис. 12.7 результатов, полученных при докритическом и сверхкритическом режимах обтекания первых и глубинных рядов труб шахматных пучков, показывает, что кривая *3* характерна для докритического режима обтекания ($\mathrm{Re} \approx 10^5$) с отрывом ламинарного пограничного слоя, а кривые *1*, *2*, *4* — для сверхкритического режима обтекания с отрывом турбулентного пограничного слоя.

В шахматных пучках, как и при обтекании одиночной трубы, поток раздваивается в передней критической точке, и на лобовой части развивается ламинарный пограничный слой. Как видно из рис. 12.7, некоторое влияние на распределение коэффициента давления на трубе в глубинном ряду шахматного пучка имеет изменение числа Re.

В отличие от одиночной трубы в шахматных пучках отрыв пограничного слоя от трубы наблюдается около $\varphi = 150°$, где перед отрывом ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный. В области высоких чисел Re место отрыва пограничного слоя колеблется в пределах $\varphi = 150 \pm 5°$.

В симметричных компактных шахматных пучках с $1{,}25 \times 1{,}25$ (рис. 12.8) зависимость распределения $\bar{p}$ от φ наблюдается уже начиная с $\varphi \approx 20°$. В области $\varphi \approx 30 \div 55°$ характер кривых несколько изменяется, что указывает на влияние отрывающегося потока от впереди стоящей трубы. В остальной части трубы характер распределения $\bar{p}$ такой же, как и в несимметричных шахматных пучках. В симметричных коридорных пучках с $a \times b = 1{,}25 \times 1{,}25$ (рис. 12.9) при докритических Re величина $\bar{p}$ имеет максимальное значение при $\varphi = 40°$. Минимальное значение коэффициента давления наблюдается при $\varphi = 93 \div 97°$. В кормовой части трубы величина $\bar{p}$ возрастает, а после отрыва потока изменяется мало. Для глубинных рядов коридорных пучков при переходе к сверхкритическому режиму обтекания характер кривых $\bar{p}(\varphi)$ становится таким же, как и для шахматных пучков. Следовательно, в сверхкритическом режиме обтекания исчезает разница в сопротивлении коридорных и шахматных пучков.

Исследование зависимости $\bar{p} = f(\varphi, \mathrm{Re}, a, b)$ при низких числах Re, докритическом и сверхкритическом обтекании пучков позволило определить влияние шагов пучков труб на распределение скорости вне пограничного слоя в лобовой части трубы и определить коэффициент сопротивления формы труб в отдельных рядах пучка.

При изучении распределения скоростей в пучках труб в первую очередь необходимо иметь в виду влияние поперечного шага. Интенсивность роста скорости в проходном сечении в основном зависит от величины поперечного шага и с его уменьшением сильно возрастает.

Среднюю скорость в наименьшем проходном сечении ряда труб в зависимости от поперечного шага пучка при постоянстве расхода можно подсчитать по формуле

$$\bar{u} = U_0 \frac{a}{a-1}, \tag{12.2}$$

а среднюю скорость в любом проходном сечении — по формуле

$$\bar{u}_\varphi = U_0 \frac{a}{a - \sin\varphi}. \tag{12.3}$$

Из приведенных графиков распределения давления по поверхности видно, что распределение скоростей на трубе в глубинном ряду существенно отличается от распределения скоростей на одиночной трубе. В зависимости

от продольного шага скорость на лобовой и кормовой частях трубы в глубинном ряду около критических точек может значительно меняться.

Подробное исследование по определению местных гидродинамических характеристик и их пульсационных величин в межтрубном пространстве проведено в ИФТПЭ [5, 6].

Рассмотрим распределение скоростей и их пульсаций в межтрубном пространстве коридорных и шахматных пучков труб при низких и высоких числах Re в зависимости от расстояния от стенки y и угла φ. Местную скорость в межтрубном пространстве представим в безразмерном виде $u/\bar{u}$. При таком представлении учитывается влияние геометрической формы и расположения труб в пучке на характер их обтекания. На рис. 12.10 приведены профили распределения местной скорости в глубинном ряду коридорного пучка с $1{,}25 \times 1{,}25$ при $\mathrm{Re} \approx 10^3$, определенные автором совместно с Р. В. Улинскасом и Э. С. Бубялисом [6]. При соударении потока с трубой скорость, начиная от места его раздвоения, увеличивается по направлению течения в зависимости от расстояния до стенки y и угла φ. Максимальное значение скорости вблизи стенки трубы находится при $\varphi < 90°$, а с ростом y этот максимум смещается к $\varphi \approx 90°$. Такое распределение скоростей вблизи стенки и вдали от нее указывает на особенности развития ламинарного пограничного слоя в области соударения потока с трубой. В коридорных пучках после раздвоения потока развивается рециркуляционное течение с отрицательным значением скорости, направленное против основного потока (это видно из рис. 12.10 в области от 0 до $\approx 65°$). Форма рециркуляционного течения и скорость в нем зависят от места соударения потока с трубой и места его отрыва от впереди стоящей трубы (в свою очередь, эти характеристики зависят от числа Re), а при постоянном значении Re — в основном от продольного шага пучка труб.

Характер распределения скоростей в межтрубном пространстве глубинных рядов коридорных и шахматных пучков существенно различается. Рассмотрим распределение скоростей в шахматных пучках труб при низких и высоких числах Re (рис. 12.11, 12.12). Особенностью шахматных пучков труб является то, что поток соударяется с трубой в лобовой критической точке и в межтрубном пространстве в области минимального проходного сечения скорость увеличивается до максимальных значений. Однако в области лобовой части трубы при $\varphi \approx 20 \div 70°$ скорость уменьшается. Величина такого уменьшения зависит от величины проходного сечения в межтрубном пространстве.

Характер течения при $\varphi = 90°$ в основном зависит от того, где находится минимальное проходное сечение в пучке — при $\varphi = 90°$ или при $\varphi > 90°$. В кормовой части трубы скорость потока значительно уменьшается и в рециркуляционной зоне приобретает отрицательное значение. Величина рециркуляционной зоны тесно связана с расстоянием до труб, стоящих позади: если пучок компактный, то рециркуляционная зона мала и течение в ней интенсивное, а если пучок имеет большие продольные шаги ($b \geqslant 2$), то рециркуляционная зона велика.

При турбулентном обтекании пучков в межтрубном пространстве происходит интенсивное перемешивание жидкости, вызывающее значительные пульсации скорости. Рассмотрим распределения пульсаций скорости в шахматном пучке $1{,}25 \times 1{,}25$ при высоких числах Re, определенные автором совместно с П. С. Пошкасом [7]. На рис. 12.13 среднеквадратичная величина этих пульсаций рассматривается относительно максимальной средней

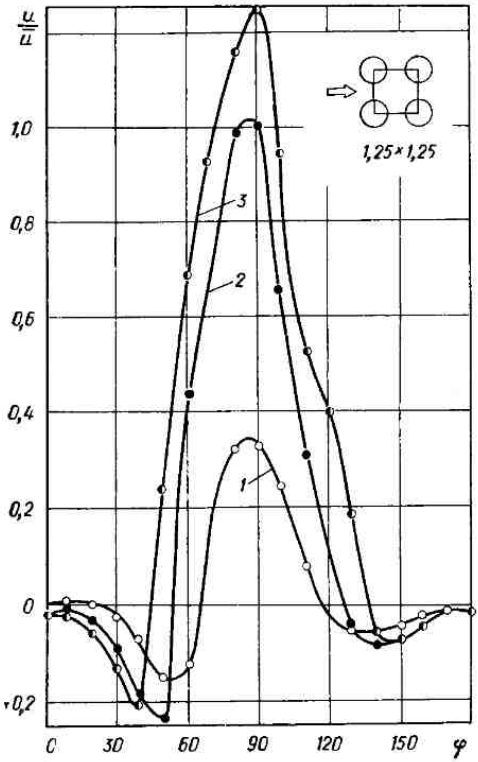


РИС. 12.10. Распределение местной скорости в межтрубном пространстве глубинного ряда коридорных пучков при расстояниях от поверхности 0,33 (*1*), 1,55 (*2*) и 3,6 мм (*3*), $Re \approx 10^3$, $Pr = 2100$

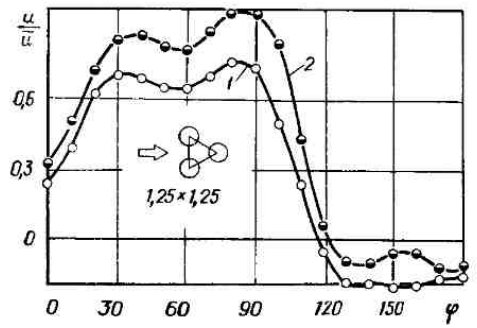


РИС. 12.12. Распределение местной скорости в межтрубном пространстве глубинного ряда шахматных пучков при расстояниях от поверхности 0,3 (*1*) и 18,75 мм (*2*). $Re = 2 \cdot 10^5$, $Pr = 0,7$

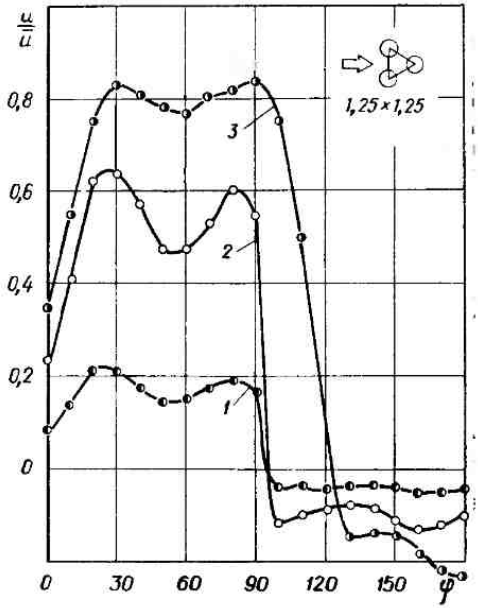


РИС. 12.11. Распределение местной скорости в межтрубном пространстве глубинного ряда шахматных пучков при расстояниях от поверхности 0,32 (*1*), 2,0 (*2*) и 18,75 мм (*3*). $Re \approx 10^3$, $Pr = 2100$

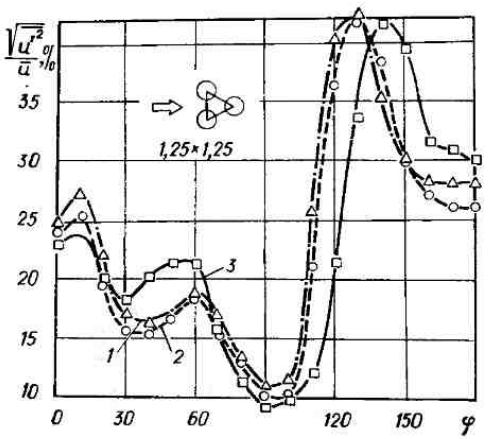


РИС. 12.13. Распределение пульсаций скорости в межтрубном пространстве глубинного ряда шахматных пучков при расстояниях от поверхности 0,5 (*1*), 1,0 (*2*) и 3,0 мм (*3*). $Re = 10^6$, $Pr = 0,7$

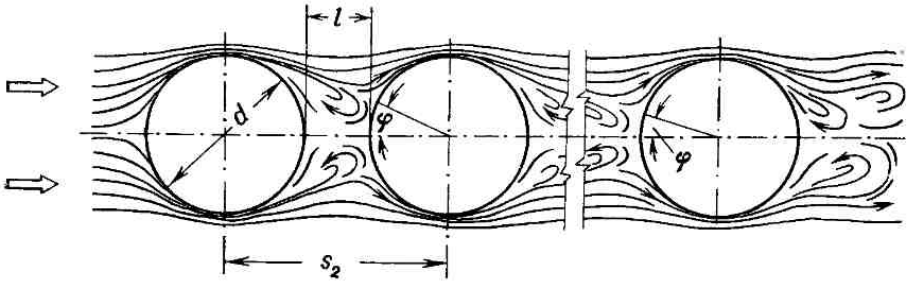


РИС. 12.14. Обтекание продольного ряда коридорных пучков

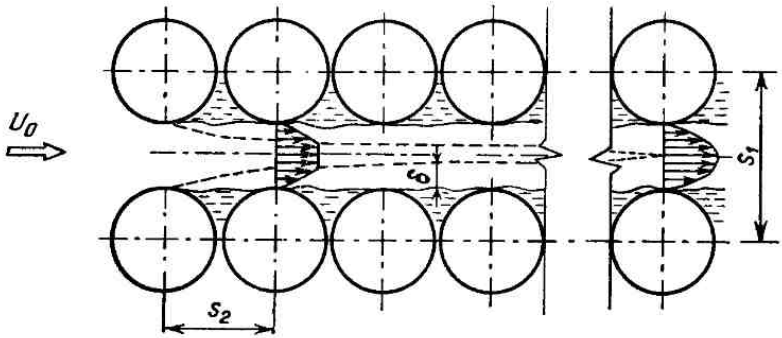


РИС. 12.15. Схема течения в сжатых коридорных пучках труб

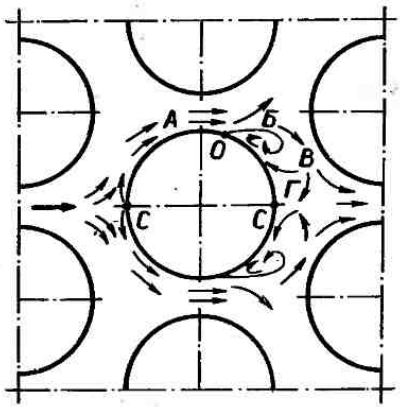


РИС. 12.16. Схема течения в глубинных рядах труб шахматных пучков

скорости. Легко показать, что распределение пульсаций тесно связано с величиной местной скорости. В области, где местная скорость увеличивается, пульсации скорости уменьшаются (до $\varphi = 30°$ и при $\varphi = 60 \div 90°$). Уменьшение скорости (в зонах $\varphi = 30 \div 60°$ и $\varphi = 90 \div 140°$) вызывает значительное увеличение пульсаций скорости. В рециркуляционной зоне они незначительно уменьшаются. Пульсации скорости в глубинном ряду пучка при сверхкритических числах Re достигают значительных величин. Аналогичный характер распределения пульсаций имеет место в пучках с другими относительными шагами, а также при меньших числах Re.

Определение поля скоростей аналитическим методом и методом электроаналогии при потенциальном обтекании ряда труб показывает, что в зависимости от величины поперечного шага профиль скорости в наименьшем проходном сечении может быть как близким к прямолинейному, так и имеющим в середине впадину.

Если поперечный ряд труб обтекается реальной жидкостью, то под действием сил вязкости, которые тормозят жидкость у самой поверхности и создают пограничные слои, профиль скорости выравнивается, впадина в середине несколько сглаживается, а скорость у поверхности труб уменьшается.

На основе проведенных измерений гидродинамических характеристик у поверхности трубы в пучке и в межтрубном пространстве, визуального наблюдения и фотографирования траекторий частиц составлены схемы обтекания труб в пучках.

При обтекании коридорных пучков труб важной величиной является относительный продольный шаг (рис. 12.14), от которого зависят основные характеристики вихревого течения между трубами, стоящими в продольном ряду и между продольными рядами. Коридорный пучок с малым продольным шагом можно считать системой продольных плоских каналов (рис. 12.15), в которых основной поток жидкости движется между продольными рядами труб, а между трубами имеются застойные зоны.

Рассмотрим течение в межтрубном пространстве шахматных пучков (рис. 12.16). Набегающая на лобовую критическую точку жидкость разделяется на потоки, направленные в разные стороны от этой точки. В лобовой части трубы поток ускоряется, а в кормовой — замедляется. Образовавшиеся вихри уносятся потоком вниз по течению. От кормовой критической точки C в направлении, обратном основному течению, развивается ламинарный пограничный слой. Отметим, следующие характерные зоны: зону ускорения потока (A), зону замедления потока ($Б$), вихревую зону ($В$) и зону возвратного течения в области стенки ($Г$).

12.3. Сопротивление трубы в пучке

При поперечном обтекании пучка труб возникает сила сопротивления, действующая на трубу. Полное ее значение состоит из суммы сил трения и сил давления. Сопротивление трубы в пучке характеризуется коэффициентом сопротивления трения c_f и коэффициентом сопротивления давления c_w. Коэффициент сопротивления трения равен

$$c_f = 2\tau_w/\rho\bar{u}^2, \tag{12.4}$$

где τ_w — касательное напряжение на поверхности трубы.

Местное касательное напряжение τ_w определяется как произведение вязкости жидкости и градиента скорости в области стенки. По известному распределению скорости в пограничном слое определяются значения $\tau_w(\varphi)$ для участков от лобовой критической точки до кормовой или до места отрыва потока. Полное значение сопротивления трения получается интегрированием $\tau_w(\varphi)$ по периметру трубы.

Коэффициент сопротивления давления равен

$$c_w = 2F_x/\rho\bar{u}^2A, \tag{12.5}$$

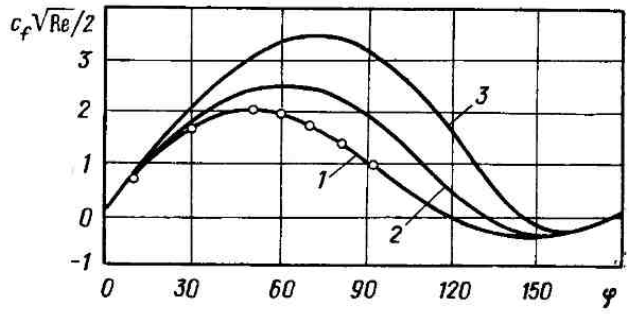


РИС. 12.17. Распределение коэффициента трения в шахматных пучках труб в зависимости от Re

Кружки — расчет до места отрыва:
1 — эксперимент, пучок 1,50 × 1,50, Re = 10^3;
2 — Re = $1{,}3\cdot10^5$, по данным ИФТПЭ;
3 — пучок 2,0 × 1,4, Re = $1{,}4\cdot10^6$ [9]

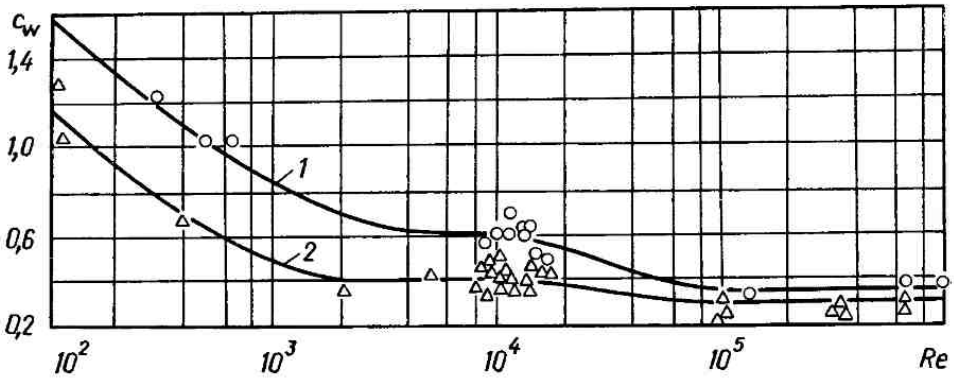


РИС. 12.18. Коэффициент сопротивления давления для глубинных рядов пучка 2,0 × × 2,0 при шахматном (1) и коридорном (2) расположении труб

где
$$F_x = \Delta A \sum_{i=1}^{n} p_i \cos\varphi_i, \tag{12.6}$$

$$\Delta A = \pi d L/n; \tag{12.7}$$

F_x — продольная составляющая силы давления; $A = Ld$ — поперечное сечение трубы, перпендикулярное направлению течения; L — длина трубы; ΔA — элемент поверхности трубы, заключенный между двумя его образующими, проходящими через середину двух измеряемых участков; n — число измеряемых участков; p_i — давление, измеряемое на i-м участке поверхности трубы.

На рис. 12.17 приведены значения коэффициента трения для разных шахматных пучков при низких, средних и высоких числах Re. Результаты сопоставляются с данными, полученными в работе [9] для шахматного пучка 2,0 × 1,4. Известно, что в местах соударения и отрыва потока $c_f = 0$. С увеличением φ величина c_f возрастает и в зависимости от Re достигает максимума при $\varphi \approx 50 \div 80°$. После отрыва потока c_f приобретает отрицательные значения, незначительные по величине.

В глубинных рядах труб коридорных и шахматных пучков 2,0 × 2,0 коэффициент сопротивления давления (рис. 12.18) значительно уменьшается, начиная от Re = 10^2, и стабилизируется в интервалах Re = $3\cdot10^3 \div 10^4$ и Re = $10^5 \div 10^6$.

В шахматном пучке труб c_w выше, чем в коридорном, но, начиная с $\mathrm{Re} = 10^5$, эта разница уменьшается и составляет примерно 10%.

При низких числах Re величины c_f и c_w одного порядка. С увеличением Re величина c_f становится значительно меньше c_w. Например, для шахматных пучков при $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^5$ соотношение $c_f/c_w = 0{,}01$, а с увеличением Re оно становится еще меньше.

12.4. Гидравлическое сопротивление пучков труб

Одной из ряда важных характеристик при расчете теплообменных аппаратов является гидравлическое сопротивление.

Сопротивление в пучках определяется характером течения жидкости в межтрубном пространстве. Значительные ускорения и замедления потока, характерные для обтекания рядов труб, образуют вихревые зоны течения, что ведет к потере кинетической энергии движущегося потока. Следовательно, компоновка труб в аппарате должна влиять на его сопротивление. Сопротивление аппарата пропорционально числу рядов труб. При уменьшении числа рядов на общее сопротивление влияет дополнительная потеря кинетической энергии в первом ряду, а также потери при истечении жидкости из пучка. В малорядном пучке упомянутый фактор может играть существенную роль. На сопротивление аппарата должны влиять и физические параметры теплоносителя.

С учетом сказанного в капельных жидкостях, плотность которых постоянна, перепад давления должен определяться функциональной зависимостью

$$\Delta p = f\,(u,\ s_1,\ s_2,\ d,\ z,\ \mu,\ \rho). \tag{12.8}$$

В безразмерной форме эта зависимость будет следующей:

$$\mathrm{Eu} = \varphi\,(\mathrm{Re},\ s_1/d,\ s_2/d,\ z). \tag{12.9}$$

В практических расчетах и при обобщении экспериментальных данных широко используется степенная форма зависимости (12.9):

$$\mathrm{Eu} = k\mathrm{Re}^r z. \tag{12.10}$$

При обобщении экспериментальных данных с помощью зависимости (12.10) возникает вопрос о подборе определяющей температуры, расчетной скорости, а также вопрос, к какому числу рядов отнести перепад давления. Физические параметры в числах подобия принимаются по температуре набегающего потока. В случае неизотермических условий можно использовать те же зависимости, принимая теплофизические свойства по средней температуре потока в пучке. При больших числах Re с изменением температуры влияние изменяющихся физических параметров в пограничном слое на сопротивление незначительно, так как доля сопротивления поверхностного трения мала по сравнению с полным сопротивлением.

При низких числах Re в потоках вязких жидкостей влияние изменяющихся физических свойств на сопротивление при неизотермических условиях учитывается согласно зависимости

$$\mathrm{Eu}_f = \mathrm{Eu}\,(\mu_w/\mu_f)^{\tilde{p}}, \tag{12.11}$$

где Eu_f — число Эйлера при нагревании или охлаждении жидкости, Eu — число Эйлера в изотермических условиях, μ_w, μ_f — динамическая вязкость при температуре стенки и потока соответственно. Показатель степени $\tilde{p}$ при μ_w/μ_f определяется по рис. 12.19. При числах $Re > 10^3$ влияния неизотермичности на сопротивление не наблюдается.

За определенную скорость следовало бы принимать осредненную скорость на участке поверхности от передней критической точки трубы до $\varphi = 90°$. Тогда представилась бы возможность единообразно обобщать сопротивление пучков труб различной компоновки.

В пучках труб с $a > 1{,}25$ величина средней скорости потока ближе к максимальной, и здесь проще использовать максимальную скорость. В сжатых пучках труб, где $a < 1{,}25$, осредненная скорость того же порядка, что и набегающая, и в этом случае за расчетную можно принимать скорость потока перед пучком.

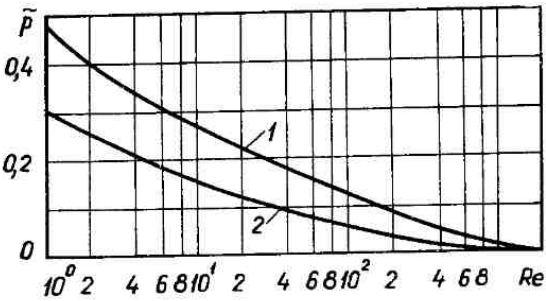


РИС. 12.19. Зависимость показателя степени $\tilde{p}$ при μ_w/μ_f от Re при охлаждении (*1*) и нагревании (*2*)

При обобщении опытных данных проще применять максимальную скорость, которая в дальнейшем с этой целью и используется. Такая обработка, за исключением случая со сжатыми пучками, довольно хорошо отражает истинный характер сопротивления. Поэтому за характерный размер принимается диаметр трубы, а за расчетную скорость — скорость в наименьшем проходном сечении пучка труб. Представление о проходном сечении дает схема на рис. 12.1, на которой показана группа шахматных пучков, имеющих узкий проход по диагонали.

Для выяснения зависимости гидравлического сопротивления пучков от скорости потока проанализируем связь между перепадом статического давления в пучке и скоростью.

При числах $Re < 2 \cdot 10^2$ сопротивление имеет характер вязкостного трения и прямо пропорционально скорости. С увеличением числа Re до 10^3 пропорциональность между Δp и $\bar{u}$ изменяется и в рассматриваемом нами случае для шахматных пучков принимает вид $\Delta p \sim \bar{u}^{1,3}$. Когда поток достаточно турбулизируется, к вязкостному трению добавляются потери кинетической энергии на образование вихрей, и зависимость между скоростью и сопротивлением в конечном итоге становится квадратичной. Тогда сопротивление (12.10) не зависит от числа Re, что отражает автомодельность процесса гидравлического сопротивления.

Обобщенные данные по сопротивлению характерных коридорных и шахматных пучков [3—6], пересчитанные для одного ряда согласно функциональной зависимости (12.10), представлены на рис. 12.20 и 12.21. Как видно из рисунков, сопротивление в основном зависит от поперечного относительного шага a и с его уменьшением увеличивается. Это относится как к коридорным, так и к шахматным пучкам труб. Что же касается продольного относительного шага b, то с его увеличением возрастает пространство для завихрения, что в ряде случаев влияет на сопротивление. Это зависит от

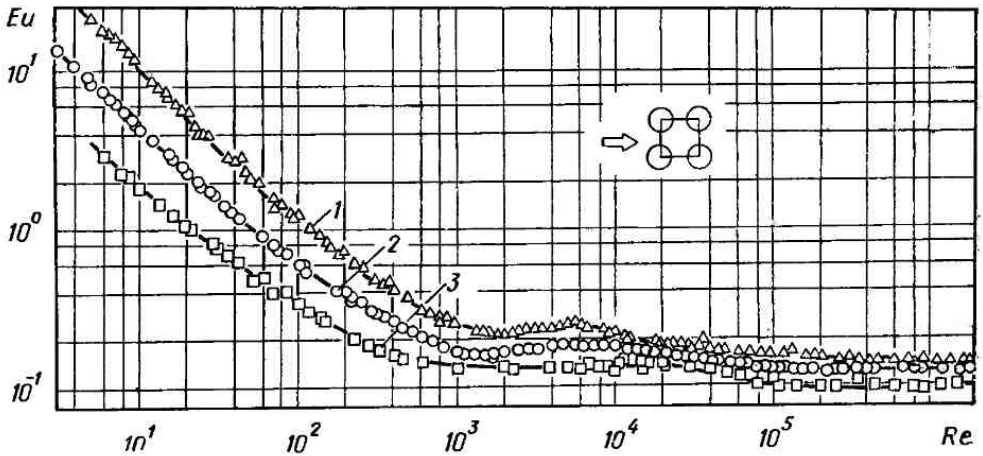


РИС. 12.20. Данные по гидравлическому сопротивлению характерных коридорных пучков

1 — 1,25 × 1,25, 2 — 1,50 × 1,50, 3 — 2,0 × 2,0

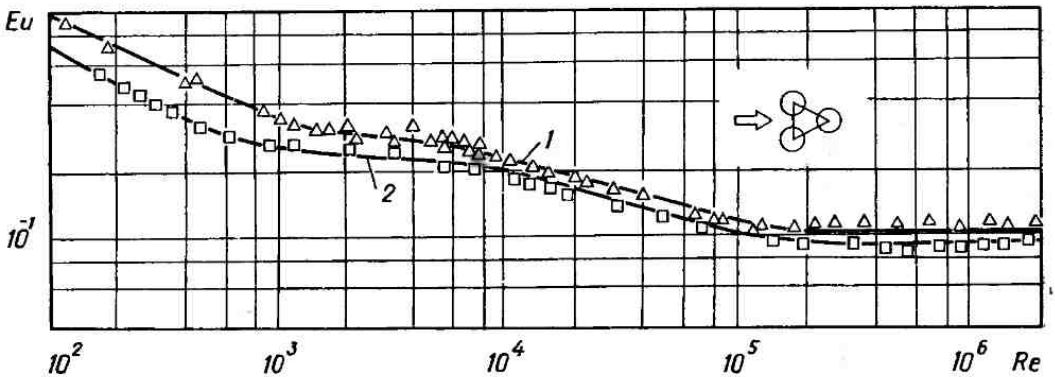


РИС. 12.21. Данные по гидравлическому сопротивлению характерных шахматных пучков

1 — 1,30 × 1,30, 2 — 1,50 × 1,50

компоновки пучка и режима обтекания. Если мы проследим за кривыми сопротивления в зависимости от числа Re, то увидим, что в зоне преобладающего ламинарного обтекания они будут иметь один характер, в смешанной зоне — другой и т. д.

Сопротивление коридорных пучков труб при числе $Re < 10^3$ носит примерно такой же характер, как и при ламинарном течении. Показатель степени r при числе Re в уравнении (12.10) зависит от расположения труб в пучке и относительных шагов $a \times b$. При низких числах Re показатель степени r для коридорных пучков труб имеет значение $-0{,}75 \div -0{,}96$. С увеличением Re значение r изменяется до $-0{,}5$. Аналогичный показатель степени при низких числах Re получен и для шахматных пучков. В этом интервале чисел Re сопротивление шахматных пучков в основном зависит от

величины наименьшего проходного сечения и с его уменьшением увеличивается. Исключение составляет пучок 2,10 × 0,61, в котором диагональный шаг меньше поперечного. В межтрубном пространстве этих пучков по течению имеются узкие каналы, в которых недостаточно места для завихрений, и сопротивление, особенно при малых числах Re, носит вязкостный характер.

В интервале чисел Рейнольдса от 10^3 до 10^4 сопротивление коридорных пучков труб зависит только от поперечного шага. В интервале чисел Re от 10^4 до $2 \cdot 10^5$ устанавливается ярко выраженная область смешанного обтекания и зависимость сопротивления от числа Re приобретает степенной характер, причем показатель степени при числе Рейнольдса зависит от компоновки пучка.

Исследования показали, что для коридорных пучков труб показатель степени при Re изменяется в зависимости от продольного $(b - 1)$ и поперечного $(a - 1)$ относительных зазоров.

В шахматных пучках переход по сопротивлению от ламинарного обтекания к смешанному происходит в основном при $\mathrm{Re} \approx 10^3$. Исключение составляют пучки с наименьшим проходным сечением по диагонали, в которых переход происходит при $\mathrm{Re} \approx 5 \cdot 10^2$. После перехода к смешанному обтеканию с увеличением числа Re до 10^4 число Eu постепенно снижается, а затем несколько повышается.

Увеличение продольного шага в шахматном пучке увеличивает сопротивление, поскольку на него в основном влияет величина межтрубного пространства, в котором происходит завихрение. Уменьшение продольного шага резко изменяет проходное сечение, и влияние конфигурации на сопротивление таких пучков определяется только величиной шага по диагонали (сказанное действительно при $a < 2$).

При большом поперечном шаге $(a > 2)$ в шахматном пучке труб основной поток будет протекать между продольными рядами, и его обтекание уподобится обтеканию коридорных пучков труб.

При числах Re от $6 \cdot 10^2$ до $7 \cdot 10^3$ сопротивление пучков, трубы в которых расположены по вершинам равностороннего треугольника, можно описать формулой для одного ряда

$$\mathrm{Eu} = 0{,}71\,(a - 1)^{-0{,}33}\mathrm{Re}^{-0{,}15}, \tag{12.12}$$

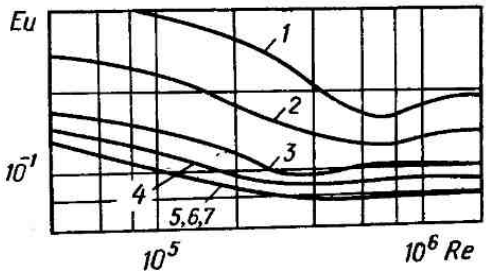
а при Re от $7 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^5$ — формулой

$$\mathrm{Eu} = 2{,}6\,(a - 1)^{-0{,}25}\mathrm{Re}^{-0{,}29}. \tag{12.13}$$

С увеличением числа Re коэффициент сопротивления многорядных шахматных пучков труб постепенно падает и при критическом $\mathrm{Re} \approx 2 \cdot 10^5$ выражается зависимостью, соответствующей автомодельному процессу. Сопротивление пучка труб имеет несколько иной характер, чем сопротивление одиночного ряда труб, поскольку важную роль играет турбулизация потока впереди стоящими трубами.

Зона перехода к автомодельному характеру сопротивления зависит от величины межтрубного пространства. Тесные шахматные пучки можно представить как определенное количество препятствий сужений и расширений, обусловливающих вихреобразование, поэтому в таких пучках с $a \times b < 1{,}7$ значительно сокращается зона перехода к автомодельному характеру сопротивления.

В менее тесных пучках, например в пучках 2,2 × 1,3; 2,48 × 1,28, переход к автомодельному течению происходит при больших Re. Это указы-



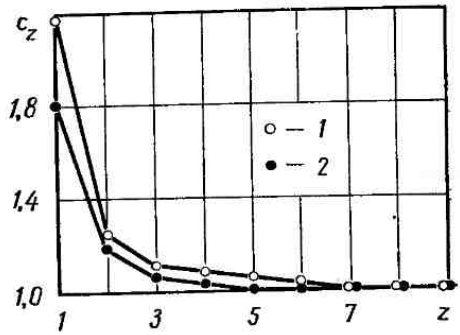


РИС. 12.22. Данные по гидравлическому сопротивлению шахматного пучка 1,50 × 1,04, отнесенные к одному ряду, в области больших чисел Re

Числа у кривых указывают количество рядов труб в пучке

РИС. 12.23. Поправочный коэффициент c_z для расчета гидравлического сопротивления малорядных шахматных (*1*) и коридорных (*2*) пучков труб

вает на то, что только при более высоких числах Re пучки с $a \times b > 1{,}7$ способны резко стабилизировать течение.

В настоящее время актуален вопрос о компактности теплообменников. В ИФТПЭ исследовались высококомпактные коридорные пучки труб с $a \times b = 1{,}008 \times 1{,}008$; $1{,}013 \times 1{,}013$; $1{,}02 \times 1{,}02$; $1{,}03 \times 1{,}03$ и $1{,}053 \times 1{,}053$ и шахматный пучок труб с $a \times b = 1{,}03 \times 0{,}89$.

Важной особенностью при обобщении данных для таких сжатых пучков труб является подбор характерной скорости в числах подобия. Если применять максимальную скорость, то коэффициент сопротивления падает с уменьшением поперечного шага, что не соответствует известным закономерностям. Поэтому данные для сжатых пучков труб обобщались по набегающей скорости. При таком обобщении с уменьшением поперечного шага число Eu увеличивается, что точнее отражает общий характер сопротивления [8].

Рассмотрим процесс сопротивления в критическом режиме обтекания в зависимости от числа рядов труб в пучке. Из экспериментальных данных исследования шахматных пучков видно, что сопротивление одиночного ряда труб аналогично сопротивлению одиночной трубы, т. е. при критических числах Re оно вначале падает, а с увеличением Re несколько повышается (рис. 12.22).

С ростом количества поперечных рядов труб число Eu всего пучка возрастает. Поэтому среднее значение Eu для одного поперечного ряда труб определяется делением величины Eu всего пучка на количество рядов. Как показали исследования, сопротивление первых рядов труб отличается от полученной таким образом величины Eu. Поэтому для определения сопротивления малорядных коридорных и шахматных пучков труб или сопротивления труб первых рядов следует пользоваться рис. 12.23, составленным по измерениям при $\mathrm{Re}_f = 4 \cdot 10^4$. Коэффициент c_z получается делением значения Eu_z отдельных рядов на среднее значение Eu многорядного пучка, отнесенное к одному ряду труб:

$$c_z = \mathrm{Eu}_z/\mathrm{Eu}. \qquad (12.14)$$

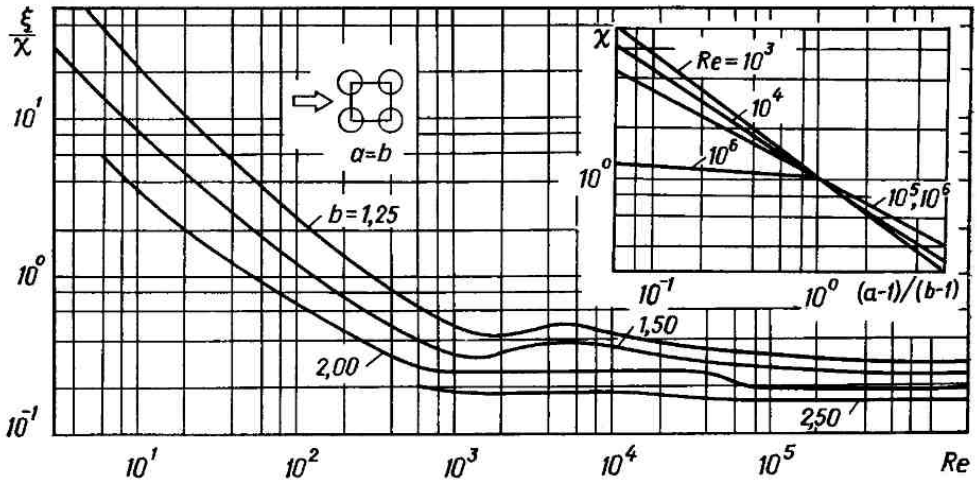


РИС. 12.24. Номограмма для определения коэффициента сопротивления коридорных пучков труб

Для основного графика определяющим является продольный относительный шаг b

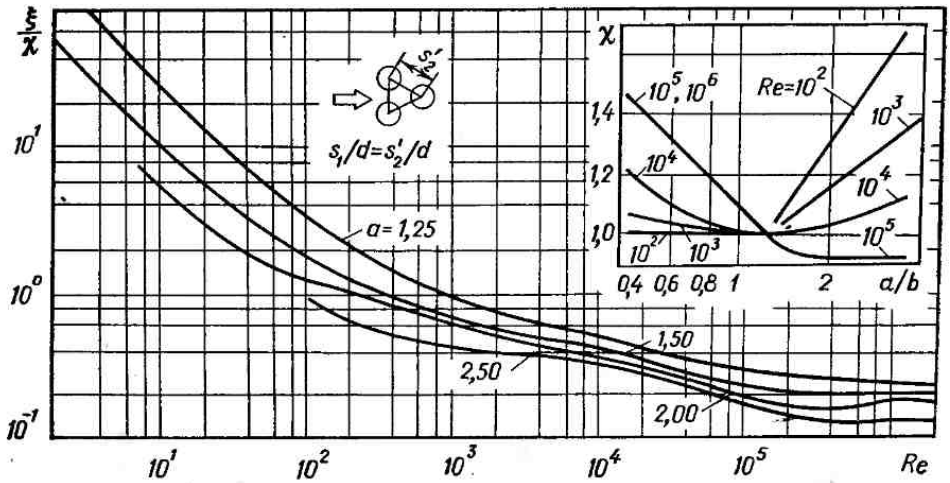


РИС. 12.25. Номограмма для определения коэффициента сопротивления шахматных пучков труб

Для основного графика определяющим является поперечный относительный шаг a

Для расчета сопротивления пучков наиболее удобно применять номограммы. Номограммы были составлены на базе экспериментальных данных, полученных в ИФТПЭ для потоков разных жидкостей. Сопоставление этих данных с результатами работ различных авторов показывает хорошее совпадение при больших числах Re.

Данные, полученные автором совместно с Р. В. Улинскасом и Ч.-С.Ю. Сипавичюсом [10] в случае малых чисел Re, хорошо совпадают с результатами

работ [11, 12]. Номограммы составлены относительно коэффициента сопротивления $\xi = 2\mathrm{Eu}$.

При разработке номограмм для коридорных пучков труб за основу принималось сопротивление пучков с расположением труб по вершинам квадрата. Определяющим служил продольный шаг. Для пучков с иными шагами в зависимости от их величины и числа Re введена графически определяемая поправка.

При разработке номограмм для шахматных пучков труб за основу принимались пучки с расположением труб по вершинам равностороннего треугольника. Для пучков с иным расположением труб в основной график, учитывающий влияние поперечного шага, также введена поправка в зависимости от шагов и числа Re.

На рис. 12.24, 12.25 приведены номограммы для расчета среднего коэффициента сопротивления многорядных коридорных и шахматных пучков труб, отнесенного к одному ряду.

При определении по этим номограммам гидравлического сопротивления многорядного пучка труб следует пользоваться формулой

$$\Delta p = (\xi/\chi)\chi {}^1/_2\rho\bar{u}^2 z, \tag{12.15}$$

где $\bar{u}$ — скорость в наименьшем проходном сечении, а число Re составляется по этой скорости и диаметру трубы. При определении коэффициента сопротивления ξ для коридорных пучков с любым расположением труб вначале определяется член ξ/χ по продольному относительному шагу b, а затем по вспомогательному графику — множитель χ, после чего рассчитывается коэффициент сопротивления $\xi = (\xi/\chi)\,\chi$.

Коэффициент сопротивления шахматных пучков труб получается таким же путем, только определение величины ξ/χ, как отмечено на номограмме, ведется на основе поперечного относительного шага a.

12.5. Гидравлическое сопротивление наклонных пучков труб

Гидравлическое сопротивление пучков, трубы в которых наклонены к направлению потока под углом, как и пучков с поперечно-обтекаемыми трубами, зависит от конфигурации пучков, величины относительных шагов, числа Re, угла наклона труб и других факторов. Поэтому для расчета их сопротивления применяются те же зависимости, что и в случае поперечно-обтекаемых пучков труб с учетом угла наклона потока к трубам (β).

Опытами установлено, что с уменьшением β при постоянной скорости набегающего потока гидравлическое сопротивление пучков труб уменьшается.

При обобщении данных [13], представленных на рис. 12.26, при всех углах β за определяющую скорость в зависимости $\mathrm{Eu} = f(\mathrm{Re})$ принята скорость потока в минимальном сечении поперечного ряда труб, соответствующего $\beta = 90°$. Уменьшение сопротивления пучков труб с $\beta < 90°$ обусловлено изменением обтекания трубы при уменьшении угла наклона труб. Общее сопротивление трубы состоит из сопротивления давления и сопротивления трения, а с изменением β меняются соотношение этих составляющих и характер обтекания труб.

При продольном обтекании труб основная часть гидравлических потерь приходится на сопротивление трения, а при поперечном обтекании труб в

области $Re > 10^3$ — на сопротивление давления. Если при поперечном обтекании сопротивление давления составляет свыше 90% от общего сопротивления трубы, то при $\beta < 90°$ доля сопротивления трения увеличивается с уменьшением угла наклона труб. Однако сопротивление давления остается существенным вплоть до минимального значения угла $\beta = 25°$.

При обобщении данных по сопротивлению исследованных пучков труб с разными углами β в диапазоне числа Re до 10^5 показатель степени r при Re в уравнении (12.10) можно принять тем же, что и для поперечно-обтекаемых

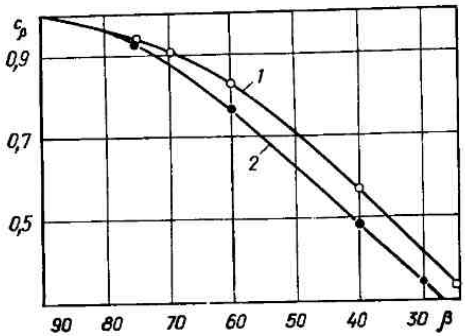


РИС. 12.26. Поправочный коэффициент c_β для расчета гидравлического сопротивления в шахматном (1) и коридорном (2) пучках труб

пучков труб. При изменении β в уравнении (12.10) меняется только значение константы k.

Для определения сопротивления наклонных пучков труб ($\beta < 90°$) вводится коэффициент, учитывающий угол наклона труб к потоку:

$$c_\beta = Eu_\beta / Eu_{\beta=90°}. \tag{12.16}$$

Коэффициент c_β представляет собой отношение чисел Eu при постоянной скорости набегающего потока. Таким образом, по данным для поперечно-обтекаемых пучков труб и значению c_β (рис. 12.26) можно найти сопротивление пучков при разных углах наклона труб к направлению потока. В исследованном диапазоне Re получено осредненное значение коэффициента c_β. Заметной зависимости c_β от Re и шагов пучка не обнаружено.

12.6. Гидравлическое сопротивление пучков шероховатых труб

При обтекании шероховатых элементов за каждым из них образуются местные завихрения, которые разрушают вязкий подслой.

При турбулентном пограничном слое шероховатость увеличивает касательное напряжение на стенке, если элементы шероховатости выступают за пределы вязкого подслоя, т. е. $k^+ > 5$ ($k^+ = ku_*/\nu$ — безразмерная высота элементов шероховатости). При $k^+ > 60$ вязкий подслой отсутствует и влияние шероховатости проявляется полностью. Под влиянием шероховатости при докритических числах Re и при переходе к сверхкритическим величина c_f возрастает на значительной части трубы ($\varphi = 0 \div 120°$) до места отрыва пограничного слоя [14]. При сверхкритических числах Re и той же величине шероховатости c_f несколько уменьшается. С увеличением k/d при сверхкритических Re величина c_f значительно возрастает уже в той части трубы, где скорость u имеет большой градиент. Это показывает, что непосредственно

у стенки шероховатость по периметру трубы существенно влияет на течение в вязком подслое. При турбулентном обтекании шероховатой трубы на распределение скорости в пограничном слое существенно влияет и параметр градиента давления $\Phi = (\delta/\tau_w)(dp/dx)$. Распределение скорости в вязком подслое такого течения зависит от u_* и dp/dx:

$$u^+ = y^+ + {}^1/_2\,(\nu/\rho u_*^3)(dp/dx)\,y^{+2}, \tag{12.17}$$

а вне вязкого подслоя — от размера шероховатости:

$$u^+ = \frac{1}{\varkappa}\ln y^+ + C\left(\frac{ku_*}{\nu}\right), \tag{12.18}$$

где постоянная C с ростом k уменьшается и зависит от типа шероховатости. Местный коэффициент трения на шероховатой трубе равен

$$c_f = 2\tau_w/\rho\bar{u}^2 = 2/u^{+2}. \tag{12.19}$$

Для определения сопротивления пучка в функциональную зависимость (12.9) необходимо ввести параметр шероховатости k/d:

$$\mathrm{Eu} = f\,(\mathrm{Re},\ s_1/d,\ s_2/d,\ z,\ k/d). \tag{12.20}$$

В пучках шероховатых труб гидравлическое сопротивление выше, чем в пучках гладких труб, поскольку на генерацию локальных завихрений за каждым элементом шероховатости расходуется дополнительная энергия. С увеличением высоты шероховатости k/d величина Eu возрастает. На рис. 12.27 приведена зависимость $\mathrm{Eu} = f\,(\mathrm{Re},\ k/d)$ для шахматного пучка повышенной компактности $1{,}25 \times 0{,}935$. Кривая *1* соответствует гладкой поверхности, а кривые *2*, *3* — $k/d = 15\cdot10^{-3}$ и $40\cdot10^{-3}$ соответственно. В интервале $\mathrm{Re} = 10^3 \div 4\cdot10^3$ с увеличением k/d от 0 до $40\cdot10^{-3}$ значение Eu возрастает почти в 2 раза.

Основные характерные данные, полученные в ИФТПЭ, сопоставляются на рис. 12.28 с известными литературными данными в широком интервале изменения величин k/d и Re. Для всех данных отмечается уменьшение коэффициента сопротивления пучка с увеличением Re до 10^5. Кривые *1*, *2* соответствуют шахматному пучку $2{,}0 \times 2{,}0$ с $k/d=0$ и $40\cdot10^{-3}$, кривые *3—5* — пучку $1{,}25 \times 0{,}935$ с $k/d = 0$; $15\cdot10^{-3}$ и $40\cdot10^{-3}$, кривые *6*, *7* — пучку $1{,}25 \times 1{,}25$ с $k/d = 0$ и $8\cdot10^3$. В пучке $2{,}0 \times 2{,}0$ влияние шероховатости проявляется от $\mathrm{Re} \approx 1{,}6\cdot10^3$, а в пучке повышенной компактности ($1{,}25 \times \times 0{,}935$) — при $\mathrm{Re} \approx 10^2$. Кривые *10*, *11* [15] соответствуют шахматному пучку $2{,}0\times2{,}0$ при $k/d = 0$ и $6{,}4\cdot10^{-3}$, кривые *8*, *9* [16]—шахматному пучку $2{,}0 \times 1{,}37$ при $k/d = 0$ и $1{,}2\cdot10^{-3}$, а кривые *12*, *13* [14] — шахматному пучку $2{,}0 \times 1{,}4$ при $k/d = 0$ и $4{,}5\cdot10^{-3}$ соответственно. В области высоких чисел Re полученные результаты хорошо согласуются как по характеру изменения числа Eu в зависимости от Re, так и по влиянию относительной шероховатости k/d на Eu. С ростом чисел Re от низких значений к высоким величина Eu в пучках шероховатых труб уменьшается (кривые *2*, *4*, *5*), а с ростом чисел Re к сверхкритическим Eu вначале увеличивается, а затем переходит в режим автомодельного обтекания (кривые *6*, *7*, *9*, *13*).

На основе исследований и обобщений, проведенных в ИФТПЭ, получены следующие зависимости для расчета сопротивления пучков шероховатых труб:

$$\mathrm{Eu} = 7{,}2\,(a-1)^{-0{,}4}\mathrm{Re}^{-0{,}3}\,(k/d)^{0{,}15} \tag{12.21}$$

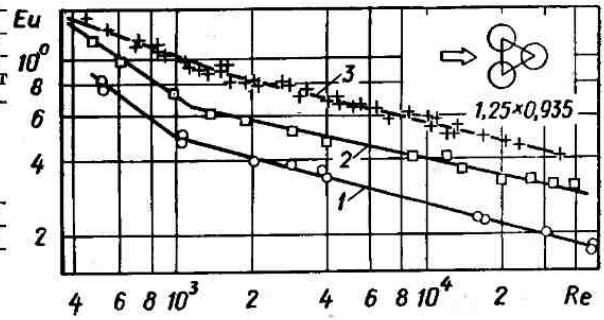
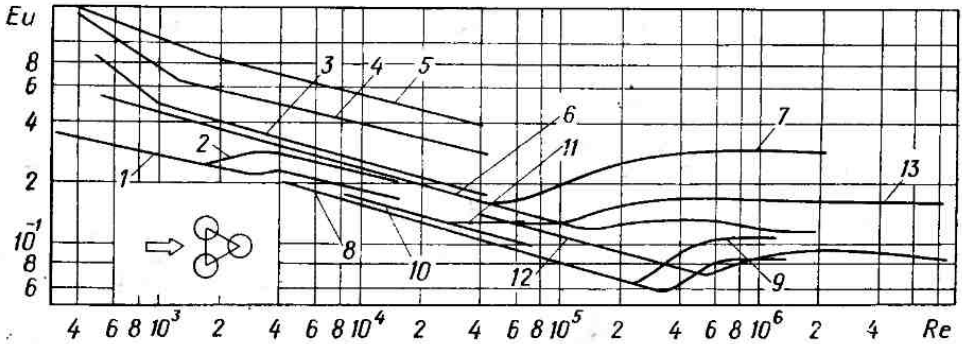


РИС. 12.27. Данные по гидравлическому сопротивлению компактного шахматного пучка шероховатых труб в зависимости от Re при разной высоте шероховатости

РИС. 12.28. Сопоставление данных по гидравлическому сопротивлению шахматных пучков шероховатых труб



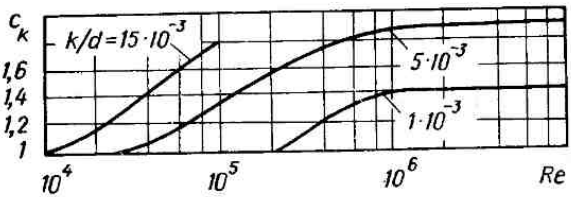


РИС. 12.29. Зависимость от Re коэффициента c_k шахматных пучков труб при разных k/d

в интервалах Re от 10^3 до $2 \cdot 10^5$, a — от 1,25 до 2,0, b — от 0,935 до 2,0, k/d — от $6 \cdot 10^{-3}$ до $40 \cdot 10^{-3}$ и

$$\mathrm{Eu} = 0{,}225\,(a - 1)^{-0{,}45}(k/d)^{0{,}07} \tag{12.22}$$

в интервалах Re от $2 \cdot 10^5$ до 10^7, a — от 1,25 до 2,0, b — от 1,25 до 2,0 и k/d — от 10^{-3} до $8 \cdot 10^{-3}$.

По зависимостям (12.21) и (12.22) можно определить сопротивление шероховатых пучков с точностью не менее $\pm 10\%$.

Влияние высоты шероховатости на гидравлическое сопротивление пучков труб можно определить по рис. 12.29, на котором представлен коэффициент

$$c_k = \mathrm{Eu}_k/\mathrm{Eu}. \tag{12.23}$$

Из рисунка видно, что при небольшой шероховатости ($k/d = 10^{-3}$) и $\mathrm{Re} = 2 \cdot 10^5$ c_k начинает возрастать. С ростом k/d величина c_k возрастает при значительно меньших числах Re. По достижении некоторого Re величина c_k перестает зависеть от него.

В работе [14] представлены результаты исследования коэффициента гидравлического сопротивления в зависимости от числа Re в коридорном шероховатом пучке $2{,}0 \times 1{,}4$ при $k/d = 0$; $1{,}1 \cdot 10^{-3}$; $4{,}5 \cdot 10^{-3}$. В смешанном режиме обтекания число Eu не зависит от высоты шероховатости k. С увеличением k переход от смешанного режима обтекания к сверхкритическому осуществляется при меньших числах Re. Например, в случае $k/d = 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ это происходит при $\mathrm{Re} \approx 3 \cdot 10^5$, а в случае $k/d = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ — при $\mathrm{Re} \approx 10^5$. С возрастанием числа Re коэффициент гидравлического сопротивления уменьшается, и при сверхкритических Re величина Eu не зависит от k/d. В этой области коэффициент гидравлического сопротивления шероховатых пучков труб меньше, чем в гладких. Аналогичные результаты получены и в работе [16] для пучков $2{,}1 \times 1{,}4$; $1{,}7 \times 1{,}3$ при $k/d = 0{,}17 \cdot 10^{-3}$; $30 \cdot 10^{-3}$.

Расчет гидравлического сопротивления многорядных коридорных и шахматных пучков гладких, наклонных и шероховатых труб производится по зависимости

$$\Delta p = (\xi/\chi)\, \chi\, {}^1/_2 \rho \bar{u}^2 z c_z c_\beta c_k, \tag{12.24}$$

в которой Δp — перепад давления через пучок; ξ — коэффициент сопротивления, определяемый по номограммам на рис. 12.24 и 12.25; χ — множитель, определяемый по вспомогательным графикам на рис. 12.24 и 12.25; ρ — плотность жидкости; $\bar{u}$ — скорость в минимальном проходном сечении пучка; z — количество рядов; c_z — коэффициент, учитывающий влияние количества рядов на Eu, определяемый по рис. 12.23; c_β — коэффициент, учитывающий уменьшение Eu в зависимости от угла β и определяемый по рис. 12.26; c_k — коэффициент шероховатости, учитывающий увеличение Eu в зависимости от высоты шероховатости и определяемый по рис. 12.29.

При расчете гидравлического сопротивления за определяющую температуру следует принимать среднюю температуру потока по глубине пучка, за определяющую скорость — среднюю скорость в наименьшем проходном сечении пучка, а за определяющий размер — диаметр трубы.

Глава 13

ТЕПЛООТДАЧА ПОПЕРЕЧНО-ОБТЕКАЕМЫХ ПУЧКОВ ТРУБ

13.1. Теплоотдача трубы в пучке

Интенсивность теплоотдачи трубы в пучке значительно больше, чем при установившемся течении в канале, что связано с малой толщиной пограничного слоя на поверхности трубы в пучке и большой турбулентностью потока в межтрубном пространстве.

С развитием котельной техники потребовалось детальное изучение средней теплоотдачи поперечно-обтекаемых пучков труб в потоке газа. Большинство экспериментов проведено в потоке воздуха, так как воздух по своим физическим свойствам мало отличается от дымовых газов. Уже первые исследования показали, что теплоотдача труб в первом ряду ниже, чем в последующих. В дальнейших исследованиях установлена зависимость интенсивности теплоотдачи от геометрических параметров пучка при расположении труб в шахматном или коридорном порядке, а также от относительного поперечного ($a = s_1/d$) и продольного ($b = s_2/d$) шагов.

В последние десятилетия в связи с интенсивным развитием науки и техники возник ряд новых вопросов в области изучения процессов теплообмена поперечно-обтекаемых труб. Потребовались надежные формулы для расчета теплоотдачи труб в потоке газа при высоких числах Рейнольдса. С развитием химической промышленности и энергетики, возникновением новой техники значительно повысился интерес к изучению процессов теплоотдачи в потоках вязких жидкостей при более высоких числах Re и Pr.

Переход к высоким температурам и форсированным тепловым нагрузкам требует более глубокого изучения местной теплоотдачи и режима обтекания, а также влияния направления теплового потока, температурного и других факторов на интенсивность теплоотдачи. Более остро ставится вопрос правильного выбора определяющей температуры, т. е. температуры, к которой относятся физические параметры, входящие в числа подобия.

Теплоотдача трубы в пучке зависит главным образом от скорости потока, расположения труб, свойств набегающей жидкости, тепловой нагрузки и направления теплового потока. В безразмерном виде эта связь имеет следующий вид:

$$\mathrm{Nu} = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \frac{\mu_f}{\mu_w}, \frac{\lambda_f}{\lambda_w}, \frac{c_f}{c_w}, \frac{\rho_f}{\rho_w}, \frac{s_1}{d}, \frac{s_2}{d}\right). \qquad (13.1)$$

Рассматриваемый ниже материал по изучению влияния этих факторов на местную и среднюю теплоотдачу пучков труб в основном базируется на широких исследованиях, проведенных в ИФТПЭ. Диапазоны изменения чисел и симплексов подобия при экспериментальных исследованиях следующие: для чисел Re — от 1 до $2 \cdot 10^6$, для чисел Pr — от 0,71 до 10 000, а для поперечных и продольных относительных шагов — от 1,008 до 2,6.

Для обобщения экспериментальных данных на основе функциональной зависимости (13.1) применяются форма степенного уравнения

$$\mathrm{Nu} = c\mathrm{Re}^m\mathrm{Pr}^n, \tag{13.2}$$

где c и m в определенной зоне Re зависят от компоновки пучков труб, а показатель степени n определяется по влиянию физических свойств жидкости на теплоотдачу. Упомянутые постоянные определяются на основании обобщенных экспериментальных данных и анализа механизма переноса.

В процессе теплообмена заметно меняется температура жидкости, омывающей различные ряды труб пучка, а следовательно, и значения ее физических параметров. Вопрос учета влияния физических свойств жидкости на теплоотдачу тесно связан и с учетом влияния изменения этих свойств с изменением температуры в пограничном слое, т. е. с выбором так называемой определяющей температуры, по которой находятся значения физических параметров в числах подобия. Анализ полученных данных по теплоотдаче пучков труб в потоках различных жидкостей и воздуха показал, что за определяющую температуру следует принимать среднюю температуру потока жидкости t_f.

Для учета влияния на теплоотдачу переменного поля вязкости и других физических свойств в пограничном слое на трубах в уравнение подобия (13.2), как и в случае одиночного цилиндра, вводится отношение μ_f/μ_w или безразмерный симплекс $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ в соответствующей степени. Наши опытные данные показали, что влияние изменения физических свойств жидкостей в случае нагревания и охлаждения пучков труб достаточно точно учитывается параметром $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ в степени 0,25.

Таким образом, для расчета теплоотдачи трубы в пучке можно рекомендовать зависимость

$$\mathrm{Nu}_f = c\,\mathrm{Re}_f^m\mathrm{Pr}_f^n(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{13.3}$$

За характерный размер принимается диаметр трубы, а за расчетную скорость — скорость жидкости в минимальном проходном сечении. При обтекании одиночной трубы потоком бесконечных размеров, трубы в канале и трубы в первом ряду пучков при разных расчетных скоростях, определенных в поперечном сечении по оси трубы, получаются различные скорость и теплоотдача на лобовой части. Поэтому рационально также ввести понятие осредненной скорости, т. е. среднее интегральное значение скорости по всей длине пути обтекания трубы:

$$U = \frac{1}{l}\int_0^l \bar{u}(x)\,dx, \tag{13.4}$$

где l — длина дуги по периметру трубы.

Рассмотрение теплоотдачи по осредненной скорости в зоне преобладающего ламинарного обтекания показало, что теплоотдача первых рядов труб в различных пучках совпадает с теплоотдачей одиночной трубы. Изучение же теплоотдачи глубинных рядов труб привело к выводу, что разница в интенсивности теплоотдачи обусловлена влиянием на нее завихренности потока.

Анализ данных, полученных при больших числах Re_f, показал, что для расчета теплоотдачи обычных пучков труб можно использовать максимальную скорость, которая незначительно отличается от осредненной. Исключение составляют тесные пучки труб, в которых осредненная скорость того же порядка, что и набегающая.

13.2. Местная теплоотдача трубы в пучке

Для трубы в пучке характерны те же закономерности местной теплоотдачи, что и для одиночной трубы [1, 2]. Распределение теплоотдачи по поверхности определяется особенностями обтекания трубы в пучке, которые во многом зависят от его конфигурации. Например, на трубе в коридорных пучках наблюдаются два места соударения струи с поверхностью, а следовательно, и два места с максимальным коэффициентом теплоотдачи. Обтекание трубы в глубинном ряду шахматного пучка в некоторой степени сходно с обтеканием одиночной трубы, однако труба в глубинном ряду пучка обтекается потоком повышенной турбулентности, и только при малых числах Re_f пограничный слой в зоне раздвоения струи полностью сохраняет ламинарный характер.

Из рис. 13.1 видны характерные особенности изменения теплоотдачи труб в глубинных рядах коридорного и шахматного пучков по сравнению с теплоотдачей одиночной трубы. На лобовой части трубы в шахматном пучке вследствие соударения с ней струи и влияния повышенной турбулентности набегающего потока теплоотдача выше, чем на одиночной трубе. В остальной части трубы теплоотдача также выше в силу большей завихренности потока. В коридорных пучках максимальная теплоотдача наблюдается при $\varphi \approx 50°$, что связано с соударением струи, вытекающей из щели предыдущего ряда труб.

Рассмотрим теплоотдачу по рядам труб в пучках шахматного расположения (рис. 13.2). Характер теплоотдачи первого ряда труб аналогичен характеру теплоотдачи одиночной трубы. На трубу во втором ряду натекает струя жидкости из щели первого ряда, поэтому теплоотдача на лобовой ее части сильно увеличивается.

При прохождении через два первых ряда труб поток турбулизируется, что отражается на процессе теплообмена. Теплоотдача по периметру трубы в третьем ряду еще больше, чем теплоотдача трубы во втором ряду. В последующих рядах пучка теплоотдача стабилизируется и практически совпадает с теплоотдачей третьего ряда. Вследствие повышенной турбулентности теплоотдача кормовой части трубы в глубинных рядах значительно больше, чем в первом ряду.

Такой характер теплоотдачи имеет место при средних значениях Re_f, в зоне смешанного обтекания, когда уже сильно проявляется влияние турбулизации потока в межтрубном пространстве, но сам характер теплоотдачи по периметру с изменением Re_f практически не меняется. Исследования, проведенные автором совместно с Р. В. Улинскасом и Ч.-С. Ю. Сипавичюсом [3], показали, что в зоне преобладающего ламинарного обтекания характер теплоотдачи иной (рис. 13.3). Здесь теплоотдача сильно зависит от числа Re_f, поскольку с увеличением его изменяется обтекание. При Re_f порядка единицы труба обтекается без отрыва потока, поэтому уменьшение теплоотдачи в кормовой части наблюдается вплоть до $\varphi = 180°$. С увеличением Re_f поток в кормовой части трубы уже отрывается от поверхности, что обусловливает характерный минимум теплоотдачи (рис. 13.3, кривая *2*, $\varphi \approx 140°$ и кривая *3*, $\varphi \approx 120°$). С дальнейшим увеличением Re_f в зоне смешанного обтекания местоположение минимума теплоотдачи практически не меняется (рис. 13.2). Но при определенном Re_f в кормовой области появляется второй минимум теплоотдачи, что связано с раздроблением отрывных вихрей, образующихся в кормовой области, и с турбулизацией ламинарного пограничного слоя.

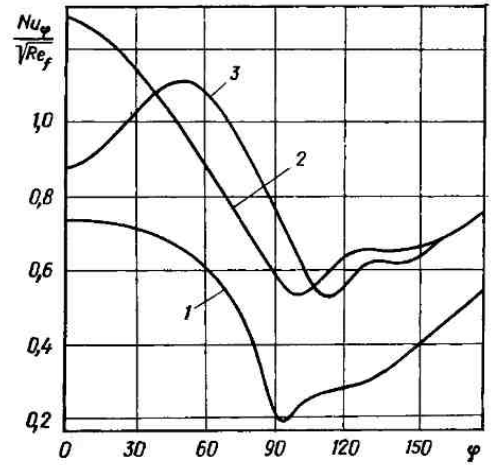
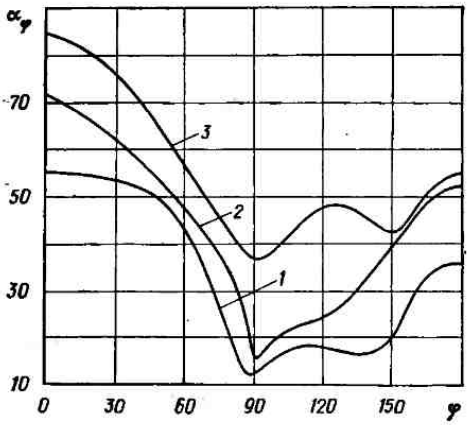
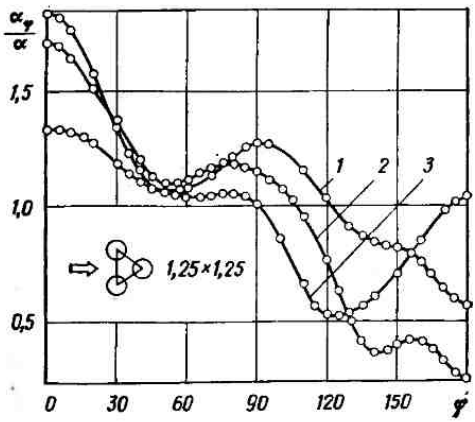


РИС. 13.1. Изменение теплоотдачи по периметру одиночной трубы (*1*), трубы в шахматном (*2*) и коридорном (*3*) пучках

РИС. 13.2. Данные по местной теплоотдаче трубы в первом (*1*), втором (*2*) и глубинном (*3*) рядах шахматного пучка 2,0 × 2,0 при $Re_f = 1{,}4 \cdot 10^4$

РИС. 13.3. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду шахматного пучка 1,25 × 1,25 в потоке масла при Re_f = 4,12 (*1*), 101 (*2*) и 530 (*3*)





Изменение поперечного и продольного шагов шахматного пучка труб от 1,3 до 2,0 почти не отражается на теплоотдаче. Как видно из рис. 13.4, во всех пучках труб при $\varphi \approx 120°$ теплоотдача возрастает, что соответствует турбулизации ламинарного пограничного слоя, а при $\varphi \approx 150°$ заметен отрыв пограничного слоя.

В глубинных рядах труб более тесных шахматных пучков после падения теплоотдачи на лобовой части при $\varphi \approx 50°$ опять начинается ее рост вследствие большого продольного градиента скорости, обусловленного рядом стоящими трубами (рис. 13.3). С дальнейшим увеличением компактности пучков труб характер теплоотдачи по периметру изменяется еще сильнее. Местная теплоотдача таких пучков в потоке воздуха детально изучена автором совместно с П. С. Пошкасом и В. Ю. Сурвилой [4].

С наступлением сверхкритического режима обтекания ($Re_f \approx 3 \cdot 10^5$) и дальнейшим увеличением Re_f, первый минимум теплоотдачи, соответствующий точке перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, начинает смещаться в направлении лобовой критической точки (рис. 13.5). Так, при $Re_f = 6{,}85 \cdot 10^4$ точка перехода находится при $\varphi \approx 100°$, при $Re_f = 2{,}59 \cdot$

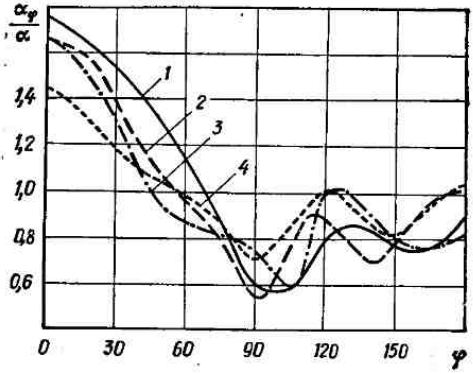


РИС. 13.4. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду различных шахматных пучков при $Re_f = 7 \times 10^4$.

1 — 2,0 × 2,0, 2 — 1,5 × 1,5, 3 — 1,3 × 1,13; 4 — 1,5 × 2,0

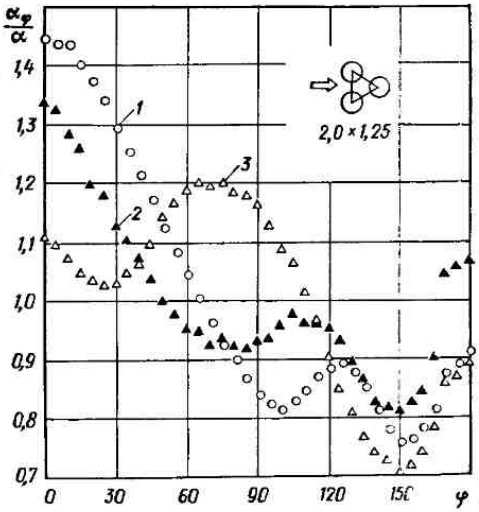


РИС. 13.5. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду шахматного пучка в потоке воздуха при $Re_f = 6{,}85 \cdot 10^4$ (1), $2{,}59 \cdot 10^5$ (2) и $9{,}98 \cdot 10^5$ (3)

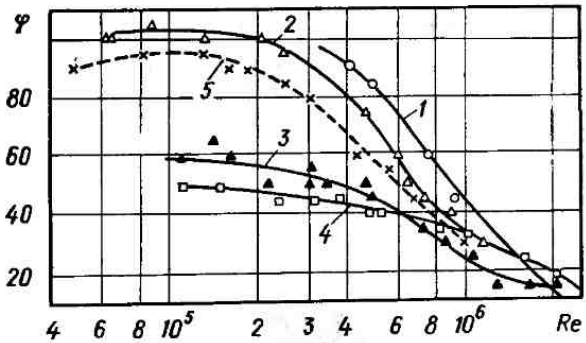


РИС. 13.6. Динамика точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в глубинном ряду труб шахматных пучков в потоке воздуха

1 — 1,25 × 1,25,
2 — 1,5 × 1,5,
3 — 1,5 × 0,865,
4 — 1,25 × 0,865,
5 — одиночный цилиндр при Tu = 15%

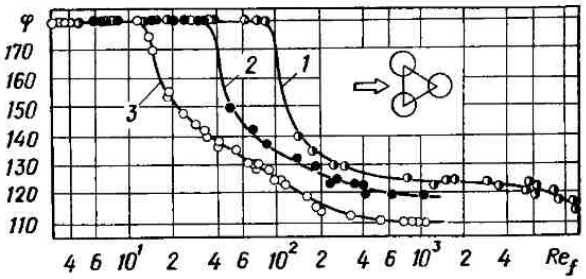


РИС. 13.7. Динамика точки отрыва пограничного слоя в различных шахматных пучках труб (по данным местной теплоотдачи)

1 — 1,25 × 1,25,
2 — 1,5 × 1,5,
3 — 2,0 × 2,0

$\cdot 10^5$ — при $\varphi = 80°$, а при $Re_f = 9{,}98 \cdot 10^5$ — уже при $\varphi \approx 25°$. Второй минимум теплоотдачи, соответствующий точке отрыва турбулентного пограничного слоя, практически не меняет своего положения с увеличением Re_f и находится при $\varphi \approx 150°$. Аналогичные результаты для потока воды получены автором совместно с Р. В. Улинскасом и К. Ф. Марцинаускасом [5].

Динамика точки перехода для пучков труб с различными геометрическими характеристиками показана на рис. 13.6. В менее плотных пучках перемещение этой точки в направлении лобовой критической точки имеет такой же характер, как и в случае одиночной трубы. Для сжатых пучков труб кривые перехода более пологи, что обусловлено большим градиентом продольной скорости в лобовой части труб.

Выше отмечалось, что положение точки отрыва потока сильно зависит от величины Re_f. Как видно из рис. 13.7, чем компактнее пучок труб, тем в большей зоне Re_f сохраняется безотрывное обтекание. Так, для пучка труб $2{,}0 \times 2{,}0$ отрыв потока начинается при $Re_f = 12$, для пучка $1{,}5 \times 1{,}5$ — при $Re_f = 40$, а для пучка труб $1{,}25 \times 1{,}25$ — только при $Re_f = 90$. Это качественно согласуется с обтеканием одиночной трубы, когда с увеличением коэффициента загромождения зона безотрывного обтекания тоже расширяется. С дальнейшим увеличением Re_f точка отрыва смещается в направлении лобовой критической точки.

Конечно, положение точки отрыва, определенное по данным местной теплоотдачи (рис. 13.7), не является абсолютно точным, но вполне достаточно для понимания качественной картины обтекания с изменением Re_f и компактности пучков труб.

Теплоотдача по периметру трубы в коридорном пучке в лобовой части имеет другой характер. По рис. 13.8 можно проследить, как изменяется теплоотдача по глубине коридорного пучка труб. Как видно, местная теплоотдача стабилизируется, начиная с четвертого ряда. Трубы второго и последующих глубинных рядов затеняются первым рядом, поэтому характер теплоотдачи труб в этих рядах резко отличается от характера теплоотдачи первого ряда.

Вследствие удара струи в боковую часть трубы (что можно заметить по резко выраженному максимуму теплоотдачи) процесс обтекания трубы второго и последующих рядов начинается не с лобовой точки, а при угле $\varphi = 30 \div 50°$, где начинает образовываться пограничный слой. В дальнейшем при росте пограничного слоя по окружности в обоих направлениях теплоотдача уменьшается.

Необходимо отметить, что начиная со второго ряда, теплоотдача в лобовой точке трубы увеличивается с глубиной и по своей величине приближается к максимальной теплоотдаче в точке раздвоения струи. Это связано с ростом турбулентности потока по глубине пучка труб. Возросшая турбулентность потока также вызывает увеличение теплоотдачи в кормовой части, теплоотдача которой в общем балансе теплоотдачи трубы довольно ощутима. Это дает возможность утверждать, что кормовая область не является застойной.

В коридорных пучках труб при малых Re_f, как и в шахматных пучках, ламинарный пограничный слой сохраняется без отрыва вплоть до $\varphi \approx 180°$ [3] (рис. 13.9, кривая *1*). С увеличением Re_f происходит отрыв потока и точка отрыва смещается в направлении лобовой критической точки (рис. 13.9, кривая *2*, $\varphi \approx 135°$; кривая *3*, $\varphi \approx 120°$). Вместе с тем с увеличением Re_f максимум теплоотдачи тоже несколько смещается в направлении лобовой критической точки: с $\varphi = 70 \div 75°$ при $Re_f = 1{,}6$ до $\varphi = 55 \div 60°$ при $Re_f = 10^3$. Если труба в глубинном ряду обтекается без отрыва, то без отрыва обтекается и стоящая перед ней труба. В таком случае следует ожидать соударения потока и максимума теплоотдачи в лобовой критической точке. Но в действительности максимум теплоотдачи находится при $\varphi \approx 75°$. Это явление объясняется неравномерным профилем скорости потока, набе-

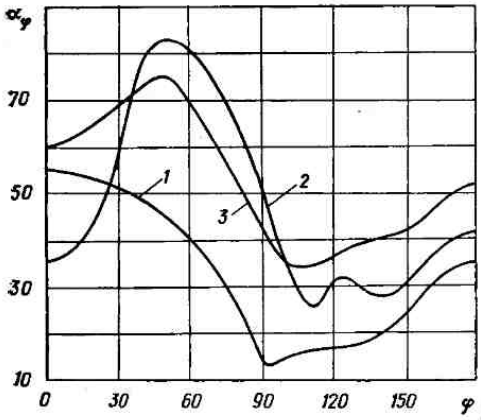


РИС. 13.8. Данные по местной теплоотдаче трубы в первом (*1*), втором (*2*) и глубинном (*3*) рядах коридорного пучка 2,0 × × 2,0 при $Re_f = 1{,}4 \cdot 10^4$

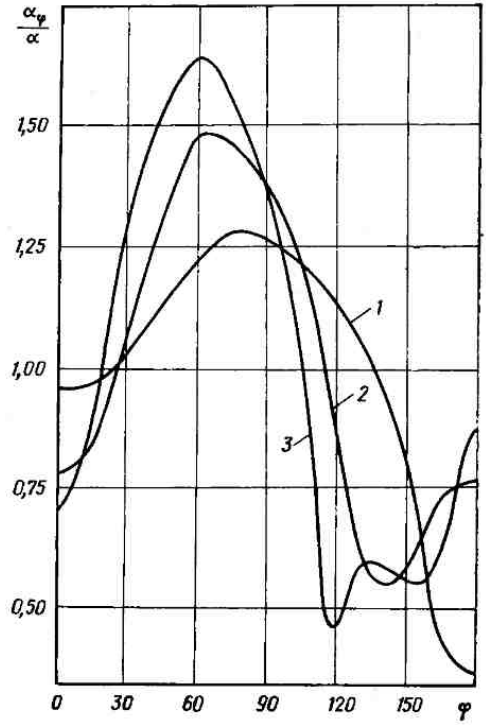


РИС. 13.9. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду коридорного пучка 2,0 × 2,0 в потоке масла при $Re_f = 1{,}6$, $Pr_f = 12\,608$ (*1*), $Re_f = 57$, $Pr_f = 3947$ (*2*), $Re_f = 1140$, $Pr_f = 321$ (*3*)

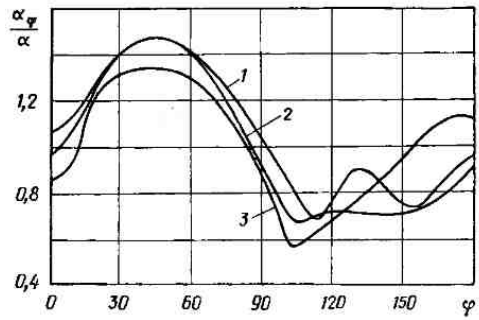


РИС. 13.10. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду коридорных пучков при $Re_f = 3 \cdot 10^4$

1 — 1,5 × 1,5,
2 — 1,6 × 2,0,
3 — 1,5 × 1,1

гающего на глубинный ряд труб. В межтрубных зазорах, где сопротивление течению незначительно, происходит увеличение скорости по сравнению с теми зонами течения, где стоят продольные ряды труб.

С увеличением числа Re_f степень турбулентности потока в пучке возрастает и распределение местной теплоотдачи по окружности трубы глубинного ряда выравнивается. Это видно из рис. 13.10, на котором представлены данные для пучков труб с различными геометрическими характеристиками. Характер теплоотдачи незначительно зависит от конфигурации пучка.

С наступлением сверхкритического режима обтекания ($Re_f \approx 2 \cdot 10^5$) в глубинном ряду труб коридорных пучков точка перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный тоже начинает смещаться в направлении лобовой критической точки, однако здесь характер этого перехода менее вы-

ражен, чем в шахматных пучках труб. Так как в характерных коридорных пучках труб точка соударения находится не при $\varphi = 0$, а при $\varphi = 40 \div 50°$, то и точка перехода приближается к этому положению, а не к $\varphi = 0$, как это имеет место в шахматных пучках труб, но с увеличением числа Re_f в циркуляционной зоне течения в лобовой части трубы также наблюдается зарождение турбулентного пограничного слоя.

Зависимость динамики точки отрыва в коридорных пучках от величины Re_f, по данным ИФТПЭ, аналогична этой зависимости в шахматных пучках труб; чем компактнее пучок, тем при большем Re_f появляется отрыв потока. Однако в коридорных пучках труб нет расслоения данных, начиная от $Re_f = 2 \cdot 10^2$, в зависимости от компактности, как это имело место в шахматных пучках труб, а характер зависимости от Re_f в зоне смешанного и сверхкритического обтекания сохраняется таким же.

Деление пучков труб на шахматные и коридорные весьма условно, так как в коридорных пучках с большим продольным шагом местная теплоотдача трубы может быть подобна теплоотдаче трубы в шахматном пучке, а в шахматном пучке с большим поперечным и малым продольным шагами теплоотдача подобна теплоотдаче трубы в коридорном пучке.

13.3. Влияние физических свойств теплоносителя

Расчет средней теплоотдачи гладкотрубных пучков и обобщение окончательно обработанных результатов экспериментов производятся согласно зависимости (13.3). Обобщенные по средней теплоотдаче данные представляются в функциональной зависимости

$$K_f = Nu_f Pr_f^{-n} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25} = f(Re_f), \qquad (13.5)$$

где неизвестным является показатель степени n при числе Pr_f.

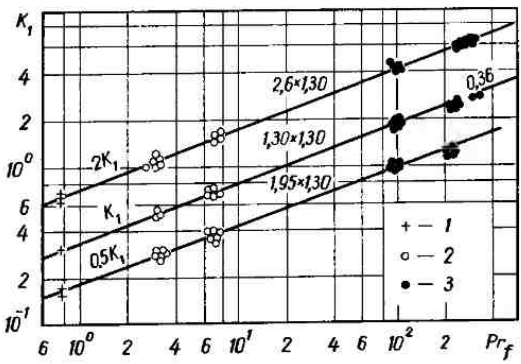


РИС. 13.11. Определение показателя степени n при Pr_f для шахматных пучков труб

1 — воздух, 2 — вода, 3 — трансформаторное масло. $K_1 = Nu_f Re_f^{-m} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

Для разных жидкостей число Pr_f изменяется в широком интервале — примерно от 1 до 10 000. Поэтому при расчете теплоотдачи труб в потоке жидкости неправильный выбор показателя степени при числе Pr_f может привести к значительным погрешностям.

На рис. 13.11 показаны результаты определения показателя степени n при Pr_f для шахматных пучков $2,6 \times 1,3$, $1,3 \times 1,3$, $1,95 \times 1,3$ и средних числах Re_f в потоках воздуха, воды и трансформаторного масла. Как в зоне преобладающего ламинарного обтекания, так и в зоне смешанного обтекания показатель степени одинаков и равен $n = 0,36$. Такой же показатель степени получается и по экспериментальным данным для других пучков труб.

Согласно результатам теплоотдачи в потоках воды и воздуха, полученным в сверхкритической области обтекания ($Re_f > 2 \cdot 10^5$), показатель степени

n для пучков труб различного расположения и различных геометрических характеристик увеличивается до $n = 0{,}4$.

При определении показателя степени n использовались данные, полученные при малых тепловых нагрузках, или влияние изменяемости физических свойств с изменением температуры аннулировалось делением на заранее подобранный параметр $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}$. Параметр $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p$ учитывает влияние температурного напора и направления теплового потока на теплоотдачу.

При экспериментальном исследовании данного вопроса тепловая нагрузка менялась в широких пределах. В случае водяного калориметрирования эксперименты проводились при нагревании и охлаждении потока жидкости.

13.4. Средняя теплоотдача трубы в пучке

Влияние расположения труб на среднюю теплоотдачу трубы в пучке разное при различных Re_f и зависит главным образом от характера обтекания. При низких числах Re_f теплоотдача трубы в первом ряду пучка практически совпадает с теплоотдачей одиночного цилиндра и теплоотдачей трубы в глубинном ряду. При больших числах Re_f турбулентность потока в межтрубном пространстве пучков увеличивается, что соответствующим образом повышает и интенсивность теплоотдачи трубы в глубинном ряду по сравнению с теплоотдачей в первом ряду, так как ряды труб в пучке являются турбулизаторами потока. В большинстве случаев теплоотдача по глубине пучков труб стабилизируется, начиная с третьего или четвертого ряда. Сравнение теплоотдачи труб первых и глубинных рядов позволяет судить о влиянии турбулентности потока в пучке на интенсивность теплоотдачи.

Теплоотдача труб в глубинном ряду, как правило, увеличивается с уменьшением продольного шага пучка. Это хорошо согласуется с известными исследованиями теплоотдачи одиночного цилиндра, помещенного на разных расстояниях от турбулизирующей решетки. Но исключением могут быть коридорные пучки труб с малым продольным шагом, с уменьшением которого теплоотдача может уменьшиться. Это связано с понижением интенсивности циркуляционного течения между соседними трубами с уменьшением продольного шага, особенно при малых и средних значениях Re_f.

В зависимости от продольного шага вследствие турбулентности потока теплоотдача труб глубинного ряда по сравнению с теплоотдачей труб первого ряда может увеличиваться на 30—100%.

В большинстве случаев теплоотдача труб во втором ряду на 10—30% ниже, чем в глубинном ряду.

В дальнейшем речь пойдет в основном о теплоотдаче труб в глубинном ряду пучков. Вначале подробно проанализируем теплоотдачу в зоне преобладающего ламинарного обтекания, которая охватывает числа Re_f примерно до 10^3.

На рис. 13.12 приведены данные по теплоотдаче труб шахматного и коридорного пучков с относительными шагами $2{,}0 \times 2{,}0$. При $\mathrm{Re}_f < 10^3$ теплоотдача трубы в первом ряду коридорного пучка $2{,}0 \times 2{,}0$, в среднем на 25% выше, чем в глубинном ряду. Труба глубинного ряда находится в следе предыдущего ряда, и ее теплоотдача уменьшается вследствие меньшей скорости потока в рециркуляционных зонах, поскольку проявляется так называемый эффект «затенения».

В противоположность коридорным пучкам в шахматных теплоотдача труб в первом ряду меньше, чем в глубинном. Для пучка $2{,}0 \times 2{,}0$ до $\mathrm{Re}_f \simeq$

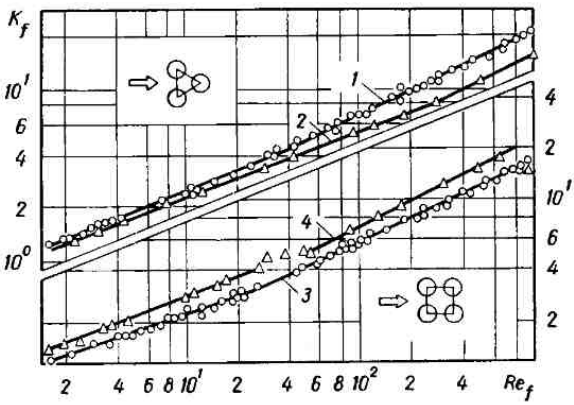


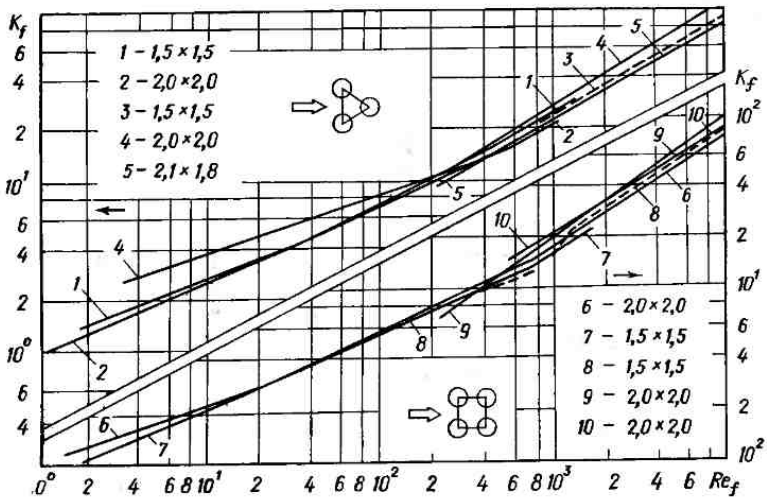
РИС. 13.12. Данные по средней теплоотдаче в различных рядах шахматного и коридорного пучков 2,0 × 2,0 при низких Re_f

1, 3 — глубинный ряд,
2, 4 — первый ряд.

$K_f = Nu_f Pr_f^{-0,36} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

РИС. 13.13. Сопоставление данных о теплоотдаче шахматных и коридорных пучков труб при низких Re_f

1—3, 5—7, 10 — по данным ИФТПЭ,
4, 9 — по [6],
8 — по [7].
K_f то же, что и на рис. 13.12



≃ 30 эта разница составляет около 7%, а с дальнейшим увеличением Re_f возрастает до 35%. Это очевидное проявление различия течения в шахматных и коридорных пучках труб.

В зоне преобладающего ламинарного обтекания показатель степени при Re_f с его увеличением сильно изменяется. При $Re_f < 10^2$ показатель степени $m = 0,33—0,4$, а с дальнейшим увеличением Re_f m переходит к значению 0,5, достигая впоследствии величин 0,6 и 0,63, характерных для шахматных и коридорных пучков труб в зоне смешанного обтекания.

Сравнение данных по теплоотдаче трубы в глубинном ряду пучков при низких Re_f (рис. 13.13) указывает на хорошее совпадение данных, полученных разными исследователями при $Re_f > 10^2$, и на большее их различие при $Re_f < 10^2$.

Во всей зоне преобладающего ламинарного обтекания теплоотдача трубы в глубинном ряду коридорных пучков меньше, чем в шахматных пучках. В результате обобщения имеющихся данных получены следующие зависимости для расчета средней теплоотдачи труб в глубинном ряду пучков в зоне преобладающего ламинарного обтекания:

для шахматных пучков при $1{,}6 \leqslant \mathrm{Re}_f \leqslant 40$

$$\mathrm{Nu}_f = 1{,}04\ \mathrm{Re}_f^{0,4}\mathrm{Pr}_f^{0,36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{13.6}$$

при $40 < \mathrm{Re}_f < 10^3$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}71\ \mathrm{Re}_f^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{13.7}$$

для коридорных пучков при $1{,}6 \leqslant \mathrm{Re}_f \leqslant 100$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}9\ \mathrm{Re}_f^{0,4}\mathrm{Pr}_f^{0,36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{13.8}$$

при $100 < \mathrm{Re}_f < 10^3$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}52\ \mathrm{Re}_f^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \tag{13.9}$$

Пока недостаточно полно изучен вопрос влияния естественной конвекции в этой зоне Re_f на процесс теплоотдачи при вынужденном течении. Как показали результаты исследований [3], в потоках масла при малых температурных напорах это влияние незначительно.

С ростом числа Re_f свыше 10^3 происходит значительное изменение течения в пучке труб. Поток в межтрубном пространстве становится вихреобразным с повышенной турбулентностью, и развивающийся ламинарный пограничный слой на трубе находится под воздействием турбулентности. Все это отражается на теплоотдаче трубы. Такой режим обтекания сохраняется до $\mathrm{Re}_f \approx 2 \cdot 10^5$. Переход от преобладающего ламинарного режима обтекания к смешанному начинается и заканчивается при разных числах Re_f и зависит от расположения труб. В коридорных пучках труб этот переход наступает несколько позже, чем в шахматных.

В большинстве шахматных пучков труб переход в зону смешанного обтекания начинается при числах Re_f около $2 \cdot 10^2$. Исключение составляют пучки с очень большим поперечным и малым продольным шагами ($2{,}6 \times \times 1{,}3$ и $2{,}1 \times 0{,}61$), в которых переход длится до $\mathrm{Re}_f = 10^3$, поскольку эти пучки труб своеобразно сходны с коридорными пучками, так как по их длине образуются продольные щели.

На рис. 13.14, 13.15 в виде зависимости

$$K_f = \mathrm{Nu}_f\mathrm{Pr}_f^{-0,36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{-0,25} = f\,(\mathrm{Re}_f) \tag{13.10}$$

представлены опытные данные по теплоотдаче шахматных пучков труб в потоках воды, воздуха и трансформаторного масла в зоне смешанного обтекания.

Из сравнения рис. 13.14 и 13.15 видно, что теплоотдача глубинного ряда значительно выше первого. Для пучка $2{,}1 \times 0{,}61$ увеличение теплоотдачи в глубинном ряду по сравнению с первым рядом больше, нежели в случае пучка $1{,}95 \times 1{,}30$. Это в основном результат большей турбулентности потока с приближением к предыдущему ряду, как к турбулизатору.

Если сравнить теплоотдачу первых рядов различных пучков с теплоотдачей глубинных рядов, то можно заметить, какое воздействие на теплоотдачу оказывает турбулентность потока. Как видно из данных [1], приведенных в табл. 13.1, теплоотдача глубинных рядов увеличивается в основном с уменьшением продольного шага. Различие между теплоотдачей труб первого и глубинного рядов коридорных пучков несколько меньше, чем в шахматных пучках труб. Теплоотдача стабилизируется, начиная с третьего или четвертого ряда.

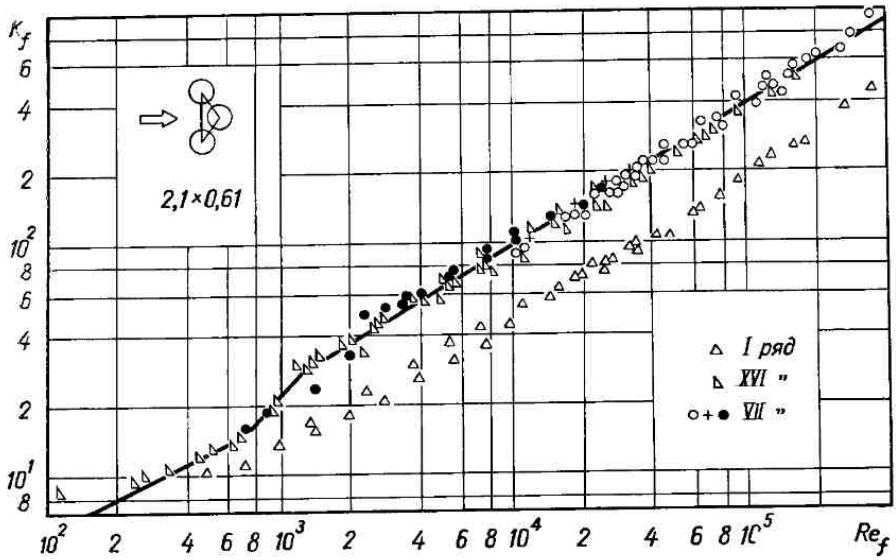


РИС. 13.14. Данные по средней теплоотдаче труб в разных рядах шахматного пучка 2,1 × ×0,61 при средних Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.12

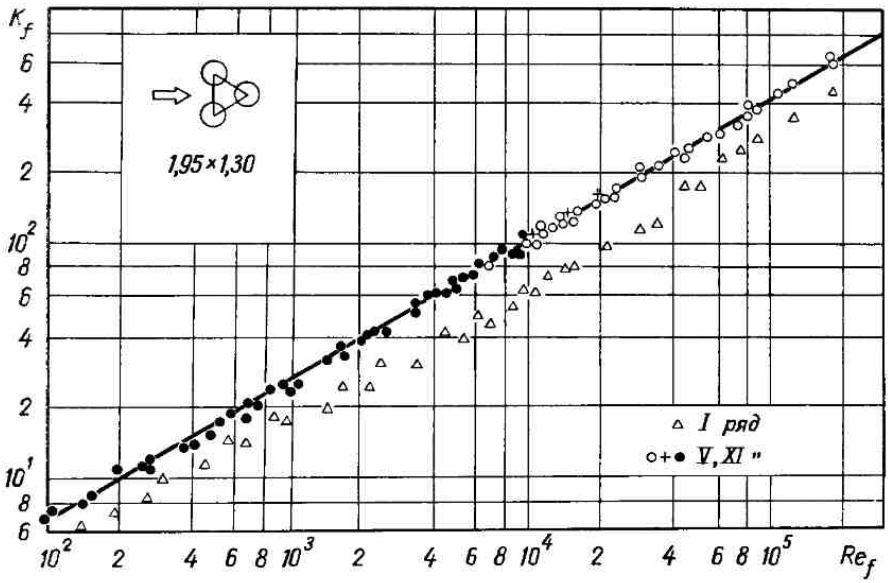


РИС. 13.15. Данные по средней теплоотдаче труб в разных рядах шахматного пучка 1,95 × 1,30 при средних Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.12

Таблица 13.1

Степень интенсификации теплоотдачи пучком труб

Пучок труб	Интенсификация теплоотдачи, %	Пучок труб	Интенсификация теплоотдачи, %	Пучок труб	Интенсификация теплоотдачи, %	Пучок труб	Интенсификация теплоотдачи, %
Шахматный пучок				Коридорный пучок			
1,30×1,13	175	1,30×1,30	165	1,30×1,30	160	1,30×2,6	145
2,60×1,30	170	1,30×1,73	140	2,0×2,0	145	Первый ряд	100
1,95×1,30	170	1,30×3,9	125	1,26×2,0	150		

Экспериментальные данные по теплоотдаче шахматных пучков труб различной конфигурации в окончательной обработке представлены на рис. 13.16. Связь между условиями обтекания и теплоотдачей выражается показателем степени при числе Re_f, который для всех пучков во всем интервале Re_f равен 0,6. Подобные результаты получены и в работах [8—10] для потока воздуха. Из рисунка хорошо видно влияние шагов на теплоотдачу. Теплоотдача в основном увеличивается с уменьшением продольного шага и в меньшей мере — с увеличением поперечного шага.

Подробный анализ, проведенный автором совместно с В. Макарявичюсом и А. Шланчяускасом [1], показал, что изменение постоянной c можно учитывать геометрическим параметром в степени 0,2 при $a/b < 2$. При $a/b > 2$ постоянная $c = 0{,}40$. В этих пучках труб наименьшее проходное сечение находится по направлению диагонали, поэтому изменение постоянной c связано с некоторыми изменениями условий обтекания.

Окончательно обобщенные формулы теплоотдачи трубы в глубинных рядах различных шахматных пучков будут следующими:

при $a/b < 2$

$$Nu_f = 0{,}35\,(a/b)^{0,2} Re_f^{0,60} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \qquad (13.11)$$

а при $a/b > 2$

$$Nu_f = 0{,}40\,Re_f^{0,60} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \qquad (13.12)$$

Из сопоставления различных коридорных пучков труб (рис. 13.17) видно, что в зоне смешанного обтекания коридорные пучки в зависимости от расположения труб имеют различные как постоянные c, так и показатели степени при числе Re_f, в то время как практически для всех шахматных пучков $m = 0{,}6$. При постоянном поперечном шаге коридорных пучков труб и с уменьшением продольного их шага показатель степени m увеличивается. Как показано в работе [1], на изменение m влияет величина отношения продольного и поперечного зазоров. Отмечено, что в зоне смешанного обтекания для большинства коридорных пучков показатель степени при числе m можно принять равным 0,63.

В сжатых коридорных пучках труб теплоотдача несколько иная. Эксперименты со сжатыми пучками из труб большого диаметра проводились в потоке воды [1]. При малом проходном зазоре в пучке максимальная скорость

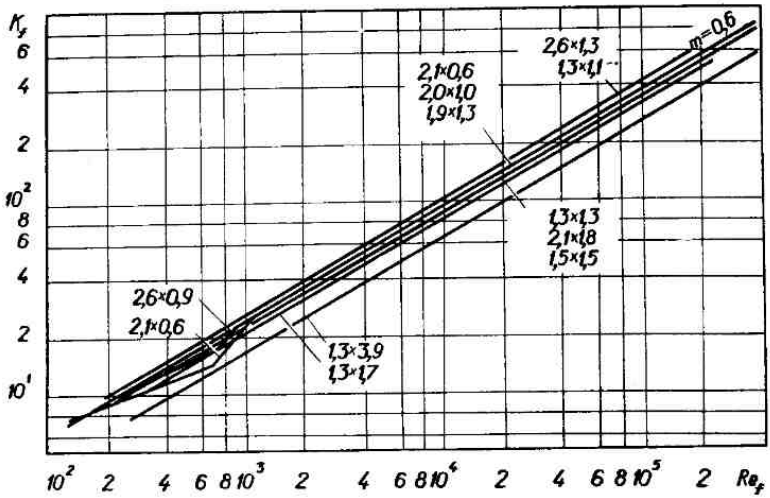


РИС. 13.16. Сопоставление теплоотдачи труб различной конфигурации в глубинном ряду шахматных пучков при средних Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.12

воздействует только на незначительную часть поверхности трубы, а определяющий теплообмен является скорость, близкая к набегающей, поэтому при обобщении по максимальной скорости кривые теплоотдачи для различных пучков труб значительно расслаиваются. При обобщении по набегающей скорости данные для различных сжатых пучков труб хорошо согласуются, что дает возможность сравнить их между собой. Как видно из рис. 13.18, теплоотдача несколько увеличивается с уменьшением шагов и только данные для пучка труб с самым узким проходным сечением располагаются ниже других, поскольку при очень узком зазоре завихрения в межтрубном пространстве ослабевают.

Для расчета теплоотдачи трубы в глубинном ряду наиболее широко применяемых в промышленности коридорных пучков можно рекомендовать зависимость

$$Nu_f = 0{,}27\ Re_f^{0{,}63} Pr_f^{0{,}36} (Pr_f/Pr_w)^{0{,}25}. \qquad (13.13)$$

Примерно при $Re_f = 2 \cdot 10^5$ начинается режим сверхкритического обтекания, который характеризуется более интенсивным процессом теплоотдачи. Показатель степени m при Re_f возрастает до 0,8 и выше. Детальные исследования средней теплоотдачи в этой зоне Re_f в потоке воздуха были проведены в ИФТПЭ Ю. Стасюлявичюсом и П. Самошкой [11].

На рис. 13.19 представлены данные по средней теплоотдаче труб в первом и глубинном рядах коридорного пучка 1,5 × 1,25 и в глубинном ряду пучка 2,0 × 1,25. При числах $Re_f < 2 \cdot 10^5$ показатель степени m при Re_f в уравнении теплоотдачи равен 0,6—0,65, но при больших Re_f он увеличивается до 0,76—0,8, указывая тем самым на изменение закономерностей процесса теплоотдачи. Увеличение показателя степени при Re_f главным образом связано со смещением точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в направлении лобовой критической точки, как было показано выше при анализе местной теплоотдачи, и с увеличением в результате этого зоны периметра

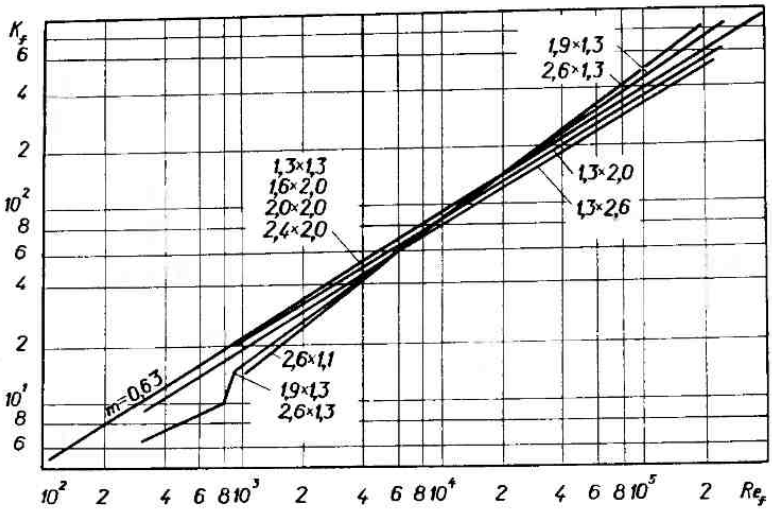


РИС. 13.17. Сопоставление теплоотдачи труб различной конфигурации в глубинном ряду коридорных пучков при средних Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.12

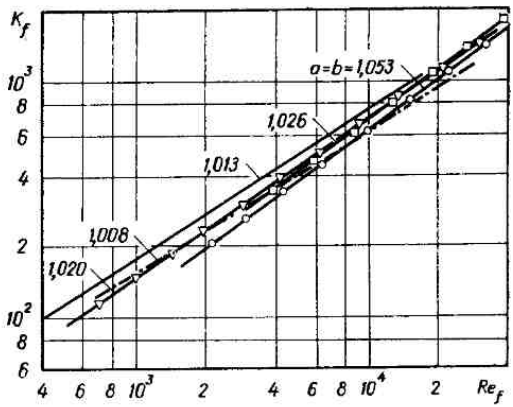


РИС. 13.18. Данные по средней теплоотдаче труб сжатых коридорных пучков при обобщении по набегающей скорости

K_f то же, что и на рис. 13.12

трубы, занятой турбулентным пограничным слоем, с ростом числа Re_f. Как следует из приведенных данных, характер перехода в зону более интенсивного теплообмена в первом и глубинном ряду труб различен. В первом ряду наблюдается характерное отклонение теплоотдачи от степенных зависимостей в зоне $Re_f = (2{,}5 \div 7) \cdot 10^5$, подобное тому, которое имело место в случае теплоотдачи одиночной трубы, обтекаемой потоком малой турбулентности. Такое отклонение теплоотдачи связано с образованием отрывного пузыря и резким изменением теплоотдачи в кормовой зоне трубы. Как отмечалось выше, при обтекании одиночного цилиндра потоком повышенной турбулентности такого отклонения теплоотдачи от степенных зависимостей уже не наблюдается. Аналогичная картина и в глубинном ряду труб коридорных пучков, а также и в глубинном ряду труб шахматных пучков (рис. 13.20). Для шахматных пучков труб показатель степени m при $Re_f > 2 \cdot 10^5$ несколько больше и равен 0,8. Аналогичные результаты получены и в потоке воды в режиме сверхкритического обтекания: для коридорного пучка $2{,}0 \times 2{,}0$ $m = 0{,}78$ а для шахматного пучка $2{,}0 \times 1{,}25$ $m = 0{,}8$ [12] (рис. 13.21).

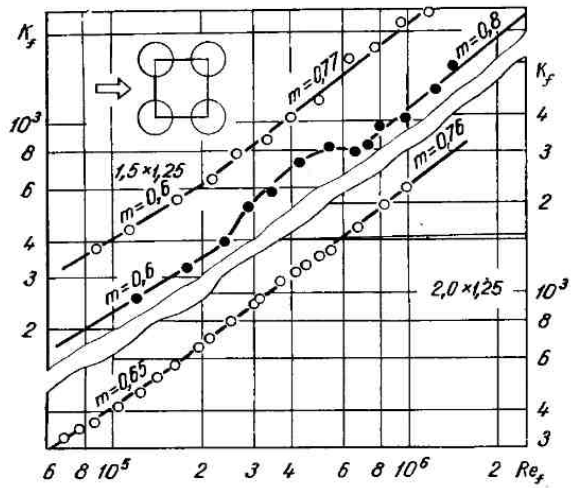


РИС. 13.19. Данные по средней теплоотдаче труб коридорных пучков в потоке воздуха при больших Re_f для первых (зачерненные кружки) и глубинных рядов (светлые кружки)

$K_f = Nu_f Pr_f^{-0,4} (Pr_f/Pr_w)^{-0,25}$

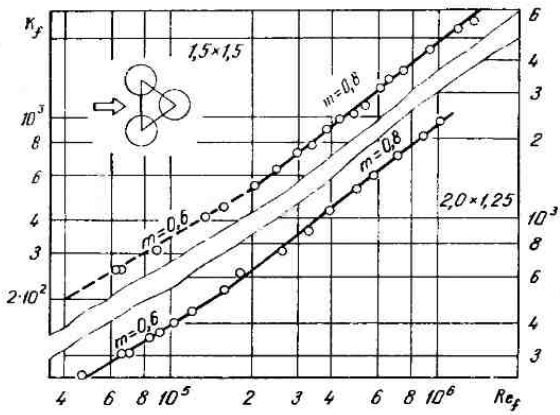


РИС. 13.20. Данные по средней теплоотдаче труб в глубинном ряду шахматных пучков в потоке воздуха при больших Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.19

На рис. 13.22 и 13.23 сравнивается теплоотдача труб в глубинном ряду различных коридорных и шахматных пучков в потоке при больших Re_f. При $Re_f < 2\cdot10^5$ результаты хорошо коррелируют с ранее проанализированными результатами по теплоотдаче в пучках труб. В сверхкритическом режиме обтекания влияние шагов пучка на теплоотдачу труб подобно их влиянию в режиме смешанного обтекания. Теплоотдача в более просторных шахматных пучках наиболее интенсивна, но в общем разница в теплоотдаче различных пучков не превышает 25%.

Подобные результаты получаются и для коридорных пучков труб. Наибольшая теплоотдача наблюдается в пучках с большим поперечным и малым продольным шагами. Для расчета средней теплоотдачи труб в глубинном ряду коридорных пучков можно рекомендовать зависимость

$$Nu_f = 0,033\ Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}, \tag{13.14}$$

а для шахматных пучков — зависимость

$$Nu_f = 0,031\ (a/b)^{0,2} Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \tag{13.15}$$

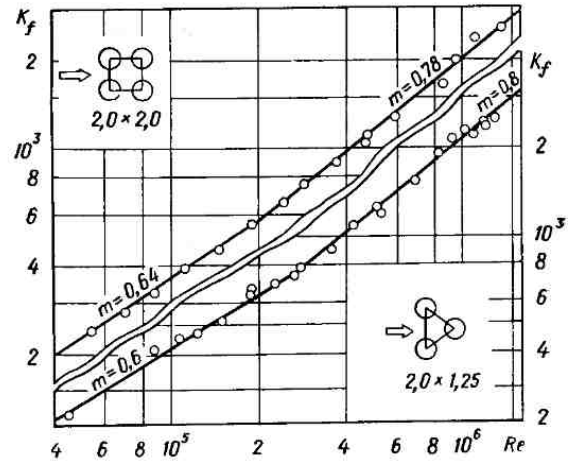


РИС. 13.21. Данные по средней теплоотдаче труб в глубинном ряду шахматного и коридорного пучков в потоке воды при больших Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.19

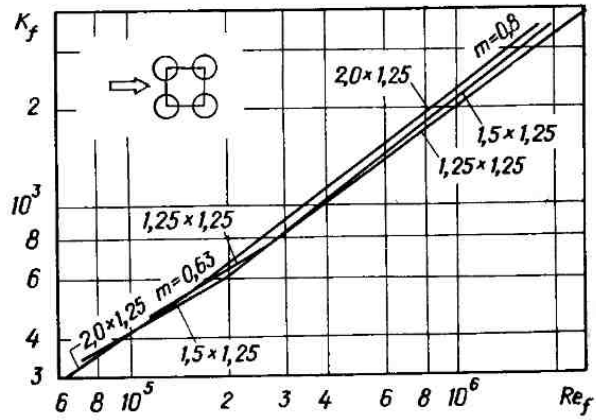


РИС. 13.22. Сравнение теплоотдачи труб в глубинном ряду коридорных пучков в потоках при больших Re

K_f то же, что и на рис. 13.19.

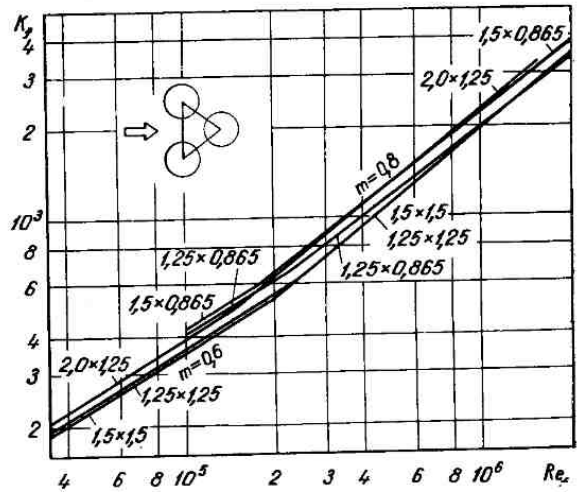


РИС. 13.23. Сравнение теплоотдачи труб в глубинном ряду шахматных пучков в потоках при больших Re_f

K_f то же, что и на рис. 13.19

13.5. Влияние угла атаки потока

При компоновке теплообменных поверхностей применяются не только поперечно-обтекаемые трубы ($\beta = 90°$), но и трубы при других углах атаки потока ($\beta < 90°$). Во избежание перегрева труб очень важно знать распределение температур и тепловых потоков по периметру трубы при разных углах атаки потока. Работ по исследованию теплоотдачи труб пучка при углах атаки потока $\beta < 90°$ в литературе мало. Работы [13, 14] посвящены исследованию средней теплоотдачи таких пучков труб в потоке воздуха, а работа [15], проведенная в ИФТПЭ,— местной и средней теплоотдачи шахматных и коридорных пучков с поперечными шагами $1{,}34 \times 1{,}16$ и $1{,}34 \times 1{,}34$ соответственно в потоках вязких теплоносителей при углах атаки 25, 40, 60, 75 и 90°. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду шахматного пучка $1{,}34 \times 1{,}16$ при углах атаки потока $\beta = 25$ и 75° и одном и том же числе Re_f (за определяющую принимается скорость потока в минимальном сечении поперечного ряда труб, соответствующего $\beta = 90°$) показывают, что неравномерность теплоотдачи по периметру трубы увеличивается с уменьшением β, но в основном качественная картина теплоотдачи по периметру изменяется незначительно [15].

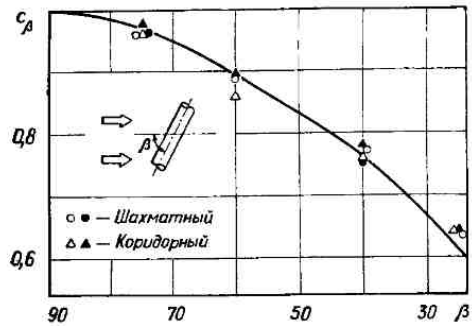


РИС. 13.24. Поправка на влияние угла атаки при расчете теплоотдачи трубы в пучке

Светлые и зачерненные символы — первый и глубинные ряды труб соответственно

Такое условие сравнения (при одних и тех же числах Re_f) очень удобно при практических расчетах средней теплоотдачи наклонных пучков труб. Если известна теплоотдача при поперечном обтекании пучка ($\beta = 90°$), то в случае ее расчета при любой другой величине β необходимо ввести поправку согласно графику, приведенному на рис. 13.24. Коэффициент c_β представляет собой отношение теплоотдачи трубы при определенном значении β к теплоотдаче при $\beta = 90°$:

$$c_\beta = Nu_\beta / Nu_{\beta=90°}. \qquad (13.16)$$

Эта зависимость коэффициента c_β от угла атаки β получена по экспериментальным данным для потока воды. Видно, что данные для шахматных и коридорных пучков труб обобщаются единой кривой, где с уменьшением угла атаки c_β уменьшается.

13.6. Теплоотдача шероховатых труб

Одним из методов интенсификации теплообмена является применение шероховатой теплообменной поверхности, которая способствует изменению характера течения в пограничном слое. При прочих равных условиях переход из ламинарного течения в турбулентное на шероховатой поверхности наступает при меньшем числе Рейнольдса, чем на гладкой. Шероховатость теплообменной поверхности вызывает локальные завихрения и усиливает перенос

тепла вблизи стенки. Интенсивность такого переноса зависит от отношения высоты элементов шероховатости k к толщине пограничного слоя. Если k значительно меньше δ, то местные завихрения, вызванные шероховатостью, не оказывают ощутимого влияния на теплоотдачу. В случае соизмеримости величин k и δ теплоотдача увеличивается. Как известно из предыдущих глав, распределение скорости в пограничном слое вблизи поверхности деформируется под действием шероховатости. Профиль температуры в универсальных координатах в вязком подслое описывается зависимостью

$$\vartheta^+ = \mathrm{Pr} y^+, \tag{13.17}$$

а вне вязкого подслоя — зависимостью

$$\vartheta^+ = \frac{\mathrm{Pr}_t}{\varkappa} \ln y^+ + C_q, \tag{13.18}$$

где Pr_t — турбулентное число Прандтля, $\varkappa$ — универсальная постоянная. Постоянная C_q зависит от физических свойств жидкости, формы и высоты элементов шероховатости, т. е. $C_q = \varphi(\mathrm{Pr}, k^+)$.

Местный теплообмен на шероховатой поверхности определяется по зависимости

$$\mathrm{St} = 1/U^+\vartheta^+, \tag{13.19}$$

где U^+, ϑ^+ — значения местной безразмерной скорости и температуры на внешней границе пограничного слоя.

Влияние шероховатости на теплоотдачу в значительной мере зависит от числа Pr (уравнение (13.17)). С увеличением числа Pr эта зависимость становится более существенной, так как сопротивление теплоотдаче сосредоточивается все ближе к стенке. В условиях шероховатости вязкий слой турбулизируется. Поэтому важной задачей с научной и практической точек зрения является определение оптимальной высоты шероховатости в зависимости от чисел Pr и Re.

Рассмотрим влияние чисел Pr_f на местную теплоотдачу труб в компактных пучках при разных значениях k. На рис. 13.25 приведены данные ИФТПЭ по местной теплоотдаче трубы в компактном шахматном пучке $1{,}25 \times 0{,}935$ в потоке трансформаторного масла при $\mathrm{Re}_f = 4 \cdot 10^4$, $\mathrm{Pr}_f = 84$ и разных k. Такая сложная картина распределения $K_f(k, \varphi)$ в отдельных зонах по периметру шероховатой трубы в потоке жидкости объясняется тем, что в лобовой части трубы поток соударяется с трубой и между бугорками шероховатости образуются застойные зоны, величина которых тем выше, чем больше k, поэтому в зоне $\varphi \approx 0 \div 30°$ величина K_f с $k = 1{,}2$ (кривая *3*) ниже K_f с $k = 0{,}2$ мм (кривая *2*). Дальнейший характер распределения K_f обусловливает совместное влияние Pr_f и шероховатости на нарастающий тепловой и гидродинамический пограничные слои до места отрыва потока. От $\varphi \approx 30°$ нарастает ламинарный пограничный слой и K_f уменьшается, однако под действием неодинаковой высоты шероховатости существенно изменяется характер K_f в остальной части трубы (при $\varphi \approx 30 \div 180°$). Если при $k = 0{,}2$ мм ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный при $\varphi \approx 70°$, то при $k = 1{,}2$ мм он смещается до $\varphi \approx 50°$ и в дальнейшем значительно интенсифицирует теплообмен. В рециркуляционной зоне создается сложное течение с малой скоростью потока и влияние шероховатости уменьшается.

В потоке воздуха нарастает более толстый тепловой пограничный слой, чем в потоках жидкостей со значительной вязкостью, поэтому для интенси-

фикации теплоотдачи целесообразно применять более высокую шероховатость.

Для определения оптимальной высоты шероховатости рассматривалось изменение зависимости $\alpha_ш/\alpha_т = f(k/d, \varphi)$ по периметру трубы при изменении числа Pr_f от 80 до 300. Получено, что в зоне ускорения потока жидкости оптимальной высотой шероховатости является $k/d \approx 10 \cdot 10^{-3}$, а в зоне замедления — $k/d \approx 25 \cdot 10^{-3}$. Анализ экспериментальных данных показал, что в зависимости от условий обтекания целесообразно, чтобы высота шероховатости изменялась по периметру трубы. Однако практическое изготовление такой трубы не технологично, поэтому рекомендуется применять среднюю оптимальную высоту шероховатости по периметру трубы.

По полученным значениям местной теплоотдачи шероховатых труб определялась средняя теплоотдача труб в первых и глубинных рядах пучков 1,25 × 0,935, 1,25 × 1,25 и 2,0 × 2,0. Кривые *1*, *2*, *3* на рис. 13.26 соответствуют глубинному ряду труб пучка 1,25 × 0,935 при $k/d = 0$; $15 \cdot 10^{-3}$ и $40 \cdot 10^{-3}$, а кривые *4*, *5* — первому ряду труб при $k/d = 0$ и $40 \cdot 10^{-3}$. С увеличением k/d средняя теплоотдача возрастает. Например, при $Re_f = 10^4$ и оптимальной высоте шероховатости увеличение теплоотдачи труб в глубинном ряду труб составляет 44%. На рис. 13.27 сопоставлены данные по средней теплоотдаче из наших и других [16, 17] работ в интервале изменения Re_f от $4 \cdot 10^2$ до $2 \cdot 10^6$, *a* от 1,25 до 2,0 и *b* от 0,935 до 2,0. При низких и средних числах Re_f теплоотдача труб под влиянием шероховатости увеличивается только в потоках вязких жидкостей, а в потоке воздуха (от $Re_f = 10^4 \div 7 \cdot 10^4$) — в зависимости от k/d. Увеличение теплоотдачи труб в глубинном ряду, например, при $Re_f = 10^5$ в компактном пучке 1,25 × 1,25 составляет 14%, а при $Re_f = 10^6$ — 75%.

Для расчета средней теплоотдачи шахматных пучков шероховатых труб в интервале Re_f от 10^3 до 10^5 получена зависимость

$$Nu_{fk} = 0{,}5(a/b)^{0{,}2} Re_f^{0{,}65} Pr_f^{0{,}36} (Pr_f/Pr_w)^{0{,}25} (k/d)^{0{,}1}, \qquad (13.20)$$

а в интервале Re_f от 10^5 до $2 \cdot 10^6$ —

$$Nu_{fk} = 0{,}1\ (a/b)^{0{,}2} Re_f^{0{,}8} Pr_f^{0{,}4} (k/d)^{0{,}15}. \qquad (13.21)$$

По этим зависимостям можно рассчитать среднюю теплоотдачу с точностью до ±20% при *a* от 1,25 до 2,0 *b* от 0,935 до 2,0, k/d от $6{,}67 \cdot 10^{-3}$ до $40 \cdot 10^{-3}$.

Под влиянием шероховатости изменяется характер течения в пограничном слое. Согласно работе [18], число Re, при котором осуществляется переход к критическому обтеканию, уменьшается от $Re_f \approx 2 \cdot 10^5$ для гладкой трубы до $Re_f \approx 2{,}5 \cdot 10^4$ при $k/d = 17 \cdot 10^{-3}$. Теплообмен при этом увеличивается на 50% по сравнению с гладкой поверхностью. Для течения потока с числами Re_f ниже критических шероховатость не влияет на перенос тепла.

Для определения влияния высоты шероховатости на теплоотдачу в потоках воздуха и жидкостей большой вязкости составлена функциональная зависимость $c_k = \varphi(k/d, Re_f, Pr_f)$ (рис. 13.28), где коэффициент

$$c_k = Nu_k/Nu \qquad (13.22)$$

выражает степень интенсификации теплообмена шероховатой поверхности Nu_k по сравнению с гладкой.

РИС. 13.25. Данные по местной теплоотдаче трубы в глубинном ряду шахматного пучка 1,25 × 0,935 в потоке трансформаторного масла при $Re_f = 4 \cdot 10^4$, $Pr_f = 84$

$k/d = 0$ (1), $6, 7 \cdot 10^{-3}$ (2), $40 \cdot 10^{-3}$ (3)

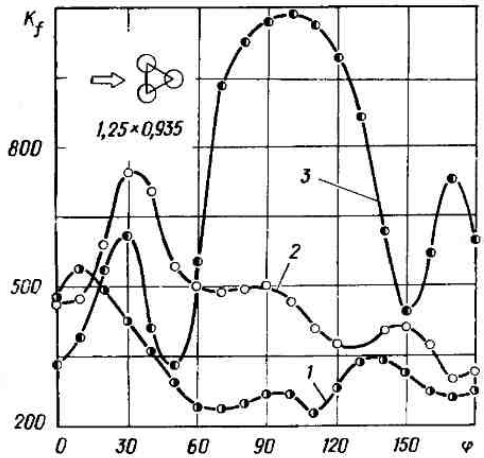


РИС. 13.26. Данные по средней теплоотдаче труб в разных рядах шахматного пучка в потоке трансформаторного масла

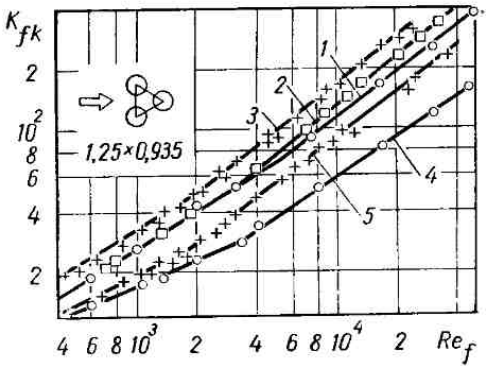
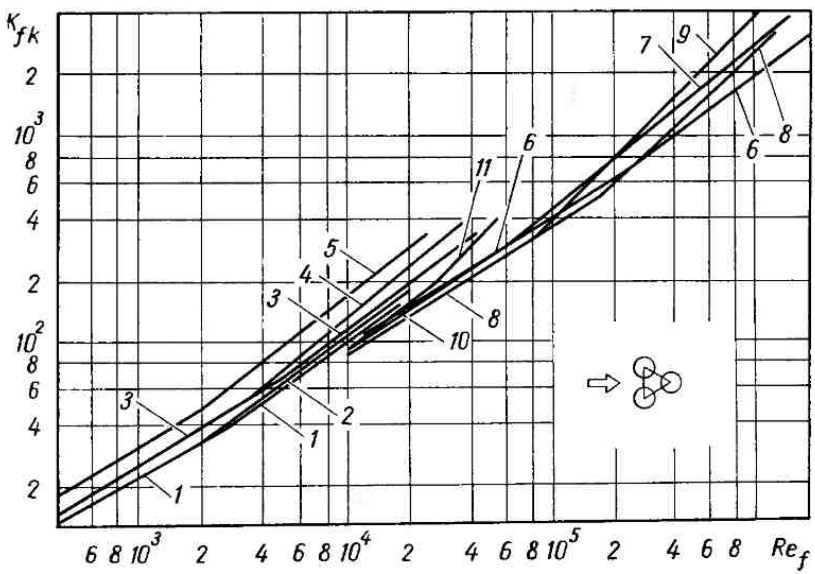


РИС. 13.27. Сравнение средней теплоотдачи шероховатых шахматных пучков труб

1, 2 — пучки 2,0 × 2,0 при $d = 30$ мм, $k/d = 0$ и $40 \cdot 10^{-3}$; 3, 4, 5 — 1,25 × 0,935 при $d = 30$ мм, $k/d = 0{,}15 \cdot 10^{-3}$ и $40 \cdot 10^{-3}$; 6, 7 — 1,25 × 1,25 при $d = 150$ мм, $k/d = 0$ и $8 \cdot 10^{-3}$ (данные ИФТПЭ); 8, 9 — 2,06 × 1,37 при $d = 51$ мм, $k/d = 0{,}04 \times 10^{-3}$ и $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ (данные [17]); 10, 11 — 2,0 × 2,0 при $d = 50$ мм, $k/d = 0$ и $6{,}4 \cdot 10^{-3}$ (данные [16])



Кривые *1—3* на рис. 13.28 получены при исследованиях компактных шероховатых пучков труб в потоках вязких жидкостей при $k/d = 6{,}7 \cdot 10^{-3}$, $15 \cdot 10^{-3}$ и $40 \cdot 10^{-3}$ соответственно, а кривые *4*, *5* — в потоке воздуха при $k/d = 10^{-3}$ и $8 \cdot 10^{-3}$. Из рис. 13.28 видно, что шероховатость в потоке вязкой жидкости начинает увеличивать среднюю теплоотдачу при меньших числах Re_f ($\mathrm{Re}_f \approx 10^3$, кривые *1—3*), чем в потоке воздуха ($\mathrm{Re}_f \approx 10^4$, кривые *4*, *5*), а c_k имеет более высокие значения.

В шахматных пучках труб увеличение теплообмена с помощью шероховатости вызывает рост коэффициента гидравлического сопротивления, поскольку на генерацию местных завихрений расходуется энергия движущего

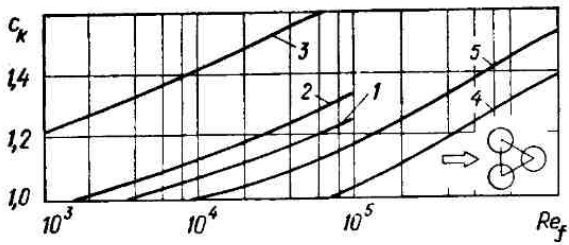


РИС. 13.28. Поправка на влияние шероховатости при расчете теплоотдачи трубы в шахматном пучке

потока. Выразив степень возросшего гидравлического сопротивления отношением $\mathrm{Eu}_k/\mathrm{Eu}$, получим характеристику, важную для конструирования теплообменников:

$$\eta = \frac{\mathrm{Nu}_k/\mathrm{Nu}}{\mathrm{Eu}_k/\mathrm{Eu}}. \tag{13.23}$$

Анализ функции $\eta = \varphi(\mathrm{Re}_f, \mathrm{Pr}_f, k/d, a \times b)$ показывает, что в пучках с $a \times b \geqslant 2{,}0 \times 2{,}0$ в потоке вязкой жидкости при $\mathrm{Pr}_f = 80 \div 300$ и $k/d = (0 \div 40) \cdot 10^{-3}$ величина η уменьшается от 1 до 0,92 а в компактных пучках с $a \times b \approx 1{,}25 \times 1{,}25$ и в пучках повышенной компактности с $a \times b \approx 1{,}25 \times 0{,}935$ — от 1 до 0,6 при $\mathrm{Re}_f \approx 10^3$ и от 1 до 0,75 при $\mathrm{Re}_f = 10^4 \div 10^5$. В потоке воздуха в указанных интервалах характерных параметров величина η еще меньше. Для интенсификации теплообмена в потоках жидкостей большой вязкости целесообразно применять шероховатость при плотной компоновке высотой $k \approx 0{,}4 \div 0{,}8$ мм, а в потоках воздуха — высотой $k \approx 0{,}8 \div 2$ мм.

13.7. Расчет средней теплоотдачи пучков

В предыдущих разделах этой главы показано, что средняя теплоотдача трубы в пучке зависит от положения по его глубине и для большинства пучков стабилизируется, начиная с третьего—четвертого рядов. Кроме того, разница в теплоотдаче труб первых и глубинных рядов зависит от числа Re_f, геометрических характеристик и компоновки пучка. На практике используются пучки труб с разным числом рядов по глубине. В многорядных пучках различия в теплоотдаче труб первых рядов меньше влияют на осредненную теплоотдачу всего пучка, чем в малорядных, где это влияние может быть значительным и его необходимо учитывать.

В общем случае осредненную теплоотдачу всего пучка можно рассчитать по зависимости

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \mathrm{Nu}_f c_\beta c_z c_k, \tag{13.24}$$

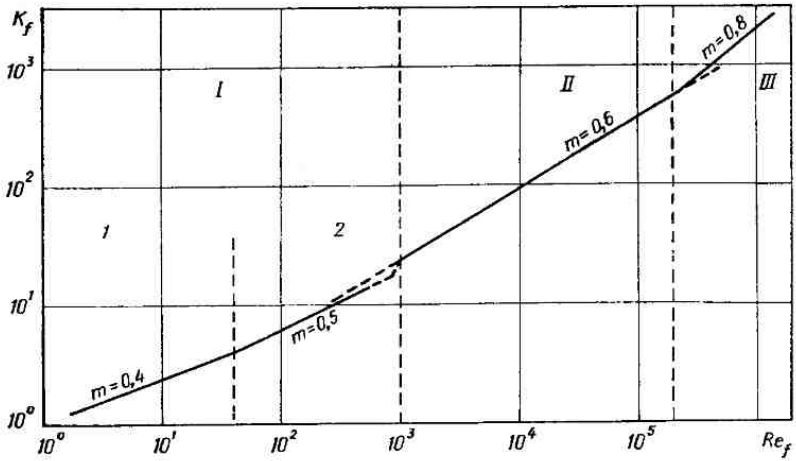


РИС. 13.29. К расчету теплоотдачи трубы в глубинном ряду гладкотрубных шахматных пучков при $\beta = 90°$

I: 1) $Nu_f = 1{,}04 Re_f^{0,4} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$,

2) $Nu_f = 0{,}71 Re_f^{0,5} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$;

II: $Nu_f = 0{,}35 (a/b)^{0,2} Re_f^{0,6} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$ при $a/b < 2$,

$Nu_f = 0{,}40 Re_f^{0,60} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$ при $a/b > 2$;

III: $Nu_f = 0{,}031 (a/b)^{0,2} Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$

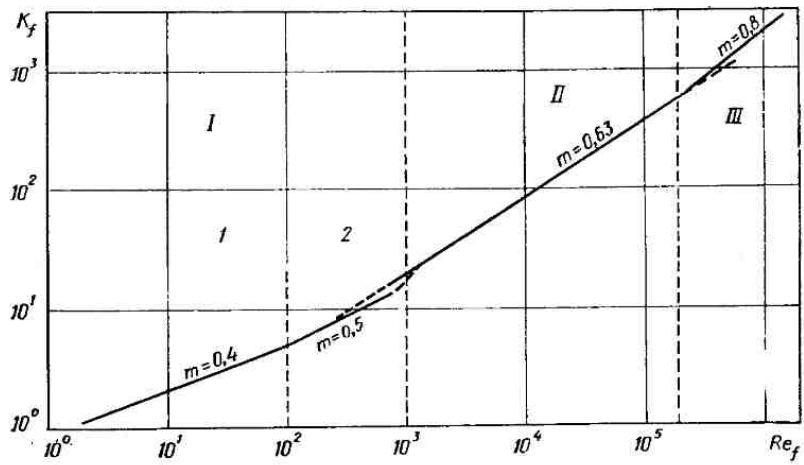


РИС. 13.30. К расчету теплоотдачи трубы в глубинном ряду гладкотрубных коридорных пучков при $\beta = 90°$

I: 1) $Nu_f = 0{,}9 Re_f^{0,4} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$,

2) $Nu_f = 0{,}52 Re_f^{0,5} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$;

II: $Nu_f = 0{,}27 Re_f^{0,63} Pr_f^{0,36} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$;

III: $Nu_f = 0{,}033 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}$

где Nu_f — теплоотдача трубы в глубинном ряду поперечно-обтекаемых гладкотрубных пучков при $\beta = 90°$; c_β — коэффициент, учитывающий уменьшение осредненной теплоотдачи вследствие уменьшения угла атаки; c_z — коэффициент, учитывающий зависимость осредненной теплоотдачи от числа рядов пучка; c_k — коэффициент, учитывающий увеличение теплоотдачи шероховатых труб. Обобщение данных, а также их анализ, приведенный в предыдущих разделах, показали, что при практических рекомендациях для расчета теплоотдачи трубы в пучке целесообразно установить отдельные зависимости для характерных зон по числам Re_f. Для расчета Nu_f следует

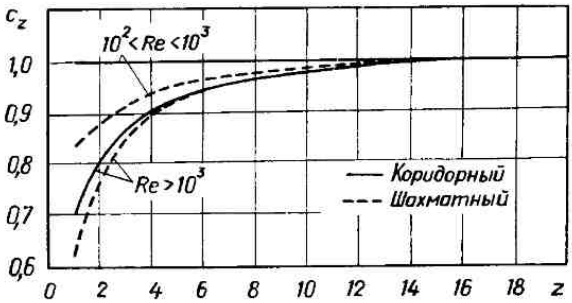


РИС. 13.31. Поправка на число рядов при расчете осредненной теплоотдачи пучков труб

использовать зависимости, приведенные на рис. 13.29 и 13.30. За определяющую температуру следует принимать среднюю температуру потока по глубине пучка, за температуру поверхности — осредненную температуру поверхности для всех труб пучка, за определяющую скорость — среднюю скорость в наименьшем проходном сечении пучка, за определяющий размер — диаметр трубы.

Коэффициент c_β следует определять по рис. 13.24, а коэффициент c_z — по рис. 13.31, на котором кривые c_z в функции от числа рядов построены при использовании имеющегося экспериментального материала по теплоотдаче труб в разных рядах пучков различной компоновки и геометрии при изменяющихся числах Re_f. Из рис. 13.31 видно, что $c_z = 1$ только для пучков с числом продольных рядов, большим 16, т. е. только осредненная теплоотдача труб всего 16-рядного пучка равна теплоотдаче труб глубинного ряда пучка. Поправка на число рядов зависит от числа Re_f.

Коэффициент c_k следует определять по рис. 13.28, придерживаясь ограничений, указанных в разд. 13.6.

Глава 14

ТЕПЛООТДАЧА И ОБТЕКАНИЕ ОРЕБРЕННЫХ ТРУБ

14.1. Пучки оребренных труб

Со второй половины шестидесятых годов развитие отечественных теплообменных аппаратов получило принципиально новое направление — был взят курс на создание эффективных теплообменников с развитой поверхностью теплообмена. Широкое применение разнообразных оребренных поверхностей нагрева является в настоящее время одной из важнейших задач при создании теплообменного оборудования для ТЭС, АЭС, промышленных комплексов, транспортных средств, холодильной техники и других важных отраслей народного хозяйства.

Со времени ввода в эксплуатацию первых теплообменников с оребренными трубами многое достигнуто в области технологии. Оребрение бывает различного вида (рис. 14.1), однако на практике чаще всего применятся две конфигурации оребренной трубы: с радиальными и со сплошными ребрами. В технической литературе имеются данные по изготовлению и эксперименталь-

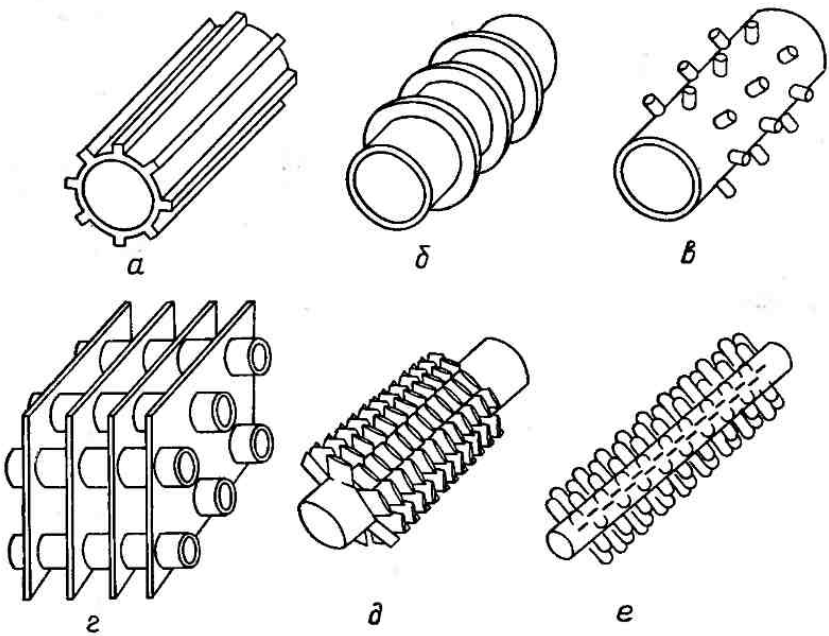


РИС. 14.1. Характерные оребрения труб

а — продольные ребра, *б* — радиальные ребра, *в* — труба с шипами, *г* — сплошные ребра, *д* — ребра эллиптического сечения, *е* — проволочное оребрение

ному исследованию теплообменников с плоскими, волнистыми и канавчатыми сплошными ребрами. Оребренные поверхности внедряются с целью повышения теплообменных способностей и коэффициента полезного действия рекуперативных теплообменников, особенно при обтекании снаружи газами. Установлено, что в потоках вязких жидкостей наиболее эффективна малая высота ребер.

14.2. Теплопроводность оребренной трубы

При распространении теплового потока от внутренней стороны трубы к наружной температура ребра по его высоте падает.

Если при увеличении высоты ребра на вершине достигается температура внешнего потока жидкости, то дальнейшее увеличение высоты ребра становится невыгодным. Таким образом, предельное условие увеличения теплоотвода ребра может быть описано уравнением

$$dQ/dr = 0. \qquad (14.1)$$

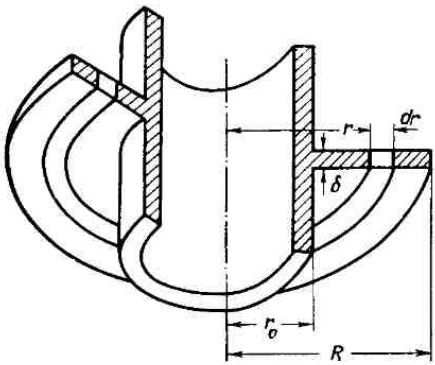


РИС. 14.2. Схема ребра постоянной толщины на круглой трубе

Из его решения для продольного ребра прямоугольного профиля при условии, что коэффициенты теплоотдачи и теплопроводности ребра по его высоте, а также температура по толщине ребра — величины постоянные, следует, что

$$1/\alpha = \delta/2\lambda. \qquad (14.2)$$

Левая часть ревенства представляет собой термическое сопротивление теплоотдачи ребра, правая — термическое сопротивление теплопроводности ребра, соответствующее половине его толщины. Если оба эти сопротивления равны, оребрение невыгодно.

Считается выгодным оребрять поверхности, если

$$2\lambda/\alpha\delta > 5. \qquad (14.3)$$

Но на практике выгодность оребрения часто определяют и такие факторы, как гидравлическое сопротивление ребристой поверхности, вес и габариты теплообменного аппарата, что также необходимо учитывать.

Рассмотрим процесс теплопроводности труб с круглым ребром постоянной толщины δ (рис. 14.2). Ввиду сложности исследуемого вопроса в аналитическом его рассмотрении принимается, что теплопроводность ребра, температура охлаждающей среды, коэффициент теплоотдачи по всей поверхности ребра и температура основания ребра постоянны. Следует заметить, что более серьезного внимания заслуживают лишь последние две предпосылки.

Температуру окружающей среды t_f условно принимаем равной нулю. Температура ребра изменяется лишь в направлении радиуса $t = f(r)$. У основания и на вершине ребра температура соответственно равна t_1 и t_2. Коэффициент теплоотдачи на поверхности ребра равен α. Для элементарного кольца с радиусами r и $r + dr$ при стационарном режиме можем

записать:

$$Q_r - Q_{r+dr} = dQ, \tag{14.4}$$

$$Q_r = -2\pi\lambda\delta_r \frac{d\vartheta}{dr}, \tag{14.5}$$

где

$$\vartheta = t - t_f,$$

$$Q_{r+dr} = Q_r + \frac{dQ_r}{dr} dr = -2\pi\lambda\delta \left(\frac{d\vartheta}{dr} r + \frac{d^2\vartheta}{dr^2} r\, dr + \frac{d\vartheta}{dr} dr \right), \tag{14.6}$$

$$Q_r - Q_{r+dr} = dQ = 2\pi\lambda\delta \left(\frac{d^2\vartheta}{dr^2} r\, dr + \frac{d\vartheta}{dr} dr \right). \tag{14.7}$$

Но, с другой стороны, от элемента кольца ребра к окружающей среде передается тепловой поток

$$dQ = 2\alpha\vartheta 2\pi r\, dr. \tag{14.8}$$

Приравняв правые части уравнений (14.7), (14.8) и сократив, получим

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\vartheta}{dr} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta}\vartheta = 0. \tag{14.9}$$

Обозначив $\sqrt{2\alpha/\lambda\delta} = \beta$ и $\beta r = z$, будем иметь

$$\frac{d^2\vartheta}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{d\vartheta}{dz} - \vartheta = 0. \tag{14.10}$$

Выражение (14.10) представляет собой уравнение Бесселя, имеющее общее решение вида

$$\vartheta = C_1 I_0(z) + C_2 K_0(z), \tag{14.11}$$

где $I_0(z) = I_0(\beta r)$ и $K_0(z) = K(\beta r)$ — бесселевы функции мнимого аргумента нулевого порядка; C_1, C_2 — константы интегрирования.

Проведем расчет для случая охлаждения ребра без учета теплообмена на торце. В этом случае граничное условие на торце

$$\left(\frac{d\vartheta}{dr}\right)_{r=R} = 0. \tag{14.12}$$

При этом уравнения распределения температуры будут следующие:

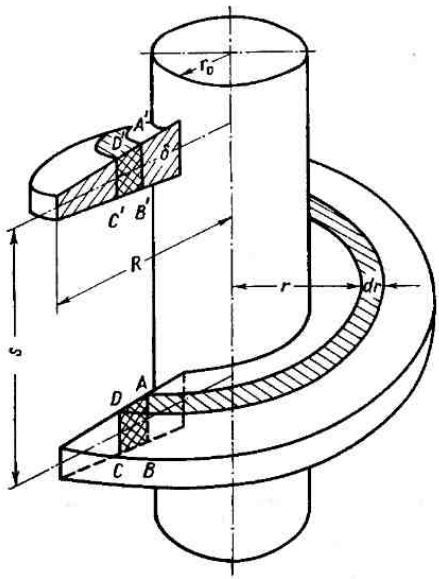
$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{I_0(\beta r) K_1(\beta R) + I_1(\beta R) K_0(\beta r)}{I_0(\beta r_0) K_1(\beta R) + I_1(\beta R) K_0(\beta r_0)}, \tag{14.13}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{I_0(\beta R) K_1(\beta R) + I_1(\beta R) K_0(\beta R)}{I_0(\beta r_0) K_1(\beta R) + I_1(\beta R) K_0(\beta r_0)}, \tag{14.14}$$

где $\vartheta_1 = t_1 - t_f$, $\vartheta_2 = t_2 - t_f$.

Теплообмен на торце в этом случае можно учитывать упрощенно с достаточной степенью точности, условно увеличивая высоту ребра на половину его толщины.

При решении вопросов теплопроводности спиральных ребер (рис. 14.3) принимают те же упрощающие условия, которые были перечислены при выводе дифференциального уравнения для круглых ребер.



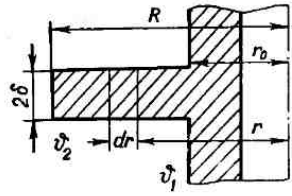


РИС. 14.4. Ребро прямоугольного профиля

←

РИС. 14.3. Непрерывное спиральное ребро трапециевидного профиля

Основное дифференциальное уравнение для спиральных ребер с трапециевидным сечением также получается путем составления теплового баланса спиралеобразного элемента высотой dr между сечениями $AA'D'D$ и $CC'B'B$.

Рассмотрим частный случай [1], когда ребро имеет прямоугольное сечение, т. е. постоянную по высоте толщину (рис. 14.4): $d\delta/dr = 0$. При этом условии основным дифференциальным уравнением будет следующее:

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{r}{s'^2 + r^2}\frac{d\vartheta}{dr} - \beta^2\vartheta = 0, \tag{14.15}$$

где $\frac{r}{s'^2 + r^2}\frac{d\vartheta}{dr}$ — кривизна спирали, $s' = s/2\pi$.

Общее решение этого уравнения для температуры по ребру имеет вид

$$\vartheta = (s'^2 + r^2)^{-1/4}\left[\vartheta_1 (s'^2 + r_0^2)^{1/4}\frac{\operatorname{sh}\beta(R-r)}{\operatorname{sh}\beta(R-r_0)} - \vartheta_2 (s'^2 + R^2)^{1/4}\frac{\operatorname{sh}\beta(R-r)}{\operatorname{sh}\beta(R-r_0)}\right]. \tag{14.16}$$

Количество тепла, отдаваемое спиральным ребром, определяется, как и для круглого ребра, из условия, что весь расход тепла проходит через площадь основания ребра. В данном случае площадь основания подсчитывается по формуле

$$f_0 = 2\delta(r)\sqrt{s^2 + (2\pi r_0)^2}. \tag{14.17}$$

Окончательно количество передаваемого тепла выражается уравнением

$$Q = 4\pi\lambda\delta(s'^2 - r_0^2)^{1/2}[\beta\left\{\vartheta_1\left(\operatorname{cth}[\beta(R-r_0)] + \vartheta_2\left(\frac{s'^2 + R^2}{s'^2 + r_0^2}\right)^{1/4}\operatorname{cosech}[\beta(R-r_0)]\right\}. \tag{14.18}$$

14.3. Эффективность ребра

Если поверхность теплоотдачи одной стороны стенки увеличить с помощью металлических ребер, то следует ожидать, что тепловой поток, относящийся к единице поверхности стенки, несущей оребрение, увеличится прямо пропорционально площади поверхности теплоотдачи. Однако ввиду наличия температурного градиента на ребре эффективный температурный напор снизится. Поэтому общее увеличение теплового потока будет меньше ожидаемого.

Для более удобного расчета теплопередачи оребренной поверхности введено понятие коэффициента эффективности ребра, иногда называемого коэффициентом полезного действия ребра. Этот коэффициент показывает степень интенсификации теплообмена путем оребрения данной поверхности.

Коэффициентом эффективности ребра называют отношение количества тепла, переданного ребристой поверхностью, к тому количеству тепла, которое могло бы передаваться в случае бесконечной теплопроводности того же ребра.

Если количество тепла, отданное от поверхности ребра к обтекающей жидкости, представить в виде

$$Q = \int_0^{F_р} \alpha\vartheta\, dF_р, \tag{14.19}$$

где α — коэффициент теплоотдачи ребра, то, принимая теплопроводность ребра бесконечной, с учетом условия постоянства коэффициента теплоотдачи по всей поверхности ребра и температуры окружающей среды получим, что температура поверхности ребра будет приближаться к температуре у его основания ϑ_1. Тогда

$$Q = \vartheta_1 \int_0^{F_р} \alpha\, dF_р. \tag{14.20}$$

Из уравнений (14.19) и (14.20) находим выражение для коэффициента эффективности ребра:

$$E = \int_0^{F_р} \alpha\vartheta\, dF_р / \vartheta_1 \int_0^{F_р} \alpha\, dF_р. \tag{14.21}$$

Приняв величину α постоянной, получим

$$E = \vartheta/\vartheta_1, \tag{14.22}$$

откуда видно, что в качестве коэффициента эффективности ребра можно принимать отношение средней разности температур оребренной поверхности и окружающей среды к разности температур поверхности, несущей оребрение, и окружающей среды. Из уравнений (14.19) и (14.22) находим

$$Q = \alpha\vartheta_1 E F_р. \tag{14.23}$$

Рассмотрим методы расчета эффективности ребра E для наиболее характерных развитых поверхностей. Эффективность продольного ребра прямо-

угольного профиля (см. рис. 14.1, а) можно определить по зависимости

$$E = \mathrm{th}x/x, \tag{14.24}$$

где $x = \beta h$, $\beta = \sqrt{2\alpha/\lambda\delta}$, $h = R - r_0$.

Для продольных ребер других видов (треугольного, вогнутого и выпуклого параболического) решения аналитических выражений приводятся в виде графиков $E = f(\beta h)$ [2, 3]. Зависимость (14.24) часто применяется для расчета эффективности круглых ребер.

На рис. 14.5 приведен график коэффициента эффективности, рассчитанного для круглых ребер постоянной толщины в зависимости от параметра βh, который используется и при расчетах эффективности спиральных ребер. Коэффициент эффективности ребра E определяется в зависимости от $\beta h' = \sqrt{2\alpha/\lambda\delta}h'$ и D/d. Здесь h' — условная высота ребра, принимаемая для оценки теплоотдачи торца ребра при расчете коэффициента E и определяемая из условия, что высота ребра увеличивается на половину ее толщины. Так, для трапециевидного ребра

$$h' = h + (\delta_1 + \delta_2)/2. \tag{14.25}$$

Сравнение коэффициентов эффективности круглых ребер прямоугольного и сужающегося профилей показывает, что при одной и той же высоте обоих ребер и одинаковых поперечных сечениях f_0 эффективность сужающегося ребра выше, причем с увеличением параметра βh эта разница возрастает.

Использование в расчетах теплопередачи оребренных труб коэффициента эффективности ребра позволяет отказаться от сложных аналитических выражений и прийти к более простому и удобному для практического использования виду расчета.

Так, если принять, что температура жидкости, окружающей оребренную трубу, равна 0, то в соответствии с уравнением (14.23) количество тепла, отдаваемого поверхностью ребра,

$$Q_р = \alpha t_1 E F_р. \tag{14.26}$$

Соответственно тепло, отдаваемое гладкой частью оребренной трубы,

$$Q_{тр} = \alpha_0 t_1 F_{тр}. \tag{14.27}$$

Тогда общее количество тепла

$$Q = Q_р + Q_{тр} = \alpha t_1 E F_р + \alpha_0 t_1 F_{тр}. \tag{14.28}$$

Если в качестве коэффициента теплоотдачи условно ввести осредненное его значение $\alpha_{пр}$, учитывающее теплоотдачу от поверхности ребра и от поверхности неоребренной части трубы, а также эффективность работы ребра, то получим общее количество тепла, отдаваемое оребренной поверхностью,

$$Q = \alpha_{пр} t_1 F, \tag{14.29}$$

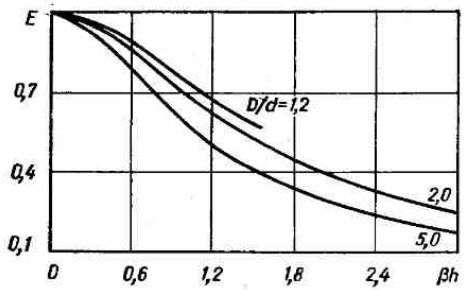
где

$$\alpha_{пр} = \alpha E F_р/F + \alpha_0 F_{тр}/F, \tag{14.30}$$

$$F_{тр}/F = 1 - F_р/F. \tag{14.31}$$

Приняв, что $\alpha_0 \approx \alpha$, получим

$$\alpha_{пр} = \alpha\left[\frac{F_р}{F}E + \left(1 - \frac{F_р}{F}\right)\right] = \alpha\left[1 - (1 - E)\frac{F_р}{F}\right]. \tag{14.32}$$



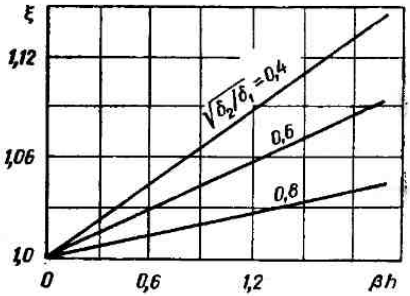


РИС. 14.5. Зависимость коэффициента эффективности круглых поперечных ребер прямоугольного профиля от βh

РИС. 14.6. Зависимость коэффициента ξ, учитывающего изменение толщины трапециевидных ребер, от параметров βh и δ_2/δ_1

Приведенный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{пр}$ учитывает термическое сопротивление теплопроводности, обусловленное формой, сечением, материалом ребра, термическое сопротивление конвективной теплоотдачи при омывании оребренной поверхности теплоносителем и эффективность теплоотдачи ребра. В экспериментальной практике приведенный коэффициент теплоотдачи определяется по зависимости

$$\alpha_{пр} = Q/F\vartheta_1. \tag{14.33}$$

Часто встречаемая на практике трапециевидная форма сечения ребра в расчетах эффективности может быть учтена при помощи поправочного коэффициента ξ, который в зависимости от параметров βh и δ_2/δ_1 можно определить по графику на рис. 14.6.

Для расчета передачи тепла через оребренную трубу между двумя теплоносителями (рис. 14.7) можно записать следующие уравнения:

$$Q = \alpha_{вн} F_{вн} (t_{f1} - t_{вн}), \tag{14.34}$$

$$Q = \frac{2\pi l\lambda (t_{вн} - t_1)}{\ln (d/d_{вн})}, \tag{14.35}$$

$$Q = \alpha_{пр} F (t_1 - t_{f2}). \tag{14.36}$$

Из уравнений (14.34) — (14.36) получаем

$$Q = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\dfrac{1}{\alpha_{вн} F_{вн}} + \dfrac{1}{2\pi l\lambda} \ln \dfrac{d}{d_{вн}} + \dfrac{1}{\alpha_{пр} F}}. \tag{14.37}$$

Если отнести поток тепла к единице полной поверхности оребренной трубы, то получим

$$Q/F = q = k (t_{f1} - t_{f2}), \tag{14.38}$$

где $k = \left(\dfrac{1}{\alpha_{вн}} \dfrac{F}{F_{вн}} + \dfrac{F}{2\pi l\lambda} \ln \dfrac{d}{d_{вн}} + \dfrac{1}{\alpha_{пр}} \right)^{-1}$.

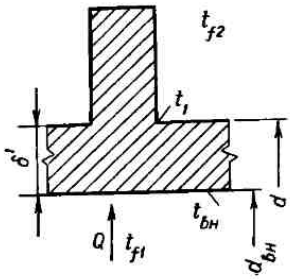


РИС. 14.7. Схема оребренной трубы

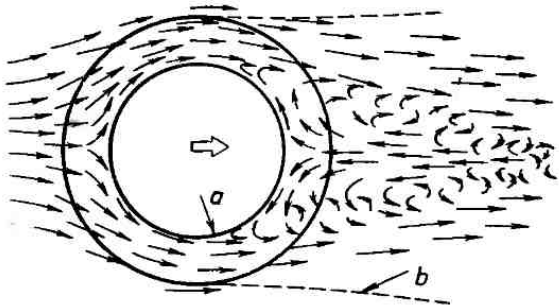


РИС. 14.8. Картина обтекания оребренной трубы

а — место отрыва потока, *б* — приблизительные границы увеличенной турбулентности

Если же тепловой поток отнести к единице поверхности несущей трубы F_1, то

$$Q/F_1 = q_1 = k_1 (t_{f1} - t_{f2}), \tag{14.39}$$

где $k_1 = \left(\frac{1}{\alpha_{вн}} \frac{F_1}{F_{вн}} + \frac{F_1}{2\pi l \lambda} \ln \frac{d}{d_{вн}} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F} \right)^{-1}$.

На практике в большинстве случаев толщина стенки трубы мала по сравнению с ее диаметром. В этом случае при расчетах пользуются упрощенными формулами. Приняв, что $d/d_{вн} \to 1$, и разложив величину $\ln (d/d_{вн})$ в ряд, ограничимся первым членом ряда

$$\ln \frac{d}{d_{вн}} = \frac{2\delta'}{d_{вн}}. \tag{14.40}$$

Затем приняв, что $F_{вн} \approx F_1$, получим упрощенные формулы коэффициентов теплопередачи оребренной трубы для обоих случаев:

$$k_1 = \left(\frac{1}{\alpha_{вн}} \frac{F}{F_1} + \frac{\delta'}{\lambda} \frac{F}{F_1} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \right)^{-1}. \tag{14.41}$$

$$k_1 = \left(\frac{1}{\alpha_{вн}} + \frac{\delta'}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F} \right)^{-1}. \tag{14.42}$$

14.4. Особенности обтекания оребренных пучков труб

Приведенные решения, учитывающие влияние формы ребра, толщины, высоты и теплопроводящих свойств материала, из которого оно выполнено, на распределение температур и теплового потока по поверхности ребра, получены на основе аналитических решений задач о теплопроводности оребренной трубы. В этих решениях не учитываются условия гидродинамического обтекания оребренной поверхности и связанное с этим влияние на распределение температур по ребру. Поэтому практическое применение этих решений для расчета теплоотдачи оребренной трубы и тем более пучков из таких труб ограничено.

Условия обтекания и распределения температурного поля в пучках оребренных труб сложны, разнообразны и зависят от многочисленных тепловых гидродинамических и других факторов. С другой стороны, пучок оребренных труб представляет собой комплекс сложной формы обтекаемых извне

элементов, теплоотдача которых зависит от целого ряда геометрических и других параметров.

При поперечном обтекании труб распределение скоростей и температур в межреберном пространстве зависит от характера течения в нем. Поэтому теплоотдачу поперечно-обтекаемого элемента по окружности принято делить на три зоны — ламинарную, турбулентную и вихревую. О сложности процесса в этом случае говорит и тот факт, что даже для геометрически простых одиночных элементов, например для круглой трубы, характеризуемой размерами d и L, распределение температур и скоростей по периметру удается аналитически описать только в зоне до отрыва пограничного слоя.

Поперечное обтекание пучка тел — процесс еще более сложный. Условия обтекания передних и глубинных рядов пучка значительно различаются. Турбулентность набегающего потока увеличивается по течению и, начиная с четвертого ряда, стабилизируется. Общие черты картины обтекания оребренной трубы, характерные как для передних, так и для глубинных рядов пучка, отмечены на рис. 14.8.

Как видно, отрыв потока наблюдается за половиною обтекаемого периметра трубы. Вслед за отрывом наступает клинообразная зона завихрения. По ее оси имеет место сильная возвратная струя, воздействующая на оребренную трубу аналогично набегающему потоку. Возвратная струя обтекает поверхность оребренной трубы вплоть до срыва струи основным потоком. Большая завихренность и турбулентность потока на середине клина быстро диффундируют в основной поток. С продвижением в глубь пучка турбулентность клинообразного потока быстро увеличивается и примерно от четвертого ряда начинает сильно воздействовать на весь отрывающийся поток.

Сравнение характера обтекания первого и глубинного рядов указывает на некоторое различие. Набегающий на глубинный ряд поток имеет значительную турбулентность, поэтому по сравнению с трубой в первом ряду точка отрыва на трубе глубинного ряда несколько сдвинута вниз по течению. Клинообразный поток более узок, и возвратная струя имеет более сложную конфигурацию.

При обтекании оребренной трубы картина обтекания у поверхности несущей трубы тем ближе к обтеканию неоребренной трубы, чем, естественно, ниже высота ребра и чем больше расстояние между ребрами. При росте высоты ребра и уменьшении расстояния между ребрами течение между ними все больше приобретает характер щелевого течения.

14.5. Выбор определяющих параметров

При выборе чисел подобия необходимо принимать определяющий линейный размер. До сих пор нет единого мнения относительно наиболее рационального определяющего размера для пучков оребренных труб. Исходя из удобств вычисления, многие авторы за определяющий размер принимают диаметр трубы d, несущей оребрения. В ряде работ с этой целью применяется эквивалентный диаметр

$$d_э = 4f/P, \tag{14.43}$$

где f — проходное поперечное сечение пучка, P — смачиваемый периметр (рис. 14.9). Последний удобно вводить для теплообменников с постоянным по ходу потока поперечным сечением f в том случае, когда на распределение скорости по сечению основное влияние оказывает трение. В работе [4] пред-

лагается следующее выражение $d_э$ для ребристых пучков:

$$d_э = \left[\frac{4}{\pi}\frac{s_1}{d}\frac{s_2}{d} - 1\right]\frac{F_1}{F}d, \qquad (14.44)$$

а в работе [5] —

$$d_э = \frac{2\,[s\,(s_1 - d) - 2\delta h]}{2h + s}. \qquad (14.45)$$

Иногда в качестве определяющего размера принимаются шаг ребра, длина обтекания, равноповерхностный диаметр или некоторая условная величина l. Применение равноповерхностного диаметра удобно тем, что и неоребренная, и оребренная трубы с одинаковой внешней поверхностью будут иметь диаметр, выражаемый зависимостью [4]:

$$d_F = Fd/F_1. \qquad (14.46)$$

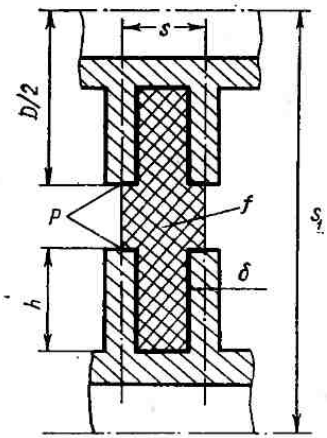


РИС. 14.9. К определению эквивалентного диаметра

Условная величина l [5] учитывает участки несущей трубы между ребрами и плоское оребрение, подобное каналам с характерным размером:

$$l = \frac{F_{тр}}{F}d + \frac{F_р}{F}\sqrt{0{,}785\,(D^2 - d^2)} \qquad (14.47)$$

Все вышеприведенные выражения определяющего размера применяются при обобщении экспериментальных данных. За определяющий размер нами принят несущий диаметр оребренной трубы.

Существуют разные мнения относительно выбора при обработке экспериментальных данных тех или иных геометрических безразмерных параметров оребрения. Принимаются параметры h/d, δ/d, d/s, h/s и др. Особый интерес при решении этого вопроса представляет относительная глубина межреберной полости h/s. Установлено, что при некоторых значениях h/s происходит процесс образования застойных зон, которые исключают часть поверхности из активного теплообмена.

По некоторым представлениям оптимальное расстояние между ребрами должно быть не менее двойной толщины пограничного слоя. Для ламинарного потока эту величину можно определить методами, изложенными в гл. 5, а для турбулентного потока — методами, изложенными в гл. 7. Оптимальное расстояние между ребрами в ламинарном и турбулентном потоках неодинаково.

Симплекс h/s тесно связан с коэффициентом оребрения ε, который тоже применяется в качестве независимого переменного и достаточно полно отражает влияние геометрических параметров оребрения на теплоотдачу.

При поперечном обтекании тел для определения чисел подобия очень важен подбор определяющей скорости. В качестве определяющей скорости принимают скорость потока перед трубой U_0, скорость в наиболее узком сечении потока $\bar{u}$ и среднюю скорость потока $u_{ср}$.

При поперечном обтекании трубы от $\varphi = 0°$ до $\varphi = 90°$ скорость потока возрастает от U_0 до $\bar{u}$ за счет сужающегося поперечного проходного сечения. В интервале $90° < \varphi < 180°$ имеет место обратная картина изменения скорости.

Следует отметить, что в экспериментальной практике исследования теплоотдачи пучков оребренных труб использование скорости $u_{ср}$ не получило распространения. Чаще всего в качестве определяющей скорости используется скорость потока в наиболее узком сечении пучка по поперечному или по диагональному шагу (если последний меньше).

Применяемая в обобщениях максимальная скорость не всегда точно отражает характер исследуемого процесса, особено в тех случаях, когда эта скорость во многом отличается от скорости набегающего потока (т. е. при более плотных компоновках пучка). В качестве определяющей правильнее было бы принимать осредненную скорость между двумя трубами в участке от лобовой точки на оребренной трубе до $\varphi = 90°$.

14.6. Гидравлическое сопротивление пучков оребренных труб

Изучение гидродинамики потока, определяющей интенсивность теплоотдачи на внешних оребренных поверхностях, требует особого внимания. Раскрытие картины течения потока вокруг трубы дает возможность более обоснованно объяснить изменение локальных коэффициентов теплоотдачи и служит составной частью решения вопроса о гидравлическом сопротивлении всего пучка оребренных труб.

Сопротивление пучка оребренных труб, как известно, является функцией скорости потока, конфигурации пучка, геометрических параметров оребрения и физических параметров обтекающей жидкости. Если поток теплоносителя практически изотермический, то перепад давления на пучке функционально можно выразить зависимостью

$$\Delta p = f\,(u,\ d,\ s,\ h,\ \delta,\ s_1,\ s_2,\ z,\ \mu,\ \rho). \qquad (14.48)$$

Введя в нее безразмерные числа подобия и приняв в качестве параметров оребрения отношения h/d и s/d, а в качестве параметров конфигурации пучка — относительные шаги, получим

$$\mathrm{Eu} = \varphi\,(\mathrm{Re},\ h/d,\ s/d,\ s_1/d,\ s_2/d,\ z). \qquad (14.49)$$

Как известно, при обтекании пучков оребренных труб доля поверхностного трения в общем сопротивлении пучка значительно больше, чем в случае гладкотрубного пучка.

Сопротивление в пучках пропорционально числу продольных рядов и зависит от степени расширения и величины межтрубного и межреберного пространства на пути основного потока, в которых возникающие вихри гасятся плоскостями ребер, что ведет к потере кинетической энергии. Наибольшие удельные потери кинетической энергии приходятся на первый и последний ряды, что следует учитывать при определении сопротивления в пучке с малым числом рядов труб.

Из экспериментального материала известно, что с увеличением числа Re число Eu для пучков постепенно снижается и при определенном для каждого пучка значении числа Рейнольдса переходит в зависимость, соответствующую процессу автомодельного характера, при котором число Eu не зависит от Re. Это означает, что закон пропорциональности между скоростью потока и сопротивлением меняется.

Изучение сопротивления гладкотрубных пучков в области высоких Re показало (см. гл. 12), что для всех исследованных пучков в области Re =

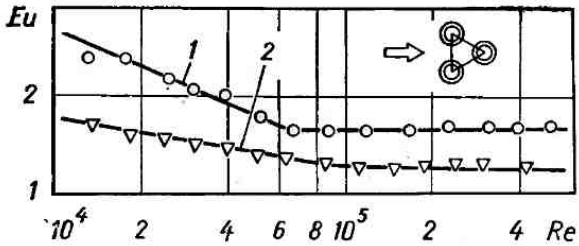


РИС. 14.10. Гидравлическое сопротивление пучков оребренных труб

1 — $a \times b = 2{,}38 \times 1{,}46$, $d \times s \times h = 32 \times 4 \times 13{,}5$; 2 — $a \times b = 4{,}13 \times 1{,}46$, $d \times s \times h = 23 \times 6{,}5 \times 10$

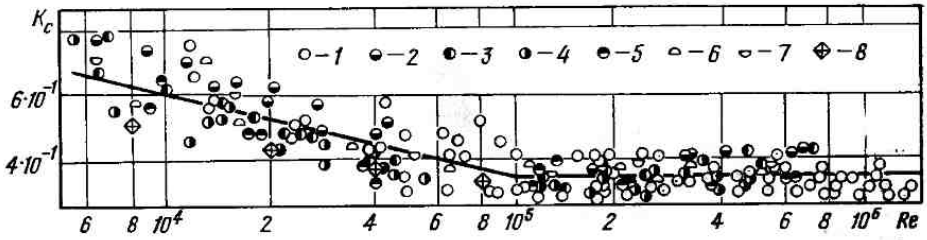


РИС. 14.11. Зависимость от Re гидравлического сопротивления K_c разных пучков при их шахматном расположении

1 — $2{,}2 \times 1{,}3$; 2 — $2{,}67 \times 1{,}46$; 3 — $2{,}97 \times 1{,}65$; 4 — $4{,}04 \times 1{,}98$; 5 — $2{,}74 \times 1{,}64$; 6 — $3{,}74 \times 2{,}01$; 7 — $2{,}67 \times 1{,}46$; 8 — $4{,}13 \times 1{,}46$

$= 2 \cdot 10^5$ характерен переход в зависимость автомодельного характера, т. е. переход к развитому турбулентному обтеканию, причем зона этого перехода зависит от величины межтрубного пространства. В тесных пучках ($a \times b < 1{,}7$) автомодельный характер наступает раньше, а в менее тесных ($a \times b > 1{,}7$) переход затягивается.

В пучках оребренных труб в силу влияния большого числа факторов переход к автомодельному характеру более сложный. В исследованиях Ю. Стасюлявичюса и А. Скрински [6] этот переход наступал несколько раньше, чем в гладкотрубном пучке, и в более широкой области чисел Re (от $6 \cdot 10^4$ до $1{,}9 \cdot 10^5$). Проведенный анализ экспериментальных результатов показал, что при $\mathrm{Re} = (6 \div 7) \cdot 10^4$ и более плотной компоновке пучка переход его сопротивления к автомодельному наступает раньше, поскольку происходит интенсивное вихреобразование.

Уменьшение шага ребра приводит к эффективному распаду потока в пучке на отдельные струйки, что, видимо, способствует успокоению завихряющегося потока, и переход к развитому турбулентному обтеканию затягивается.

Область обтекания до наступления развитой турбулентности потока, как и при неоребренных пучках, является областью докритического обтекания. Сопротивление пучка в этой зоне описывается степенным законом.

На рис. 14.10 представлены некоторые характерные опытные результаты исследования сопротивления шахматных пучков в зависимости от параметров оребрения. Сопротивление пучка возрастает с повышением высоты ребра при одном и том же s, а также с уменьшением шага ребра при одном и том же h. Эта закономерность в одинаковой мере наблюдается в обеих областях обтекания. Сравнение результатов измерения сопротивления пучков с разной компоновкой труб в обеих областях обтекания показывает, что сопротивле-

ние прямо пропорционально плотности компоновки пучка труб. Влияние на сопротивление изменения поперечного и продольного шагов пучка видно при сравнении опытных данных для пучков с наиболее экстремальной компоновкой. Оно показывает, что с увеличением относительных шагов a и b сопротивление пучка труб снижается. Это отражается и на обобщенных зависимостях (14.50) — (14.52) (см. ниже). В приведенных обобщениях по сопротивлению пучков для обеих областей обтекания влияние высоты ребра оценивается параметром $(1 - h/d)^{-1,4}$, а влияние шага ребра — параметром $(1 - s/d)^{1,8}$. Влияние компоновки пучка отражено соответственно относительными величинами $a^{-0,55}$ и $b^{-0,5}$.

На рис. 14.11 представлены обобщенные результаты [6], полученные для многорядных пучков оребренных труб шахматного расположения, при котором

$$K_c = [\mathrm{Eu} a^{0,55} b^{0,5} (1 - h/d)^{1,4} (1 - s/d)^{-1,8}].$$

Большинство экспериментов по определению гидравлического сопротивления пучков оребренных труб в работах других исследователей проведено в диапазоне Re от 10^3 до 10^4.

Детальные исследования пучков труб со спиральным оребрением проведены в ИФТПЭ в широком интервале Re и характеристик оребрения. На основе полученных данных, а также работ [5, 7] для практических расчетов гидравлического сопротивления одного глубинного ряда шахматных пучков оребренных труб получены следующие зависимости:

при Re от 10^2 до 10^3, коэффициенте оребрения ε от 1,5 до 16,0, a от 1,13 до 2,0, b от 1,06 до 2,0

$$\mathrm{Eu} = 67{,}6\varepsilon^{0,5}\mathrm{Re}^{-0,7}a^{-0,55}b^{-0,5}, \tag{14.50}$$

при Re от 10^3 до 10^5

$$\mathrm{Eu} = 3{,}2\varepsilon^{0,5}\mathrm{Re}^{-0,25}a^{-0,55}b^{-0,5}, \tag{14.51}$$

при Re от 10^5 до $1{,}4 \cdot 10^6$

$$\mathrm{Eu} = 0{,}18\varepsilon^{0,5}a^{-0,55}b^{-0,5}. \tag{14.52}$$

Уравнения (14.51) и (14.52) действительны для интервалов ε от 1,9 до 16, a от 1,6 до 4,13 и b от 1,2 до 2,35.

Для коридорных пучков труб со спиральным и круглым оребрением [7] в интервалах Re от 10^3 до 10^5, ε от 1,9 до 16,3, a от 2,38 до 3,13 и b от 1,2 до 2,35 предложена зависимость

$$\mathrm{Eu} = 0{,}068\varepsilon^{0,5}\eta^{-0,4}, \tag{14.53}$$

где $\eta = (a - 1)/(b - 1)$.

Сравнение теплоотдачи пучков оребренных труб шахматной и коридорной компоновок, проведенное на базе экспериментального материала, полученного различными авторами, указывает на значительное преимущество пучков шахматной компоновки.

В связи с достаточно простой технологией изготовления, относительно малым загрязнением при эксплуатации, устойчивостью к обгоранию наружных частей часто используются цилиндрические конические, параболические и каплеобразные шипы. В работе [8] для расчета сопротивления шахматных пучков труб с цилиндрическими шипами в интервале Re от $2 \cdot 10^3$ до 10^4, ε от 2,88 до 4,95, a от 1,65 до 4,35 и b от 1,27 до 1,79 получена зависимость

$$\mathrm{Eu} = 5{,}62\ \psi_1^{-2,1}\varepsilon^{0,6}, \tag{14.54}$$

а для коридорных пучков труб при $a = 2{,}2$ и b от 1,47 до 2,05 —

$$\mathrm{Eu} = 0{,}69\,\varepsilon^{0{,}15} b, \tag{14.55}$$

где ε — коэффициент оребрения (отношение полной внешней поверхности трубы с шипами к наружной поверхности трубы без шипов), $\psi_1 = [(s_1/d - 1)/(s_2'/d - 1)]$, s_2' — диагональный шаг труб в пучке.

В энергетическом оборудовании широко применяются трубы с проволочным оребрением. В работе [9] для расчета сопротивления шахматных пучков труб с проволочным оребрением при числах Re от 920 до $1{,}9 \cdot 10^4$, l_0/s от 0,101 до 0,278, h/s от 0,825 до 2,5, d/s от 1,41 до 2,72, a от 2,1 до 4 и b от 1,84 до 4,0 приведена зависимость

$$\mathrm{Eu} = 3{,}09\mathrm{Re}^{-0{,}24} (l_0/s)^{-0{,}365} (h/s)^{0{,}15} \times \times (d/s)^{0{,}1} a^{-0{,}32} b^{-0{,}2}, \tag{14.56}$$

а для чисел Re от $7{,}6 \cdot 10^3$ до $1{,}14 \cdot 10^3$ и $h/s < 1{,}5$ — зависимость

$$\mathrm{Eu} = 0{,}36\,(l_0/s)^{-0{,}365} (h/s)^{0{,}15} (d/s)^{0{,}1} a^{-0{,}32} b^{-0{,}2} \tag{14.57}$$

где l_0 — шаг петли.

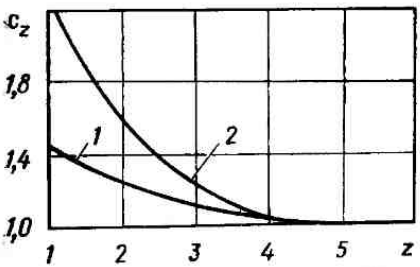


РИС. 14.12. Зависимость от числа рядов поправочного коэффициента на сопротивление малорядных шахматных (1) и коридорных (2) пучков с $s_1 = s_2 = 2$ мм

В энергетических установках применяются теплообменники, в которых трубы имеют плавниковое оребрение. Для расчета сопротивления шахматных пучков плавниковых труб можно пользоваться зависимостью [10]:

$$\mathrm{Eu} = \left(\frac{0{,}3}{b - 0{,}8} + 0{,}55\frac{h}{d} + 1{,}23\right)\mathrm{Re}^{-0{,}27}, \tag{14.58}$$

которая применима при a от 1,7 до 2,6, b от 1,1 до 1,6, h/d от 0,5 до 1,0, $\delta_{ср}/d$ от 0,15 до 0,3, где $\delta_{ср}$ — средняя толщина ребра. Потери давления на входе в пучок и выходе из него учитываются авторами работ [10] путем замены в зависимости (14.59) числа рядов z на $z + 1$. В экспериментальных исследованиях сопротивления оребренных труб при поперечном обтекании потоком жидкости установлено, что число Eu, относящееся к одному ряду многорядного пучка, может значительно отличаться от полученного аналогичным образом числа Eu в малорядном пучке, которым является и пучок труб с числом рядов $z \leqslant 5$. Для определения величины Eu в малорядных шахматных и коридорных пучках оребренных труб, согласно работам [6, 16], на рис. 14.12 приведен поправочный коэффициент на сопротивление малорядных пучков труб со спиральными прямоугольными ребрами в зависимости от числа рядов. В работе [6] коэффициент оребрения $\varepsilon = 10{,}6$, а в работе [16] $\varepsilon = 5{,}1$. Полученные величины c_z можно применять с достаточной точностью и для других параметров оребрения труб.

В общем случае перепад давления на пучке определяется по зависимости

$$\Delta p = \mathrm{Eu}\rho\bar{u}^2 z c_z, \tag{14.59}$$

где Eu — сопротивление глубинного ряда многорядного пучка, c_z — поправочный коэффициент на сопротивление малорядных пучков труб для зависимостей (14.50) — (14.53), определяемый по рис. 14.12. При $z \geqslant 6$ $c_z = 1$. Коэффициент гидравлического сопротивления целесообраз-

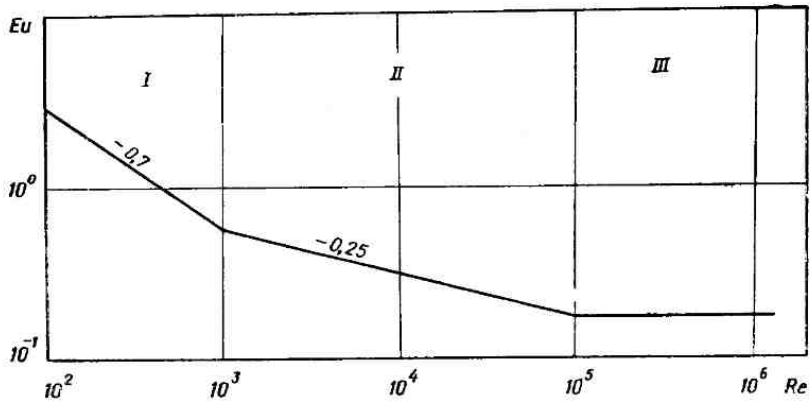


РИС. 14.13. К расчету гидравлического сопротивления шахматных пучков труб с плоским и спиральным оребрением

I: $Eu = 67{,}6\varepsilon^{0,5}Re^{-0,7}a^{-0,55}b^{-0,5}$;

II: $Eu = 3{,}2\varepsilon^{0,5}Re^{-0,25}a^{-0,55}b^{-0,5}$. Для зон *I* и *II* $1{,}13 < a < 2{,}0$; $1{,}06 < b < 2{,}0$; $1{,}5 < \varepsilon < 16$;

III: $Eu = 0{,}18\varepsilon^{0,5}a^{-0,55}b^{-0,5}$, $1{,}6 < a < 4{,}13$; $1{,}2 < b < 2{,}35$; $1{,}9 < \varepsilon < 16$

но определять по зависимостям для характерных зон от чисел Re. Следует использовать зависимости, приведенные на рис. 14.13. За определяющую температуру необходимо принимать среднюю температуру потока по глубине пучка, за определяющую скорость — среднюю скорость в наименьшем проходном сечении пучка, а за определяющий размер — диаметр несущей трубы.

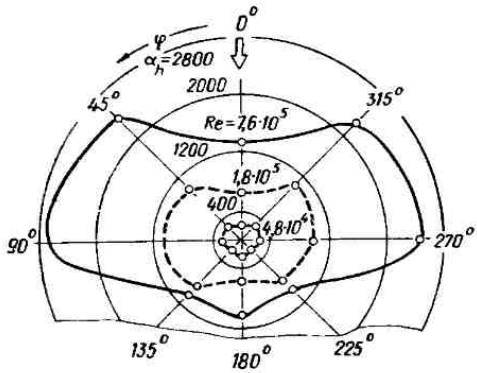
14.7. Местная теплоотдача оребренной трубы в пучке

Ранее было отмечено, что поперечное обтекание пучка оребренных труб характеризуется весьма сложной гидродинамической картиной. Сложность этого процесса должна отражаться на распределении локальных коэффициентов теплоотдачи по поверхности отбекаемой оребренной трубы. Имеющиеся исследования показывают, что при обтекании оребренной трубы ввиду сложности ее формы происходит изменение локальных коэффициентов теплоотдачи как по окружности, так и по высоте ребра. Оно зависит и от параметров оребрения трубы, и от расположения труб в пучке, и от гидродинамического режима потока. Поэтому экспериментальное изучение локальных коэффициентов теплоотдачи важно для изучения механизма процесса теплоотдачи в целом.

В совокупности факторов, определяющих интенсивность теплоотдачи пучка труб, гидродинамические условия обтекания являются основными.

Экспериментальные исследования локальных коэффициентов теплоотдачи, проведенные в работе [6] методом точечного нагревания, в какой-то степени отражают распределение скоростей и турбулентности потока.

Распределение осредненных по высоте ребра локальных коэффициентов теплоотдачи по окружности трубы, полученных при периодическом поворачивании экспериментальной трубы вокруг ее оси, как на одиночной трубе, так



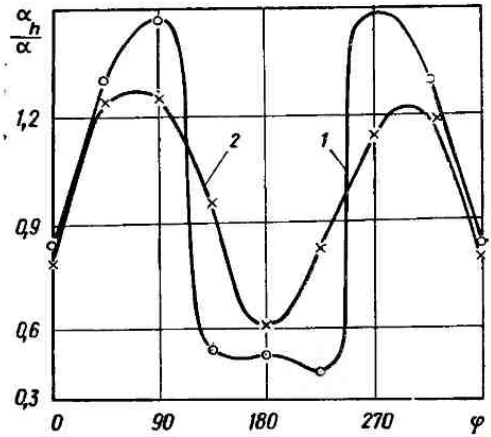


РИС. 14.14. Распределение коэффициента теплоотдачи по окружности оребренной трубы при различных значениях числа Re

Сплошные жирные линии — одиночная ребристая труба, пунктирные — ребристая труба в шахматном пучке

РИС. 14.15. Изменение с углом φ относительного коэффициента теплоотдачи по периметру одиночной оребренной трубы при Re = $1{,}6 \cdot 10^5$ (*1*) и пучка при Re = $1{,}8 \cdot 10^5$ (*2*)

и на трубе, расположенной в пучке, показано на рис. 14.14. Из представленных данных видно, что максимальные значения локальных коэффициентов теплоотдачи имеют место в части трубы при φ = 90 и 270°, что соответствует наиболее узкому сечению пучка. Это вполне естественно, так как в этих местах ввиду сужения проходного сечения значительно повышается скорость потока. Сравнение распределений локальных коэффициентов теплоотдачи на модели трубы, расположенной одиночно (сплошная, жирная линия) и в пучке (пунктирная линия), показывает, что в последнем случае эти коэффициенты распределены по окружности более равномерно. Несмотря на то что оребрение на трубе идет по спирали, различие в теплоотдаче на обеих сторонах трубы незначительно.

Те же результаты, представленные в виде относительных коэффициентов теплоотдачи α_h/α (α — средний коэффициент теплоотдачи по высоте и окружности ребра), приведены на рис. 14.15 в декартовой системе координат в зависимости от угла φ. Как видно, относительный коэффициент теплоотдачи из-за увеличения скорости на поверхности трубы по направлению течения, начиная с лобовой точки, увеличивается и достигает максимума вблизи $\varphi \approx 70 \div 90$ °. Далее он резко падает. Для одиночной трубы в задней ее части при низких Re, видимо вследствие эффективного влияния на теплоотдачу обратной струи в клиновидном потоке, относительный коэффициент теплоотдачи несколько повышается. При более высоких Re этот эффект незначительный. В глубинном ряду труб пучка он вовсе не обнаружен, и в этом случае кормовая часть обладает самой низкой теплоотдачей. При более низких значениях Re теплоотдача по окружности более равномерна по сравнению со случаями высоких Re. При сравнении этих данных с аналогичными данными, полученными на модели неоребренной трубы с полным обогревом, обнаружено, что наибольшее различие в характере распределения локаль-

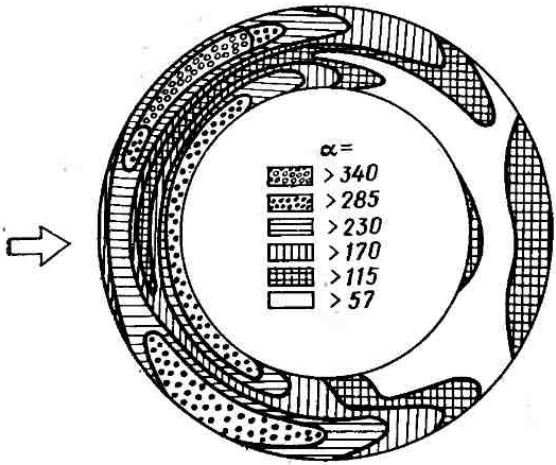
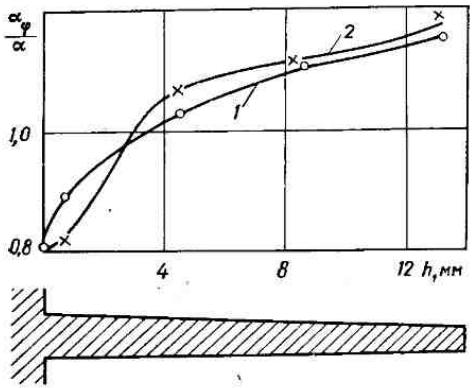


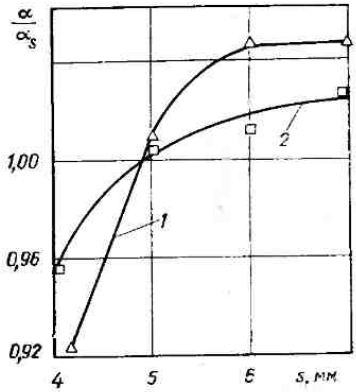
РИС. 14.16. Распределение локальных коэффициентов теплоотдачи на поверхности оребренной трубы в шестом ряду шахматного пучка 2,68 × 1,37

РИС. 14.17. Изменение осредненного относительного коэффициента теплоотдачи по высоте ребра

1 — одиночная труба,
2 — труба в пучке.
$Re \approx 2 \cdot 10^5$, $s = 6$ мм

РИС. 14.18. Влияние шага ребра на теплоотдачу при $Re = 5 \cdot 10^4$ (*1*) и $Re = 8 \cdot 10^5$ (*2*)





ных коэффициентов существует в передней части трубы. Максимальная теплоотдача неоребренной трубы при полном ее обогреве происходит при $\varphi = 0$.

О характере распределения теплоотдачи по поверхности оребренной трубы можно судить по данным, полученным С. Ниэлом и И. Хитчкуком [11] в экспериментах с полностью обогреваемой моделью оребренной трубы размерами $d \times s \times h \times \delta = 152 \times 17 \times 40 \times 5$ мм.

На рис. 14.16 приведено распределение локальных коэффициентов теплоотдачи для оребренной трубы, расположенной в шестом ряду пучка при $Re = 1{,}25 \cdot 10^5$. Теплоотдача передней части ребра значительно выше. Полученная картина хорошо согласуется с представлением об образовании на трубе пограничного слоя, а также о месте точки отрыва при $\varphi = 90°$. Сильно турбулизированное и, по-видимому, медленное течение в клинообразном потоке в кормовой части ребра, как видно, не повышает интенсивность теплоотдачи. Зона высокой теплоотдачи наблюдается в передней части трубы, недалеко от вершины ребра. Авторы это объясняют «эффектом влияния острия кромки прямоугольного профиля ребра». При закругленных краях ребра, как утверждают авторы, этот эффект не наблюдается. Образование

зоны высокой теплоотдачи у основания ребра является следствием увеличения турбулентности потока, вызванного соударением набегающего потока с трубой, несущей оребрение. При дальнейшем обтекании трубы, в связи с утолщением пограничного слоя, коэффициенты теплоотдачи на трубе снижаются. На рис.14.17 отображено изменение относительного коэффициента теплоотдачи по высоте ребра одиночной трубы и трубы в пучке. Как видно из рисунка, местный коэффициент теплоотдачи изменяется по высоте ребра.

Следует отметить, что почти во всех случаях исследований теплоотдача у вершины ребра была больше. Это можно объяснить большей толщиной гидродинамических пограничных слоев у основания ребра. Сравнение данных для одиночной трубы и трубы, установленной в пучке почти при тех же Re, показывает у последней более высокую теплоотдачу в верхней части ребра, что объясняется влиянием турбулизирующего действия передних рядов труб.

Из рис.14.18, на котором представлена зависимость значения α/α_s от шага ребра при характерных числах Re, видно, что с увеличением шага ребра до 6 мм (среднее расстояние между ребрами 4,5 мм) теплоотдача увеличивается. Дальнейшее увеличение шага не приводит к заметному увеличению теплоотдачи. С увеличением числа Рейнольдса влияние шага на теплоотдачу снижается. Если, например, при $\mathrm{Re} = 5\cdot10^4$ с увеличением шага ребра от 4 до 7 мм относительный коэффициент теплоотдачи увеличивается на 14%, то при $\mathrm{Re} = 8\cdot10^5$ — всего на 7%. Это вполне логично, так как с увеличением числа Re толщина пограничных слоев уменьшается и максимальные значения коэффициентов теплоотдачи достигаются при меньших шагах.

14.8. Средняя теплоотдача оребренных пучков труб

Теплоотдача оребренной трубы в пучке в безразмерном виде может быть описана функциональной зависимостью

$$\mathrm{Nu} = f\,(\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr}_f,\ \mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w,\ O_i,\ s_1/d,\ s_2/d,\ z), \qquad (14.60)$$

где O_i — параметры оребрения.

На основе экспериментальных данных работы [7], а также исследований в потоках жидкостей большой вязкости рассматривается вопрос влияния параметров оребрения и компоновки труб в шахматном пучке на теплоотдачу. Теплоотдача первого ряда труб зависит от турбулентности набегающего потока. Теплоотдача первого ряда в среднем на 30% ниже, чем глубинного (рис.14.19). С увеличением числа Re теплоотдача увеличивается, причем можно заметить, что во всей исследованной области Re (от 10^2 до 10^6) режим обтекания изменяется при значениях $\mathrm{Re} \approx 2\cdot10^4$ и $2\cdot10^5$. Сопоставление экспериментальных данных по теплоотдаче и сопротивлению в отдельных группах, т. е. при одном и том же s и разных h, показывает, что чем ниже ребро, тем выше абсолютное значение $\mathrm{Nu}_{\text{пр}} = \alpha_{\text{пр}}d/\lambda$ и выше показатель m при числе Re, который изменяется от 0,65 до 0,8. При рассмотрении опытных данных оказалось, что в пределах изменения относительных шагов a и b теплоотдача пучков труб увеличивается на ~20%, в то время как гидравлическое сопротивление этих пучков возрастает на ~60%.

Влияние изменения поперечного и продольного шагов шахматных пучков труб на теплоотдачу хорошо видно из рис.14.20, на котором представлены

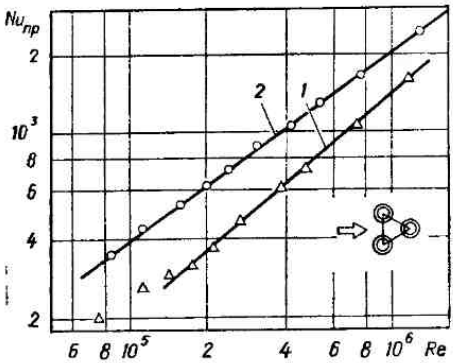


РИС. 14.19. Теплоотдача пучка труб
1 — первый ряд, *2* — пятый ряд

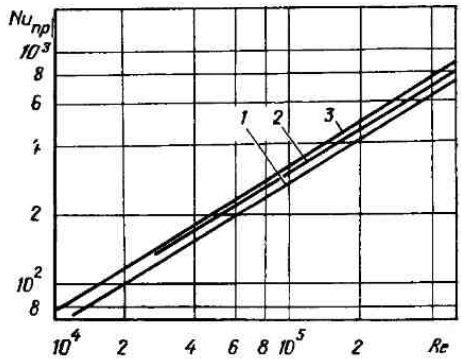


РИС. 14.20. Сравнение теплоотдачи пучков труб с $a \times b$ и $d \times s \times h$, равными соответственно $4{,}11 \times 2{,}14$ и $23 \times 6{,}5 \times 10$ (*1*), $2{,}67 \times 1{,}46$ и $23 \times 6{,}5 \times 10$ (*2*), $4{,}13 \times 1{,}46$ и $23 \times 6{,}5 \times 10$ (*3*)

данные для разных компоновок. Проведенный анализ показал, что с увеличением относительного поперечного шага a теплоотдача увеличивается незначительно (~3%). Уменьшение же относительного продольного шага b приводит к существенному (~20%) увеличению теплоотдачи.

Первичная обработка экспериментальных результатов, выполненная на основе приведенного коэффициента теплоотдачи, ввиду ограниченности самой методики применима только для описания данных, полученных для определенного пучка труб. Более широкое обобщение возможно лишь при обработке экспериментальных данных на основе среднего конвективного коэффициента теплоотдачи α. Последний определяется по осредненной температуре всей оребренной поверхности.

Ввиду отсутствия таких данных определение конвективных коэффициентов теплоотдачи проводится расчетным путем по зависимости

$$\alpha_{\text{пр}} = \alpha \left[\frac{F_{\text{р}}}{F} E\psi\xi + \frac{F_{\text{тр}}}{F} \right]. \tag{14.61}$$

Коэффициент эффективности ребра E, рассчитанный на основе ряда допущений, неточно отражает протекающий процесс, поэтому в теоретическое значение эффективности ребра вводится поправочный коэффициент ψ. Неравномерность распределения коэффициента теплоотдачи по ребру влияет на эффективность последнего. О неравномерности распределения теплоотдачи на оребренной поверхности свидетельствует характер распределения локальных коэффициентов теплоотдачи на поверхности ребра. Согласно нашим и другим экспериментальным данным, локальные коэффициенты теплоотдачи у вершины ребра выше, чем у основания, причем их распределение по всему периметру ребра неодинаково. Это, естественно, должно снижать коэффициент эффективности, который определен для какого-то среднего коэффициента теплоотдачи α, принятого постоянным по всей оребренной поверхности. В этой связи при расчетах теплоотдачи возникает необходимость введения поправки, учитывающей влияние неравномерности распределения коэффициента теплоотдачи по поверхности ребра на эффективность оребренной трубы. В. К. Мигай [12] аналитически определил величину поправки,

вводимую в зависимость

$$\alpha_{пр} = \alpha E P_1, \tag{14.62}$$

где P_1 — поправочный коэффициент, учитывающий неравномерность теплообмена по высоте ребра. В качестве параметра неравномерности коэффициента теплоотдачи принимается отношение α_b/α_0, где α_b — коэффициент теплоотдачи у вершины ребра, α_0 — у основания. Из работы [13] следует, что при любой неравномерности теплоотдачи по высоте ребра при $\beta h \to 0$ $P \to 1$. В зависимости от α_b/α_0 величина P может быть меньше и больше единицы. Так, при изменении α_b/α_0 от 3,3 до 0,3 значение P изменяется от ~1,15 до ~0,77.

В наших исследованиях получено следующее выражение для коэффициента ψ [13]:

$$\psi = 0{,}97 - 0{,}056\beta h. \tag{14.63}$$

В области изменения параметра βh от 0,3 до 3 коэффициент ψ снижается от 0,95 до 0,8. Предполагалось, что если параметр βh стремится к 0, то поправочный коэффициент ψ должен стремиться к 1.

Это предположение подтверждено В. Ф. Юдиным и Л. С. Тохтаровой [14], которые при изменении параметра βh от 0,1 до 3,7 получили зависимость

$$\psi = 1 - 0{,}058\,\beta h. \tag{14.64}$$

В работе [15] установлено, что коэффициент ψ зависит не только от параметра βh, но и от числа Re. С ростом Re значение ψ увеличивается и при $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^5$ становится равным 1 и не зависит от параметра βh.

Таким образом, при известных значениях коэффициентов E, ψ и ξ (последний можно определить по рис. 14.6) для каждого пучка труб строится графическая зависимость $\alpha_{пр} = f(\alpha)$, по которой определяются соответствующие конвективные коэффициенты теплоотдачи α.

Экспериментальные данные обобщались по зависимости

$$\mathrm{Nu}_f = c\,(s/d)^e (h/d)^g (a/b)^j \mathrm{Re}_f^m \mathrm{Pr}_f^n (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p \tag{14.65}$$

Преимущество такого обобщения заключается в том, что экспериментальные точки (рис. 14.21), соответствующие данным для различных пучков, располагаются сравнительно близко (максимальная разница между отдельными точками не превышает 14%). С увеличением числа Re можно заменить отклонение точек вверх, что свидетельствует о наступлении более интенсивной теплоотдачи, имеющей место при переходе в область преобладающего турбулентного обтекания. При дальнейшей обработке данных оценивалось влияние геометрических параметров оребрения и компоновки пучка.

На основе данных ИФТПЭ для потоков вязких жидкостей при изменении Re_f от 10^2 до $1{,}4 \cdot 10^4$ и Pr_f от 0,7 до 5000, а также данных работ [4, 16—18] получены следующие обобщающие зависимости для шахматных пучков:

при Re_f от 10^2 до $2 \cdot 10^4$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}192 (a/b)^{0,2} (s/d)^{0,18} (h/d)^{-0,14} \mathrm{Re}_f^{0,65} \mathrm{Pr}_f^{0,36} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{14.66}$$

при Re от $2 \cdot 10^4$ до $2 \cdot 10^5$, относительных шагах a от 1,1 до 4,0, b от 1,03 до 2,5, параметрах оребрения h/d от 0,07 до 0,715, s/d от 0,06 до 0,36

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}0507 (a/b)^{0,2} (s/d)^{0,18} (h/d)^{-0,14} \mathrm{Re}_f^{0,8} \mathrm{Pr}_f^{0,4} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{14.67}$$

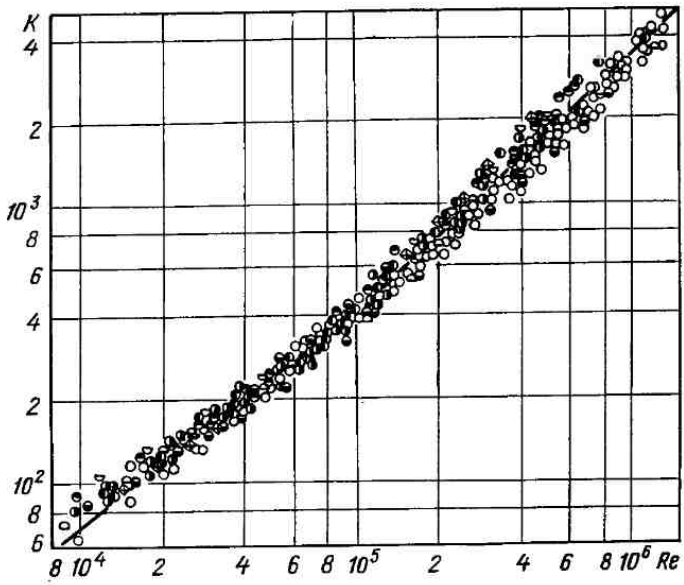


РИС. 14.21. Теплоотдача различных шахматных пучков труб

Обозначения те же, что и на рис. 14.11. $K = \mathrm{Nu}(a/b)^{-0,2} \times (s/d)^{-0,18}(h/d)^{0,14}$

при Re от $2 \cdot 10^5$ до $1,4 \cdot 10^6$, относительных шагах a от 2,2 до 4,2, b от 1,27 до 2,2, параметрах оребрения s/d от 0,125 до 0,28, h/d от 0,125 до 0,6

$$\mathrm{Nu}_f = 0,0081\ (a/b)^{0,2}(s/d)^{0,18}(h/d)^{-0,14}\mathrm{Re}_f^{0,95}\mathrm{Pr}_f^{0,4}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \quad (14.68)$$

Как видно из зависимостей (14.65)—(14.68), с увеличением Re от 10^2 до $1,4 \cdot 10^6$ показатель степени при числе Re_f значительно возрастает. В смешанном режиме обтекания показатель степени n при числе Pr_f получен равным 0,36, а в преобладающем турбулентном — 0,4. Показатель степени p при $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)$ во всем интервале Re имеет значение 0,25. Определяющими величинами в числах Nu_f и Re_f являются скорость в минимальном проходном сечении пучка и диаметр несущей трубы.

Для расчета средней теплоотдачи коридорных пучков труб в интервалах Re_f от $5 \cdot 10^3$ до 10^5, a от 1,72 до 3,0, b от 1,8 до 4,0, ε от 5 до 12 в работе [4] приведена зависимость

$$\mathrm{Nu}_f = 0,303\ \mathrm{Re}_f^{0,625}\varepsilon^{-0,375}\mathrm{Pr}_f^{0,36}\ (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \quad (14.69)$$

В работе [19] приведены данные по теплоотдаче коридорного пучка $1,68 \times 1,28$ с продольными ребрами ($h/d = 0,015$, $h/\delta = 0,52$) на трубах в потоке газа при высоких числах Re_f ($10^4 \div 10^6$). Получено увеличение теплоотдачи на 30%.

Ниже приведены зависимости для расчета средней теплоотдачи развитых теплообменных поверхностей других видов. Согласно работе [9], средняя теплоотдача шахматных пучков труб с цилиндрическими шипами в интервалах Re_f от $2 \cdot 10^3$ до 10^4, ε от 2,88 до 4,95, a от 1,65 до 4,35, b от 1,27 до 1,79 определяется по формуле

$$\mathrm{Nu}_f = 0,108\ \varepsilon^{0,55}\psi^{1,1}\mathrm{Re}_f^{0,7}\mathrm{Pr}_f^{0,36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \quad (14.70)$$

где $\psi = \dfrac{a-1}{s_2'/d - 1}$, s_2' — диагональный шаг труб в пучке. Средняя теплоотдача

коридорных пучков таких же труб в интервале b от 1,47 до 2,05, $a = 2{,}2$ находится по формуле

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}428\,\varepsilon^{0,33} b^{0,44} \mathrm{Re}_f^{0,54} \mathrm{Pr}_f^{0,36} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \qquad (14.71)$$

В области малых чисел Re_f шахматные пучки ошипованных труб эффективнее коридорных.

Среднюю теплоотдачу шахматных пучков труб с проволочным оребрением можно определить по зависимости [9]

$$\mathrm{Nu}_f = 4{,}29\,(d/s)^{-0,6} (l_0/h)^{0,36} a^{-0,2} b^{0,1} \mathrm{Re}_f^{0,46} \mathrm{Pr}_f^{0,36}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \qquad (14.72)$$

которая применяется при числах Re_f от 980 до $1{,}9 \cdot 10^4$, l_0/h от 0,061 до 0,236 (l_0 — шаг петли), d/s от 1,41 до 2,72, a от 2,1 до 4,0, b от 1,84 до 4,0.

Средняя теплоотдача шахматных пучков труб с трапециевидными и прямоугольными плавниками рассчитывается по зависимости [20]

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}16\varepsilon^{0,24} \mathrm{Re}_f^{0,68} \mathrm{Pr}_f^{0,36}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \qquad (14.73)$$

которая применяется в интервалах Re_f от $8 \cdot 10^3$ до $8 \cdot 10^4$, ε от 0,59 до 2,27, a от 1,5 до 2,5, b от 1,1 до 2,5.

Средняя теплоотдача первых рядов пучков оребренных труб в зависимости от их компоновки может быть меньше и больше теплоотдачи глубинного ряда труб и для малорядных пучков определяется по зависимости

$$\mathrm{Nu}_z = c_z \mathrm{Nu}, \qquad (14.74)$$

где Nu_z — число Нуссельта для 1—6-го рядов пучка, а c_z определяется из рис. 14.22 в зависимости от числа рядов труб в пучке. Наблюдается и некоторое влияние числа Re_f на эту зависимость. Поправочный коэффициент c_z на теплоотдачу малорядных шахматных и коридорных пучков труб, начиная с четвертого их ряда, не изменяется и становится равным единице.

Неодинаковый характер распределения кривых $c_z = f(z)$ для коридорных и шахматных пучков труб можно объяснить тем, что в шахматных пучках впереди стоящие трубы действуют как турбулизаторы потока, вследствие чего теплоотдача глубинных рядов труб увеличивается по сравнению с с теплоотдачей первого ряда, а в коридорных пучках последующие ряды труб находятся в тени первого ряда.

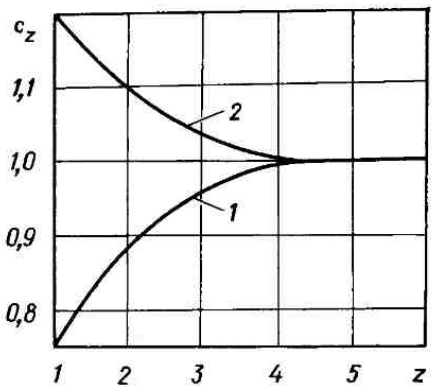


РИС. 14.22. Относительный поправочный коэффициент к теплоотдаче малорядных шахматных (*1*) и коридорных (*2*) пучков труб с $s_1 = s_2 = 2d$

Поправочный коэффициент c_z в шахматных пучках труб с проволочным оребрением при $z = 1$ равен 0,88, при $z \geqslant 4 \div 1$, а с изменением z от 1 до 20 c_z изменяется от 0,65 до 1,02 — для шахматных пучков плавниковых труб.

Анализ вышеприведенных данных показал, что в практических рекомендациях зависимости для расчета теплоотдачи пучков оребренных труб целесообразно относить к тому или иному интервалу чисел Re_f. Для расчета Nu_f

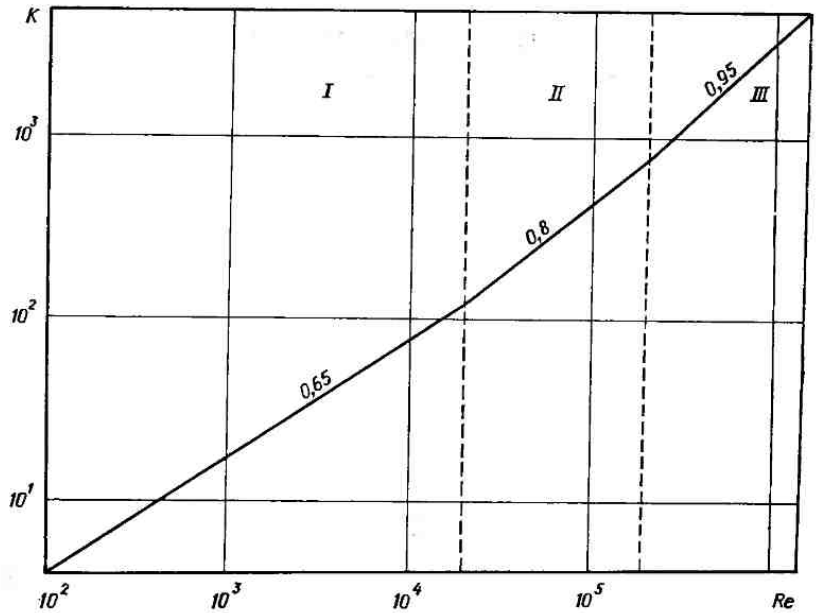


Рис. 14.23. К расчету теплоотдачи шахматных пучков оребренных труб

I: $Nu_f = 0{,}192\,(a/b)^{0,2}(s/d)^{0,8}(h/d)^{-0,14}Re_f^{0,65}Pr_f^{0,36}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}$;

II: $Nu_f = 0{,}0507\,(a/b)^{0,2}(s/d)^{0,18}(h/d)^{-0,14}Re_f^{0,8}Pr_f^{0,4}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}$. Для зон *I* и *II* $1{,}1 < a < 4{,}0$; $1{,}03 < b < 2{,}5$; $0{,}06 < s/d < 0{,}36$; $0{,}07 < h/d < 0{,}715$;

III: $Nu_f = 0{,}0081(a/b)^{0,2}(s/d)^{0,18}(h/d)^{-0,14}Re_f^{0,95}Pr_f^{0,4}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}$, $2{,}2 < a < 4{,}2$; $1{,}27 < b < 2{,}2$; $0{,}125 < s/d < 0{,}28$; $0{,}125 < h/d < 0{,}6$

следует использовать зависимости, приведенные на рис. 14.23, принимая за определяющую температуру потока среднюю температуру потока в пучке труб, за определяющую температуру поверхности — осредненную температуру оребренной поверхности всех труб пучка, за определяющую скорость — среднюю скорость в наименьшем проходном сечении пучка, а за определяющий размер — диаметр трубы, несущей оребрение. Некоторые рекомендации по расчету теплоотдачи оребренных поверхностей других видов можно найти в [21, 22].

Глава 15

ВИБРАЦИИ ТРУБ В ТЕПЛООБМЕННИКАХ

15.1. Гидродинамические вибрации труб в потоках теплоносителей

При обтекании труб потоком теплоносителей возникают пульсации давления. На трубы начинают действовать знакопеременные гидродинамические силы, которые возбуждают их вибрации, иногда приводящие к разрушению теплообменников. Гидродинамические вибрации определяются вибропараметрами труб и характером их обтекания. В зависимости от способа расположения труб в пучках и характера их обтекания существуют разные виды возбуждения труб потоком. Детальное исследование этого вопроса проведено в ИФТПЭ.

Вибрации труб, возбуждаемые потоком и наблюдаемые в трубных системах теплообменников, могут быть вызваны: 1) гидродинамическими силами, возникающими из-за турбулентных пульсаций давления потока, 2) гидродинамическими силами, обусловленными периодическим отрывом вихрей от труб и образованием вихревых дорожек за ними, 3) гидродинамическими силами, возникающими при перемещении труб из равновесного положения в пучке и их гидроупругом взаимодействии с потоком. Как показали наши исследования [1, 2], все виды возбуждения хорошо выявляются при поперечном обтекании труб пучков. Большие относительные амплитуды вибраций A/d с изменением безразмерной скорости потока $\bar{u}/(f_n d)$ наблюдаются при вихревом возбуждении и при гидроупругой нестабильности. Это хорошо видно из рис. 15.1, где A_y — среднеквадратичное значение амплитуды колебаний трубы в поперечном направлении относительно набегающего потока, d — диаметр трубы, $\bar{u}$ — скорость потока в узком сечении пучка, f_n — собственная частота колебаний одиночной трубы в среде теплоносителя.

Наряду с вибрациями труб, возбуждаемыми потоком теплоносителя, в газовых потоках часто появляется акустический шум, неблагоприятно действующий на обслуживающий персонал. В реальных теплообменниках также происходят вибрации элементов или труб вследствие несимметричного их сечения [3].

Турбулентные пульсации скорости потока преобразуются на поверхности трубы в пульсации давления. Вследствие этого на трубы начинает действовать знакопеременная гидродинамическая сила. Энергетический спектр этих пульсаций распределяется в широком диапазоне частот. Трубы забирают у потока энергию для поддержания вибрации с частотой, близкой к их собственной частоте, и колеблются с этой частотой. Характерно, что амплитуда возбуждаемых турбулентностью вибраций плавно увеличивается с ростом скорости потока, поскольку энергия турбулентных пульсаций возрастает с увеличением скорости. Турбулентные пульсации возбуждают колебания всех труб при продольном обтекании и в глубине пучка — при поперечном обтекании. Этот вид возбуждения опасен только при течении теплоносителя в теплообменнике с большой скоростью, так как энергия

турбулентных пульсаций пропорциональна квадрату пульсаций скорости потока и при малых скоростях недостаточна для создания больших вибраций.

Вихревое возбуждение труб определяется периодическими гидродинамическими силами, возникающими в процессе формирования и отрыва вихрей от труб пучков. На кормовой части поверхности поперечно-обтекаемой трубы или трубы, обтекаемой под некоторым углом наклона к направлению потока, ввиду наличия положительного градиента давления ($dp/dx > 0$) появляется обратное течение и формируются вихри. При очередном отрыве вихрей то с одной, то с другой стороны трубы ее обтекание становится асимметричным. На трубы (рис. 15.2) начинает действовать периодическая гидродинамическая сила, которая способна раскачать упруго установленную трубу.

Появление и периодичность гидродинамической силы определяются тем, что после зарождения вихря на одной из сторон трубы и при дальнейшем увеличении его размера скорость вне пограничного слоя на той же стороне возрастает, поскольку диаметр вихря быстро увеличивается. Рост скорости одновременно меняет эпюру давлений, которая становится наиболее деформированной. Данному моменту соответствует наибольшая поперечная сила (рис. 15,2*а*), которая действует на трубу.

В следующий момент времени (рис. 15.2*б*) вихрь начинает формироваться на противоположной стороне трубы, создавая аналогичную гидродинамическую силу, но другого направления. Вихри отрываются поочередно то с одной, то с другой стороны трубы, поэтому поперечная гидродинамическая сила все время меняет направление и является источником энергии возбуждения вибраций трубы. Наибольшие амплитуды вибраций отмечены в основном в резонансной зоне.

Одиночную трубу или несколько труб можно рассматривать как упругую систему, обладающую собственной частотой колебаний, поэтому с приближением собственной частоты колебаний труб к частоте отрыва вихрей амплитуда вибраций возрастает и трубы могут разрушиться. Знание частот отрыва вихрей от труб и собственных частот их колебаний позволяет при про-

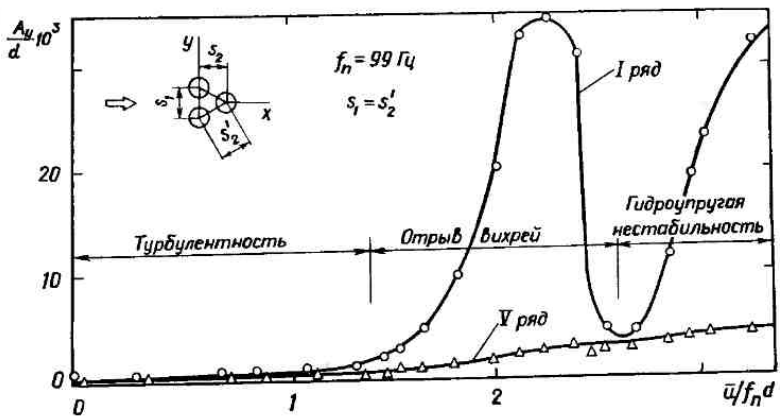


РИС. 15.1. Изменение амплитуды вибраций и виды возбуждения труб потоком в различных диапазонах безразмерных скоростей потока в первом и пятом рядах труб поперечно-обтекаемого шахматного пучка с $s_1/d = 1{,}61$

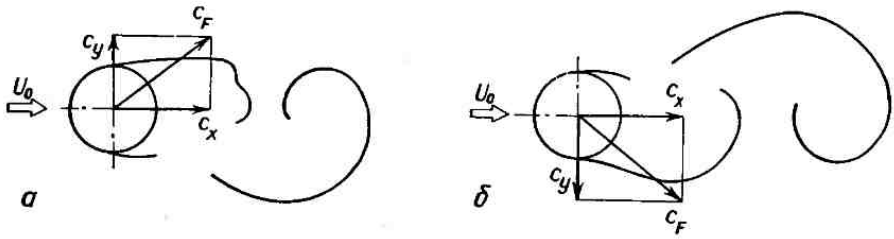


РИС. 15.2. Схема действия периодической гидродинамической силы при отрыве вихрей с одной (*а*) и другой (*б*) сторон поперечно-обтекаемой трубы

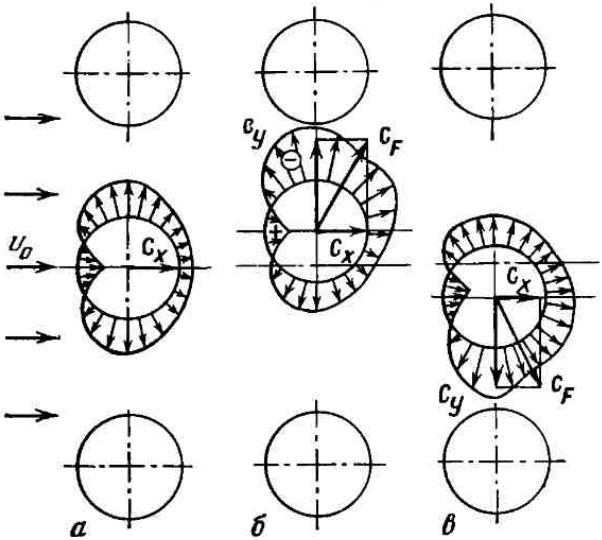


РИС. 15.3. Схема действия пульсирующей гидродинамической силы при гидроупругой нестабильности труб пучка и перемещении поперек потока в фиксированные моменты времени

а — симметричное обтекание трубы; *б*, *в* — перемещение трубы из симметричного положения

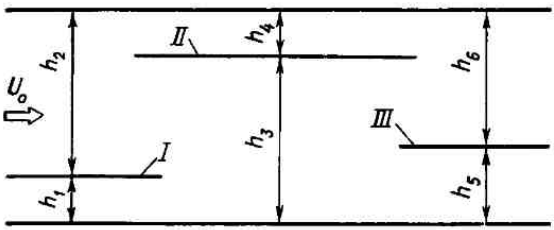


РИС. 15.4. Принципиальная схема возможной установки перегородок (экранов) в корпусе теплообменника с целью создания в проходах h_1/h_2, h_3/h_4, h_5/h_6 разных частот собственных колебаний поперечного столба газа

ектировании теплообменников предотвратить это явление методом отстройки частот.

Гидроупругие вибрации труб пучков превалируют при больших скоростях потока. Они появляются под действием гидродинамических сил, возникающих при выходе труб из равновесного состояния в процессе колебаний. Для определения критической скорости потока, при которой появляются гидроупругие вибрации с большой амплитудой, существует зависимость, определяемая вибропараметрами трубы и плотностью потока [4].

В наших экспериментах установлено, что трубы перемещаются по орбитальным траекториям не только в одиночном ряду, но и в пучках. В процессе вибраций при перемещении труб из равновесного положения меняется характер их обтекания, поэтому на трубы начинает действовать пульсирую-

щая гидродинамическая сила. Схема расположения труб в разные моменты времени при их обтекании потоком (рис. 15.3) поясняют сущность гидродинамического взаимодействия трубы с потоком при ее поперечном смещении. При этом пульсирующая гидродинамическая сила определяется изменением характера обтекания трубы в процессе вибрации.

Сущность возникновения гидроупругих вибраций объясняется тем, что при обтекании трубы в пучке и отсутствии вибраций или малых их амплитудах обтекание и эпюра распределения давлений на поверхности трубы симметричны. В этом случае существует только сила сопротивления, направленная вдоль потока (рис. 15.3). Если из-за каких-то причин (турбулентных пульсаций, отрыва вихрей) труба смещается на значительное расстояние от нейтрального положения, то мгновенно изменяются поля скоростей и давлений по периметру трубы. Возникает гидродинамическая сила, направленная поперек потока, и труба начинает колебаться. Под действием возбуждающей силы, сил инерции и упругости труба начинает совершать колебательное движение, но вследствие вибраций трубы поперек и вдоль потока ее движение становится орбитальным.

В экспериментах установлено, что при гидроупругих вибрациях трубы колеблются с частотой, близкой к собственной частоте их колебаний, а перемещение труб в пучке характеризуется упорядоченным движением всех труб.

Акустический шум, возбуждаемый вихревыми дорожками в трубчатых теплообменниках, возникает при совпадении частоты отрыва вихрей с одной из собственных частот колебаний поперечного столба газового потока. Колебания поперечного столба газа обычно происходят в больших теплообменниках с газовым теплоносителем. Такие теплообменники входят в систему больших котлоагрегатов, применяемых на электростанциях и в промышленности. Устранение акустического шума во всех теплообменниках с поперечнообтекаемыми трубами связано с расчетом частоты возбуждающей гидродинамической силы, частот всех форм колебаний поперечного газового столба и собственных частот колебаний труб. В проектируемых теплообменниках необходимо избегать совпадения этих частот. Для изменения частоты колебаний поперечного столба газа в теплообменнике следует устанавливать перегородки (экраны), уменьшающие ширину канала для прохода газового потока [5, 6].

Экраны (рис. 15.4) в теплообменниках устанавливаются так, чтобы проходы в каналах h_1/h_2, h_3/h_4 и т. д. были перекрыты лишь незначительно. Необходимо, чтобы ширина проходов была различной, а сами проходы не слишком длинными. Тогда акустический шум, проявившийся в одном из проходов, демпфируется в другом.

Акустический шум может возникнуть при любой из форм колебаний поперечного столба газа, но наиболее опасны первые формы, т. е. колебания газа по ширине канала на полуволне или волне.

Частоту собственных колебаний поперечного столба газа можно определить из уравнения

$$f_n = nc/2h, \tag{15.1}$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$ — число полуволн по ширине канала, т. е. номер колебательной формы, c — скорость звука в газовой среде, h — ширина канала.

Частота собственных колебаний труб определяется способом их крепления в концевых опорах и в промежуточных трубных досках. Крепление труб

в этих местах может быть различным, но практически трубы в промежуточных опорах устанавливаются с соответствующим зазором, а в концевых — жестко.

Частоту собственных колебаний прямых труб [7] независимо от вида их крепления в опорах можно определить из уравнения

$$f_n = \frac{D}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{EJ}{m}}, \qquad (15.2)$$

где D — константа, определяемая способом крепления труб в опорах (табл. 15.1); EJ — изгибная жесткость трубы; m — суммарная масса трубы на единицу ее длины, которая состоит из массы трубы ($m_т$), присоединенных к ней масс жидкости ($m_п$) (так как при колебании трубы в среде жидкости или плотного газа частота собственных ее колебаний понижается из-за влияния присоединенных к колеблющейся трубе масс) и массы жидкости, находящейся в трубе ($m_ж$); l — длина трубы между соседними опорами.

Таблица 15.1

Значения константы D для определения частот собственных колебаний труб при разных видах их крепления

Род крепления концов трубы	Значение D при колебательных формах				
	I	II	III	IV	V
Оба заделаны	22,37	61,67	120,91	199,86	298,56
Один заделан, другой опирается	15,42	49,97	104,24	178,28	272,02
Оба опираются	9,87	39,48	88,83	157,90	246,74

Приведенные в табл. 15.1 значения можно применять и для определения частот собственных колебаний многопролетных труб. Однако наилучшие результаты достигаются при равномерном распределении промежуточных опор. При этом рекомендуется, чтобы расстояние между крайними и промежуточными опорами было в 1,25 раза больше, чем длины труб между промежуточными опорами ($l_1 = 1{,}25 l_2$). Ширина промежуточной опоры и величина зазора при установке труб в трубных досках мало влияют на частоту собственных колебаний труб. Способы определения этой частоты при других видах крепления труб можно найти в работе [7].

Вибрации труб некруглого сечения и элементов в теплообменниках определяются изменением обтекания отдельных сторон тел при их перемещении. При критических скоростях потока амплитуды вибраций достигают больших величин. Такие вибрации элементов теплообменников при изгибных формах колебаний кратко именуются галопированием. Критическая скорость потока, при которой происходит галопирование, определяется динамическими свойствами обтекаемых элементов или труб и величиной гидродинамических сил, действующих на них. Возникновение галопирования объясняется тем, что в потоках теплоносителей при перемещении колеблющихся тел, имеющих некруглое сечение, возникает периодическая гидродинамическая сила, способная возбудить вибрации с большой амплитудой. На практике наиболее

часто галопирование встречается на обледенелых линиях электропередачи. Для определения критической скорости потока, при которой появляется галопирование элементов теплообменников, следует руководствоваться экспериментальными данными.

В экспериментах установлено, что галопирование возникает в том случае, когда на тело набегает поток под некоторым углом атаки и при колебаниях энергии рассеивается меньше, чем поступает на элемент из потока. Частота колебаний при галопировании близка к частоте собственных колебаний элемента, а амплитуда непрерывно возрастает с повышением скорости потока.

При галопировании в амплитудно-скоростной характеристике наблюдается резкое повышение амплитуды с увеличением скорости. При исследовании этих колебаний основной проблемой является определение скорости потока, при которой начинается галопирование. На практике для получения этих характеристик следует испытывать модели — копии, воспроизводящие все конструктивные особенности натуральных элементов.

15.2. Вибрации поперечно-обтекаемой одиночной трубы

При поперечном обтекании одиночной трубы или других криволинейных цилиндрических тел возникают вибрации, возбуждаемые потоком вследствие турбулентных пульсаций скорости и отрыва вихрей от поверхности этих тел. Амплитуда колебаний (рис. 15.5) меняется в зависимости от скорости потока. При совпадении частоты отрыва вихрей с частотой собственных колебаний труб амплитуда резко увеличивается. Вне зоны резонанса с увеличением скорости потока амплитуда незначительно возрастает.

В потоках теплоносителей с большой плотностью, например в воде, различных маслах, жидких металлах, при малом демпфировании для поперечно-обтекаемых труб вихревое возбуждение становится разрушающим фактором. В наших исследованиях в потоках капельных теплоносителей амплитуда колебаний труб начинала резко увеличиваться уже при совпадении частоты собственных колебаний труб с частотой вдвое меньшей, чем частота отрыва вихрей. Максимальная амплитуда колебаний трубы возникает при безразмерной скорости потока $u/(f_n d) \approx 2{,}5$.

В наших экспериментах при дальнейшем повышении скорости потока амплитуда колебаний трубы не уменьшалась, хотя колебательное ее движение тормозилось с помощью механического приспособления, а скорость потока постепенно увеличивалась и в 1,5 раза превышала резонансную. Видимо, в данном случае энергия турбулентных пульсаций потока превосходила энергию демпфирования (логарифмический декремент $\sim$0,2), труба была вынуждена колебаться под действием пульсаций, ее амплитуда резко увеличивалась, и труба разрушалась. В потоке воздуха (рис. 15.5) силы вихревого возбуждения и возбуждения от турбулентных пульсаций потока малы, поэтому труба колебалась с частотой, близкой к частоте собственных колебаний, поскольку с повышением скорости потока можно избежать вихревых максимумов, а увеличение амплитуды колебаний вследствие турбулентных пульсаций незначительно.

Вибрация поперечно-обтекаемой трубы определяется структурой течения потока в ближнем следе трубы и вблизи ее поверхности. Если за трубой отсутствуют вихревые дорожки, то возбуждение трубы может осуществляться только турбулентными пульсациями давления потока.

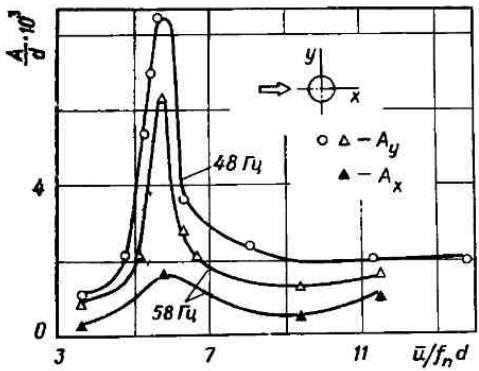


РИС. 15.5. Зависимость относительной амплитуды колебаний трубы $d = 0{,}03$ м от скорости воздуха поперек (A_y) и вдоль (A_x) потока при разных частотах ее собственных колебаний

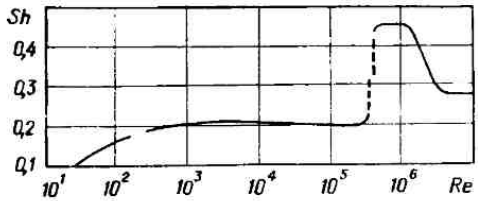


РИС. 15.6. Зависимость числа Струхаля от числа Рейнольдса для поперечно-обтекаемой трубы (цилиндра)

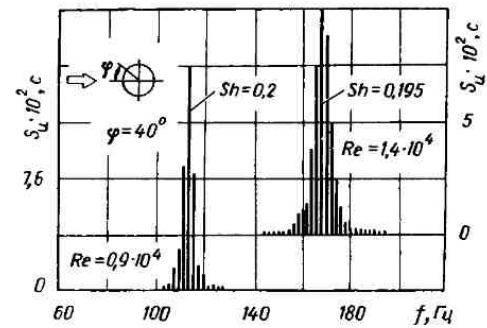


РИС. 15.7. Типичная плотность спектрального распределения S_u пульсаций местной скорости на поверхности поперечно-обтекаемой потоком воздуха одиночной трубы в диапазоне $\mathrm{Re} = 3\cdot 10^2 \div 2\cdot 10^5$

Экспериментальные исследования показывают, что при числе Re от 0 до 5 труба обтекается по линиям тока, близким к линиям тока потенциального обтекания. В данном случае за трубой вихревая дорожка Кармана отсутствует. Однако при $\mathrm{Re} = 5 \div 40$ вследствие отрыва пограничного слоя за трубой появляются два устойчивых симметричных вихря, которые с увеличением Re вытягиваются по потоку, но не отрываются от поверхности трубы. При $\mathrm{Re} \approx 40$ длина циркуляционной зоны за трубой достигает $L/d \approx 3{,}0$, а с дальнейшим увеличением Re появляется отрыв вихрей от труб. Надо иметь в виду, что при наличии стенок канала, т. е. с его загромождением трубой, отрыв вихрей начинается при больших Re, чем в безграничном потоке. В данном диапазоне изменения Re вибрации трубы должны возбуждаться только турбулентными пульсациями потока.

При обтекании трубы безграничным потоком и числе $\mathrm{Re} \approx 40 \div 150$ наступает новый режим обтекания труб. За трубами появляются устойчивые вихревые периодические дорожки. Обтекание трубы носит чисто ламинарный характер. Из завихрений ламинарного потока за обтекаемой трубой образуется регулярная дорожка, вихри которой располагаются в шахматном порядке. Характер образовавшейся вихревой дорожки зависит от числа Re.

В диапазоне изменения Re от 150 до 300 наблюдается нерегулярность пульсаций скорости в следе за трубой при удалении от нее. С ростом Re степень нерегулярности увеличивается. При нарушении регулярности пульсаций скорости в следе появляются мелкие вихри, образующиеся из завихрений турбулентного слоя. Отрываясь от трубы, эти вихри распадаются значительно раньше, чем вихри, образующиеся из ламинарного слоя.

В следующем диапазоне, включающем в себя Re от 300 до критического значения $Re_к \approx 2 \cdot 10^5$, в образующийся за телом вихрь переходит лишь часть завихрения отрывающегося пограничного слоя, остальная же часть рассеивается в следе в виде мелких турбулентных завихрений, которые создают характерную для этого диапазона Re пульсацию скорости.

Указанные диапазоны Re в некоторой степени зависят от формы трубы, турбулентности набегающего потока, степени загромождения канала и т. д. Характер изменения отрыва вихрей от поперечно-обтекаемой трубы в зависимости от Re анализировался во многих работах. В исследованиях установлено, что периодичность отрыва вихрей в вихревых дорожках определяется безразмерной величиной (числом Струхаля), выражающей соотношение частоты отрыва вихрей, определяющего размера тела, и скорости потока:

$$Sh = fd/\bar{u}, \tag{15.3}$$

где f — частота отрыва вихрей с одной стороны трубы.

Данные для одиночной трубы при всех упомянутых выше режимах обтекания, связанных с отрывом вихрей от ее поверхности, полученные из анализа результатов многих исследователей [8], представлены на рис. 15.6. В интервале $Re = 150 \div 300$ виден разрыв сплошной линии, так как в этом режиме обтекания трубы происходит возмущение потока и в следе нарушается периодичность отрыва вихрей, которая восстанавливается лишь в диапазоне $Re = 3 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^5$. В данном случае, как показано во многих, в том числе и наших [9], работах, отрыв вихрей определяется числом $Sh \approx 0{,}2$ (рис.15.7). Отрыв вихрей создает периодические пульсации потока, энергия которых значительно превосходит энергию турбулентных пульсаций.

Установлено, что в диапазоне $Re = 3 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^5$ с начала появления отрыва вихрей до критических Re структура обтекания трубы не изменяется. Пограничные слои, сформировавшиеся на ее поверхности, отрываются примерно при $\varphi = 82 \div 90°$. С дальнейшим увеличением Re происходят коренные изменения течения как в следе трубы, так и в пограничном слое. При критических Re течение в следе становится полностью турбулентным, а отрыв пограничного слоя от поверхности трубы смещается вниз по потоку от $\varphi = 82°$ до $\varphi \approx 140°$. В данном случае уменьшается ширина следа и частота отрыва вихрей повышается, а затем опять понижается.

Сложность изменения структуры обтекания трубы отражается и на ее колебаниях. Согласно нашим экспериментальным данным (рис. 15.5) колебаний трубы $d = 0{,}03$ м в потоке воздуха в пределах изменения Re от $8 \cdot 10^3$ до $4 \cdot 10^4$ и данным работы [10], после вихревого возбуждения амплитуда вибраций труб увеличивается только за счет турбулентных пульсаций. В режиме критического обтекания трубы энергия турбулентных пульсаций давления потока велика, и амплитуда колебаний трубы увеличивается сильнее, чем до вихревого возбуждения. Если возбуждающие силы превосходят силы демпфирования, то амплитуда резко повышается и труба разрушается при возбуждении турбулентными пульсациями.

Следует учитывать, что при колебании трубы характер отрыва вихрей может несколько измениться. В наших исследованиях [11] установлено, что при частоте отрыва вихрей, близкой к частоте собственных колебаний трубы, происходит синхронизация частот, т. е. частоты отрыва вихрей и колебаний трубы совпадают. Экспериментальные данные показывают, что зона синхронизации довольно обширна. В среднем она имеет диапазон $f_s/f_n = 0{,}9 \div 1{,}3$. Аналогичные результаты были получены и в других работах.

Установлено, что максимум амплитуды колебаний трубы из-за отрыва вихрей получается только в зоне синхронизации. Обычно в зоне синхронизации частота отрыва вихрей близка к частоте собственных колебаний труб.

15.3. Вибрации поперечно-обтекаемых пучков труб

Гидродинамические силы, возникающие при обтекании труб, и вибрации последних, возбуждаемые этими силами, определяются структурой потока перед пучком, а также в межтрубном пространстве. Исследования показывают, что гидродинамические вибрации поперечно-обтекаемых труб пучков могут быть вызваны случайными и периодическими процессами течения жидкости в пучках труб. Сложность структуры обтекания труб не позволяет получить точные данные о возбуждающих гидродинамических силах и природе возбуждения труб потоком, которые необходимы для ведения аналитических расчетов, поэтому научные исследования динамики взаимодействия поперечного потока с трубами опираются на экспериментальные данные.

Величина амплитуды колебаний труб меняется в зависимости от скорости потока. При малых скоростях (рис. 15.8 и 15.9) амплитуда невелика, но при резонансе, возникающем в случае совпадения частот собственных колебаний трубы с частотой возбуждающей гидродинамической силы, она увеличивается. С дальнейшим увеличением скорости потока амплитуда колебаний труб шахматных и коридорных пучков несколько уменьшается, а затем опять резко увеличивается. Последующее увеличение амплитуды уже связано с гидроупругими вибрациями, при которых силы возбуждения сравниваются с силами демпфирования. При увеличении амплитуды колебаний труб силы демпфирования незначительно возрастают и можно увеличить скорость потока при гидроупругих вибрациях, однако дальнейшее увеличение скорости потока приводит к разрушению труб.

Данные, приведенные на рис. 15.1, 15.8 и 15.9, показывают, что вибрации гидродинамического происхождения, наблюдаемые в пучках труб, могут быть вызваны тремя видами возбуждения. Совершенно ясно, что все виды возбуждения одновременно имеют место при гидродинамических вибрациях труб, причем каждый из них проявляется только в определенном диапазоне изменения скорости потока. При каждом виде возбуждения гидродинамическая сила определяется иными факторами, возникающими при обтекании труб пучка, течении жидкости в межтрубном пространстве и колебании труб пучка.

При появлении гидродинамических вибраций и поперечном обтекании труб возбуждающая гидродинамическая сила вначале определяется пульсациями давления потока, возникающими на поверхности трубы. Причиной появления пульсаций надо считать турбулентно-вихревое отрывное течение в следе трубы. Поперечно-обтекаемые одиночные трубы и пучки труб имеют соответствующую частоту отрыва вихрей, которая характеризуется величиной Sh. Для поперечно-обтекаемых пучков труб величина Sh зависит от величины относительных шагов. Каждый отрыв вихря влечет за собой пульсации давления или местной скорости потока вблизи поверхности трубы, энергия которых в случае поперечно-обтекаемой одиночной трубы (рис. 15.7) значительно превосходит энергию турбулентных пульсаций при других частотах.

При обтекании одного ряда труб механизм отрыва вихрей от них значительно сложнее, чем отрыв от одиночной трубы. Как показали наши исследования [12], в пульсациях местной скорости вблизи поверхности труб оди-

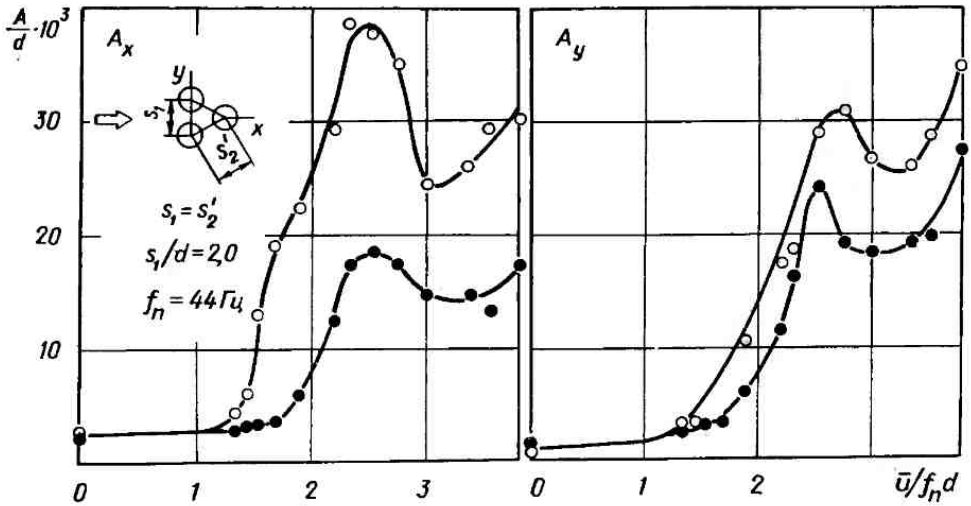


РИС. 15.8. Зависимость амплитуды колебаний труб шахматного пучка в первом (светлые кружки) и пятом (зачерненные кружки) рядах от скорости потока воды

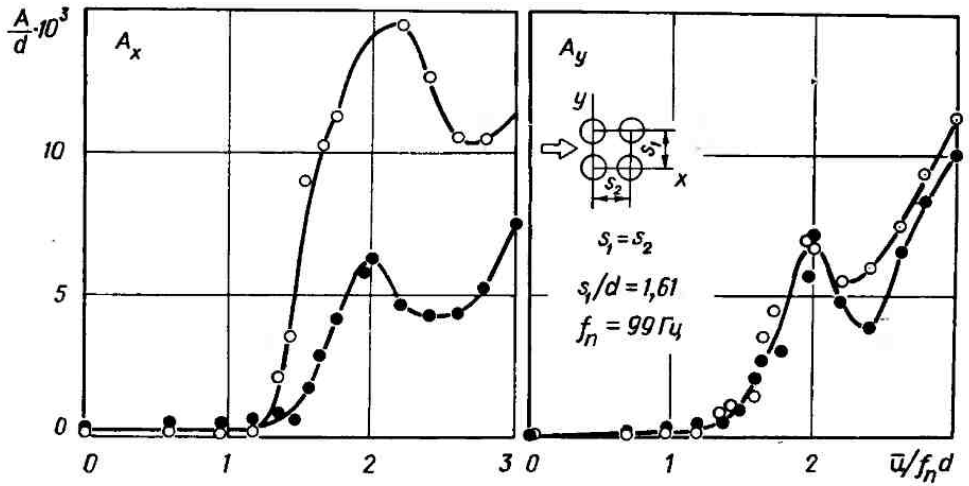


РИС. 15.9. Зависимость амплитуды колебаний труб коридорного пучка в первом (светлые кружки) и пятом (зачерненные кружки) рядах от скорости потока воды

ночного поперечного ряда лишь при поперечных шагах $s_1/d > 3{,}0$ наблюдаются четко выраженные частоты, при которых число $\mathrm{Sh} \approx 0{,}2$. Это показывает, что в данном случае отрыв вихрей происходит как бы от поперечно-обтекаемой одиночной трубы. Заметное влияние соседних труб на частоту отрыва вихрей проявляется при поперечных шагах $s_1/d \leqslant 3{,}0$. Из-за интерференции соседних циркуляционных зон давления, которые в одном случае повышают, а в другом — понижают скорость прохождения потока, происходит увеличение или уменьшение частоты отрыва вихрей, вследствие чего наблюдается нестабильность отрывного течения, что на графике плотности спектрал-

ного распределения пульсаций местной скорости в межтрубном пространстве выражается несколькими характерными частотами (рис. 15.10). Самый большой максимум пульсаций создает отрыв вихрей. С изменением скорости потока частоты всех максимумов смещаются. При совпадении частоты пульсаций скорости потока с частотой собственных колебаний труб амплитуда вибраций увеличивается.

Аналогичные пульсации скорости потока, вносимые отрывом вихрей, обнаружены вблизи поверхности всех труб в исследуемых поперечных рядах пучков с $s_1/d = 1{,}34 \div 2{,}00$. Лишь небольшое отличие замечено для труб в поперечных рядах пучков с $s_1/d = 1{,}15$, где пульсации местной скорости потока, создаваемые отрывом вихрей, не так четко выделяются среди турбулентных пульсаций, поскольку весь поток является высокотурбулизированным за счет малого проходного сечения между трубами.

Полученные экспериментальные данные измерения частот отрыва вихрей от труб одиночных и первых рядов коридорных пучков с $s_1/d = s_2/d$ указывают на некоторое соответствие между этими частотами. В результате исследования пульсаций местной скорости вблизи поверхности труб, данных по максимумам амплитуд вибраций труб в потоках воды и обобщения данных работ других исследователей, выполненного В. И. Катинасом совместно с автором [2], было получено, что частоту отрыва вихрей от труб первых рядов коридорных пучков (рис. 15.11) можно описать уравнением

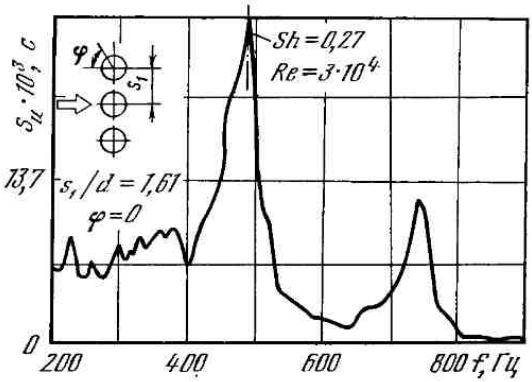
$$\mathrm{Sh} = 0{,}2 + \exp\left[-1{,}2\,(s_1/d)^{1{,}8}\right]. \qquad (15.4)$$

Уравнение (15.4) получено при $s_1/d = s_2/d \geqslant 1{,}15$. Оно также может быть использовано для определения частоты отрыва вихрей от труб одиночных поперечных рядов.

Как структура обтекания, так и характер формирования и отрыва вихрей от труб шахматных пучков определяются величиной s_1/d. При больших s_1/d (например, 2,0) наиболее четко выделяется отрыв вихрей от труб первых трех рядов пучка, а при $s_1/d = 1{,}15$ — только от труб первого ряда. В случае $s_1/d \geqslant 2{,}0$ в плотности спектрального распределения пульсаций местной скорости (рис. 15.12) вблизи стенки трубы (0,7 мм) отмечены два максимума, выделяющиеся из общего уровня турбулентных пульсаций местной скорости потока. В плотности спектрального распределения этих пульсаций для пучков с $s_1/d < 2{,}0$ превалирует максимум при одной частоте, а при других частотах эта плотность невелика.

Согласно имеющимся данным [5, 13], вихревые дорожки между продольными рядами труб влияют друг на друга, поэтому отдельно их рассматривать можно лишь при условии $s_1/d > 4{,}0$. В противном случае совокупность вихревых дорожек в пучке труб необходимо изучать как единую систему. По полученным результатам для шахматных пучков с $s_1/d \leqslant 2{,}68$ установлено, что влияние соседних вихревых дорожек имеет место во всех исследованных в данной работе пучках труб.

В шахматных пучках труб при поперечных шагах $s_1/d > 4{,}0$ поток, пройдя межтрубное пространство, не изменяет направления, и в каждом продольном ряду труб образуются «независимые» вихревые дорожки. При поперечных шагах $s_1/d < 2{,}0$ поток следует за зазорами между двумя соседними трубами поперечных рядов. В этом случае как поток, так и вихревые дорожки принимают S-образную форму. В первом случае межтрубное пространство большое и отрыв вихрей происходит так же, как и в случае одиночной трубы при числе $\mathrm{Sh} \approx 0{,}2$. В другом случае ($s_1/d \leqslant 2{,}0$) вихреобразование про-



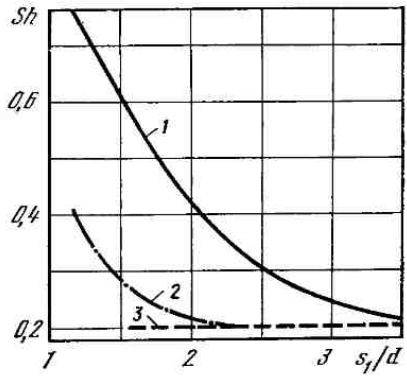


РИС. 15.10. Типичная плотность спектрального распределения пульсаций местной скорости потока вблизи стенки труб в одиночном поперечном ряду

РИС. 15.11. Частота отрыва вихрей от труб пучков в зависимости от величины относительных шагов

1 — шахматные пучки, *2* — коридорные пучки, *3* — одиночная труба (цилиндр)

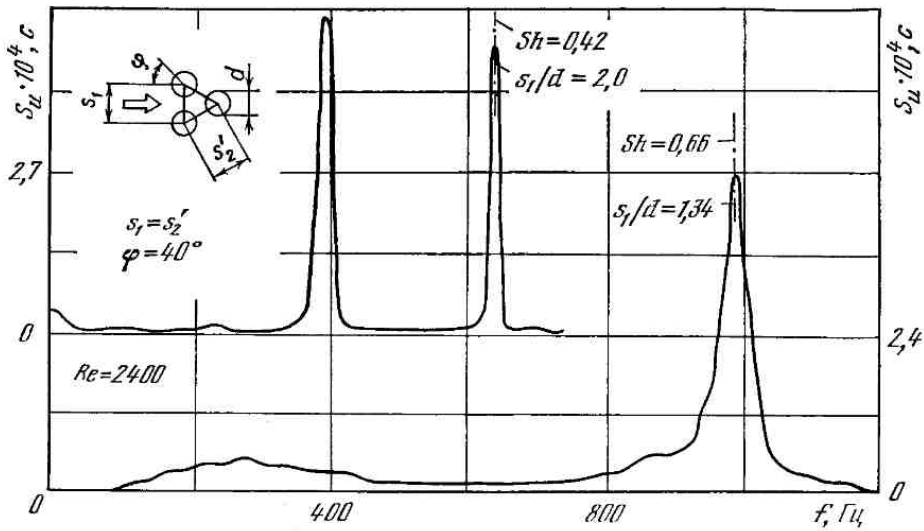


РИС. 15.12. Плотность спектрального распределения S_u пульсаций местной скорости потока в первых рядах шахматных пучков труб

исходит в ограниченном межтрубном пространстве, поэтому масштаб образовавшихся вихрей меньше, вследствие чего числа Sh возрастают.

В наших исследованиях случай, когда $2{,}0 \leqslant s_1/d \leqslant 2{,}68$, относится к так называемому промежуточному режиму обтекания, при котором поток изменяет траектории течения от прямых к S-образным и обратно. Такое течение порождает вихри с двумя превалирующими частотами (рис. 15.12).

Частоту отрыва вихрей (рис. 15.11) от труб первых рядов шахматных пучков при $s_1/d = s_2'/d \geqslant 1{,}15$ можно описать уравнением

$$\mathrm{Sh} = 0{,}2 + \exp\left[-0{,}44\,(s_1/d)^{1{,}8}\right]. \qquad (15.5)$$

Формула (15.5) хорошо обобщает данные в диапазоне изменения Re от 10^4 до 10^5.

Как показали эксперименты, на частоту отрыва вихрей от труб шахматных пучков влияет и величина относительного продольного шага s_2/d. При малых s_2/d места для формирования больших вихрей недостаточно, поэтому их масштаб уменьшается, а частота отрыва вихрей увеличивается. Исходя из этих рассуждений, наших исследований и данных работ других авторов, для учета влияния величины s_2/d на отрыв вихрей от труб шахматных пучков при $a/b = 0{,}5 \div 3$ в уравнение (15.5) необходимо ввести поправочный коэффициент $\varkappa_1$.

При $\mathrm{Re} = 10^4 \div 10^5$ и $a/b > 1$

$$\varkappa_1 = 0{,}9a/b, \qquad (15.6)$$

где $a = s_1/d$, $b = s_2/d$.

При $a/b \leqslant 1$

$$\varkappa_1 = 0{,}9\,(a/b)^{1{,}7}. \qquad (15.7)$$

Тогда

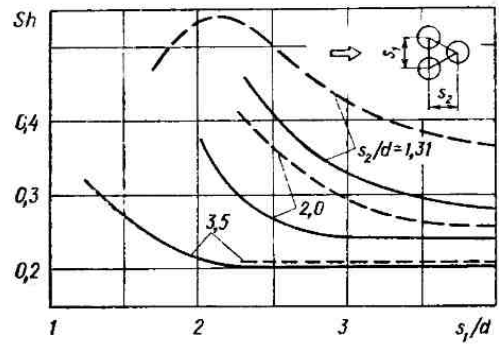
$$\mathrm{Sh} = \varkappa_1\left\{0{,}2 + \exp\left[-0{,}44\,(s_1/d)^{1{,}8}\right]\right\}. \qquad (15.8)$$

Зависимости (15.6)—(15.8) можно использовать при разработке новых конструкций теплообменников для определения величины Sh, соответствующей частоте отрыва вихрей от труб шахматных пучков.

Обтекание труб глубинных рядов коренным образом отличается от обтекания труб первых рядов, так как по глубине пучка поток все интенсивнее турбулизируется впереди стоящими трубами. Степень турбулизации сильно зависит от поперечных и продольных шагов пучков, а также от чисел Re. Определение числа Sh в глубинных рядах труб пучков в диапазоне чисел $\mathrm{Re} = 10^2 \div 10^3$ не представляет затруднений, но с увеличением Re от 10^3 до 10^5 поток турбулизируется до такой степени, что энергия пульсаций скорости отрыва вихрей «растворяется» в турбулентных пульсациях потока и определение частоты отрыва вихрей от труб пучков усложняется.

Полученные данные показывают, что частота отрыва вихрей от труб глубинных рядов пучков несколько отличается от частоты отрыва вихрей от труб первых рядов. Это различие вызвано уменьшением корреляционного масштаба вихрей вследствие действия турбулизации потока на смещение точки отрыва пограничного слоя вниз или вверх по потоку, а также взаимодействия соседних вихревых дорожек. На рис. 15.13 и 15.14 представлены данные по частоте отрыва вихрей от труб глубинных рядов шахматных и коридорных пучков, полученные при обобщении результатов наших работ и работ И. Н. Ченя [5], Р. Грегорига [14], Б. И. Гроца и Ф. Р. Арнольда [15] и многих других.

При относительных шагах меньше 2,0 течение в глубине пучка определяется пульсациями скорости потока, имеющими широкополосный частотный спектр. Только в случаях пучков с большими относительными шагами ($s_1/d \geqslant 2{,}0$) в амплитудно-скоростных характеристиках вибраций труб глубинных рядов наблюдаются максимумы, обусловленные вихревым возбуждением. С уменьшением относительных шагов пучков труб эти максимумы



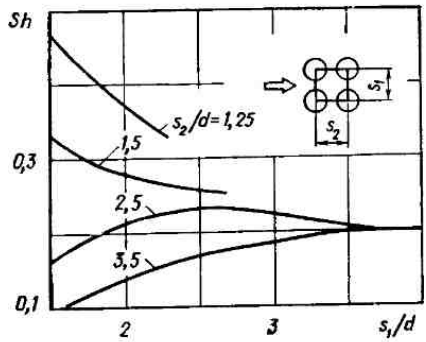


РИС. 15.13. Частота отрыва вихрей от труб в глубинных рядах шахматных пучков в зависимости от величины относительных шагов

Сплошные линии — гладкие трубы, пунктир — ребристые

РИС. 15.14. Частота отрыва вихрей от труб в глубинных рядах коридорных пучков в зависимости от величины относительных шагов

становятся мало выраженными и возбуждение труб в основном определяется турбулентными пульсациями давления потока.

Как в случае поперечно-обтекаемой одиночной трубы, так и в пучках труб максимумы в амплитудно-скоростных характеристиках (рис. 15.8 и 15.9) вызваны пульсациями давления потока при отрыве вихрей, когда собственная частота колебаний трубы равна частоте отрыва вихрей. Уравнения (15.4) и (15.5) определяют частоту отрыва вихрей с одной стороны трубы, а вихри отрываются поочередно то с одной, то с другой стороны. При колебании трубы поперек потока в одном колебательном цикле участвуют оба вихря с противоположных сторон трубы, а при колебании трубы вдоль потока каждый вихрь дает импульс и возможен максимум амплитуды при частоте, вдвое меньшей частоты отрыва вихрей.

В шахматных пучках труб с большими относительными шагами ($s_1/d = 2{,}0$) максимумы в амплитудно-скоростных характеристиках (рис. 15.8) отмечены только при такой скорости потока, когда частота отрыва вихрей совпадает с частотой собственных колебаний труб. Однако при частоте отрыва вихрей, вдвое превышающей собственную частоту колебаний труб, максимумы не обнаружены или они совсем незначительны. С уменьшением относительных шагов в пучках труб такие максимумы могут возникнуть. Характерно, что с наибольшей амплитудой колеблются лишь трубы первых рядов шахматных и коридорных пучков.

В нашем случае в амплитудно-скоростной характеристике коридорного пучка с $s_1/d = 1{,}61$ (рис. 15.9) виден максимум при такой скорости потока, когда частота собственных колебаний труб вдвое превышает частоту отрыва вихрей. Выявить другой максимум, соответствующий скорости потока, при которой обе эти частоты совпадают, не удается, поскольку вследствие малого демпфирования труб амплитуда колебаний резко увеличивается и перед вихревым возбуждением возникают гидроупругие вибрации, в результате чего трубы начинают соударяться между собой. Однако при повышении демпфирования получаются четко выраженные максимумы и в случае вихревого возбуждения, и в случае скорости потока, при которой частота собственных

колебаний труб вдвое превышает частоту отрыва вихрей. Обычно в первом случае амплитуда колебаний в 2—3 раза больше.

Гидроупругое взаимодействие потока с трубами поперечно-обтекаемых пучков возникает при повышении амплитуды колебаний труб, поскольку меняется проходное сечение потока между соседними трубами поперечного ряда, а тем самым и эпюра давлений потока. Это приводит к появлению пульсирующих гидродинамических сил, резко увеличивающихся с повышением скорости потока. Гидроупругая нестабильность в пучках труб может появиться как перед вихревым возбуждением, так и после него. Это зависит от величины демпфирования и других вибропараметров трубы. При малом демпфировании гидроупругие вибрации с большой амплитудой получаются при меньших скоростях потока, чем при большом. Например, для коридорного пучка с $s_1/d = 1{,}61$ гидроупругие вибрации происходят перед вихревым возбуждением. При безразмерной скорости потока $\bar{u}/(f_n d) \approx 2{,}0$ максимум соответствует частоте, вдвое превышающей частоту отрыва вихрей.

Для шахматного пучка с $s_1/d = 2{,}0$ демпфирование было больше, и поэтому гидроупругие вибрации появились после вихревого возбуждения. Критическая скорость потока, при которой появляются гидроупругие вибрации большой амплитуды, является функцией параметра затухания $m\tilde{\delta}/\rho d^2$, где m — расчетная масса на единицу длины трубы, $\tilde{\delta}$ — логарифмический декремент, ρ — плотность жидкости. Чем больше параметр затухания, тем больше критическая скорость потока.

15.4. Статистический анализ вибраций труб

Вибрации труб, возбуждаемые потоком, принадлежат к физическим явлениям, которые нельзя описать точными математическими соотношениями. Полученные экспериментальные данные о колебательном движении труб анализируются при помощи статистических методов. Определяются основные характеристики случайных процессов, т. е. средние квадратичные значения, плотность распределения, автокорреляционная функция, плотность спектрального распределения.

Примеры записей вибраций представлены на рис. 15.15. Как видно, эти вибрации имеют случайный характер, но с течением времени существенно не изменяются, и можно предположить, что это реализация стационарных случайных процессов. Это подтверждается независимостью основных статистических характеристик от времени.

Представленные на рис. 15.16 данные показывают, что с течением времени трубы колеблются по орбитальным траекториям, которые меняются по величине и положению в плоскости. Орбитальные траектории движения трубы получены при постоянной скорости потока. Ввиду изменения величины амплитуды колебаний трубы пучка, т. е. происходящего явления биения, эти траектории со временем изменяются. При изучении колебаний труб при скоростях потока, значительно отличающихся от резонансных скоростей при вихревом возбуждении, установлено, что место орбиты в плоскости и ее величина с изменением времени остаются постоянными. Это показывает, что труба возбуждается регулярной силой.

Закон распределения текущих значений амплитуд колебаний труб в первых рядах пучка при малых скоростях потока является нормальным. Это объясняется отсутствием возбуждения труб потоком из-за малой энергии отрыва вихрей при этих скоростях. Закон распределения амплитуд колеба-

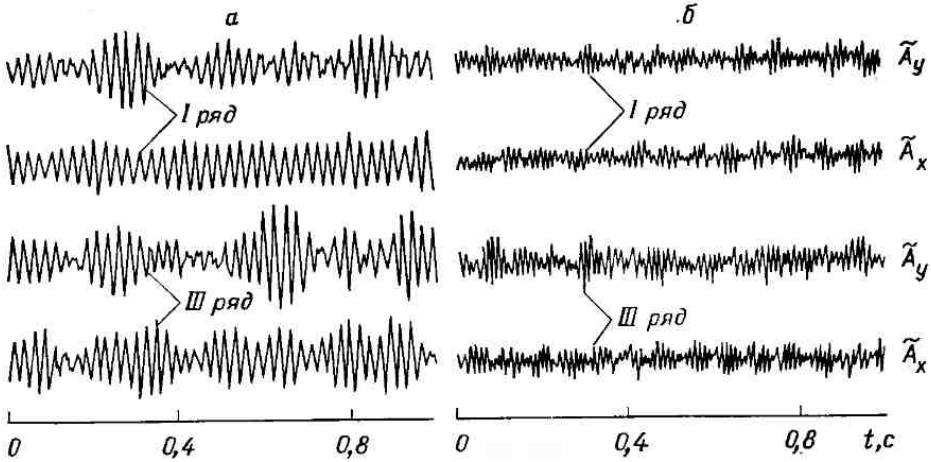


РИС. 15.15. Осциллограммы вибраций труб в разных рядах шахматных пучков при постоянных скоростях потока

а — $s_1/d = 1{,}34$; $\bar{u}/f_n d = 1{,}08$, $f_n = 44$ Гц;
б — $s_1/d = 1{,}15$, $\bar{u}/f_n d = 1{,}54$, $f_n = 99$ Гц

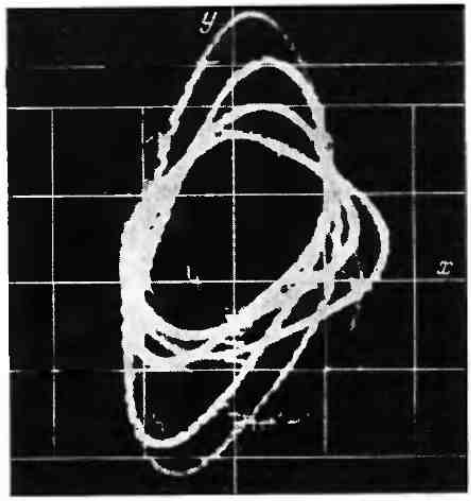


РИС. 15.16. Орбитальные траектории движения труб первого ряда шахматного пучка с $s_1/d = 1{,}61$ в потоке воды при $\bar{u}/f_n d = 2{,}8$ и $f_n = 99$ Гц

ний труб в глубинных рядах близок к нормальному. Вибрации труб в глубинных рядах возбуждаются в основном случайными турбулентными пульсациями давления потока, возникающими при обтекании труб и течении жидкости в межтрубном пространстве.

Отклонение от нормального закона распределения отмечено в основном для труб первых рядов пучков при больших скоростях потока, когда закон распределения текущих значений амплитуд колебаний труб приближается к бимодальному. На рис. 15.17 показаны типичные гистограммы распределения амплитуд колебаний труб исследуемых пучков. Здесь n_i — число значений реализации, попадающих в i-й интервал, N — объем выборки при вычислении статистического ряда, $\bar{A}$, D — амплитуда и дисперсия амплитуд колебаний труб. При этом значения центрального момента IV порядка (эксцесса) отрицательны и увеличиваются по абсолютной величине, что указывает на больший разброс значений амплитуд колебаний труб, т. е.

на увеличение вероятности больших значений этих амплитуд. Бимодальный закон распределения представляет собой суперпозицию двух законов распределения — нормального и по арккосинусу. Поэтому можно сделать вывод, что вибрации труб возбуждаются двумя независимыми источниками. Соответственно можно считать, что распределенные по нормальному закону колебания труб вызваны турбулентными пульсациями давления потока, а колебания, определенные по закону арккосинуса,— отрывом вихрей.

Зависимость характеристик процесса колебаний труб в некоторый данный момент от его характеристик в предшествующие моменты выражает автокорреляционная функция колебательного процесса трубы:

$$K_x(\tau_i) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} (x_i - m_x)(x_{i+n} - m_x), \tag{15.9}$$

где $\tau_i = n\Delta t$; Δt — шаг дискретизации процесса; $n = 0, 1, 2, \ldots, r$; r — максимальное число шагов; N — объем выборки; m_x — среднее значение характеристик процесса.

Корреляционные функции вибраций труб (рис. 15.18) знакопеременны, что свидетельствует о периодичности процесса колебаний. Медленное их затухание указывает на длительное сохранение связи между параметрами исследуемых процессов. На некоторых графиках корреляционных функций видны биения, указывающие на наличие в исследуемых процессах составляющих с близкими частотами. В корреляционных функциях колебаний, распределенных по бимодальному закону, после затухания случайной составляющей появляется регулярная составляющая, распределенная по закону арккосинуса.

Общий частотный характер колебательного процесса описывается плотностью спектрального распределения среднеквадратичных значений параметров. Формально функция плотности спектрального распределения для стационарного процесса не содержит дополнительной информации по сравнению с автокорреляционной функцией. Эти функции связаны взаимным преобразованием Фурье:

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) \exp(-2\pi j f \tau)\, d\tau. \tag{15.10}$$

Однако они дают информацию различного типа, причем информация о частоте колебательного движения труб представляет большой интерес.

Плотность спектрального распределения параметров колебательных процессов труб в первых и глубинных рядах исследуемых шахматных пучков (рис. 15.19) показывает, что трубы колеблются с частотами, близкими к частоте их собственных колебаний. Турбулентные пульсации давления потока обусловлены структурой обтекания труб пучка, течением жидкости в межтрубном пространстве и имеют широкополосный спектр энергии. При небольших скоростях потока этими пульсациями и возбуждаются колебания труб как в первом, так и в глубинных рядах.

Спектральный анализ колебательного движения труб исследуемых шахматных пучков показал, что при переменном значении скорости потока изменение частоты колебаний труб и ее отличие от f_n более ярко выражены в случае труб первых рядов пучков, чем в случае глубинных. Трубы глубинных рядов возбуждаются высокотурбулизированным потоком с неравномерным

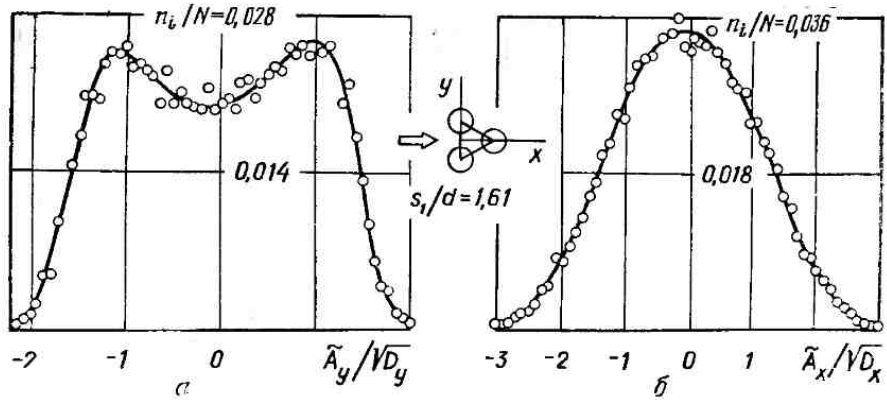


РИС. 15.17. Гистограммы распределения амплитуд колебаний труб в первом (*а*) и пятом (*б*) рядах шахматного пучка при $\bar{u}/f_n d = 1,47$ и $f_n = 99$ Гц

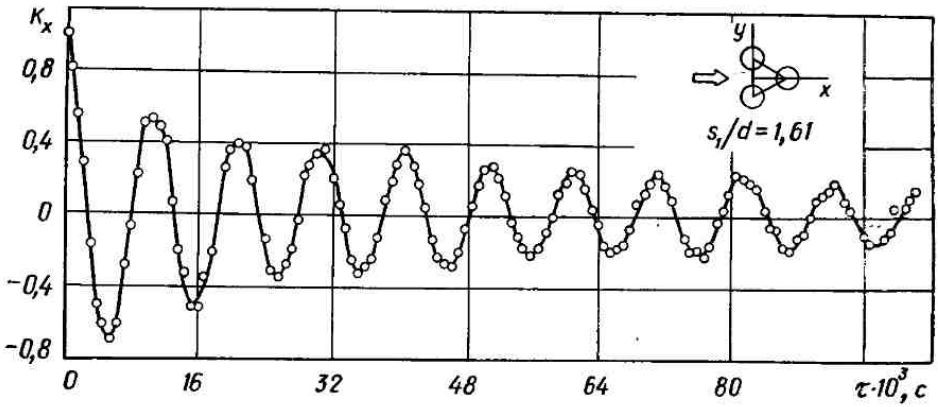


РИС. 15.18. Автокорреляционная функция колебаний труб в пятом ряду шахматного пучка при $\bar{u}/f_n d = 1,47$ и $f_n = 99$ Гц

профилем скоростей и турбулентности, а на трубы первых рядов набегает поток с низкой турбулентностью (1%) и с равномерным профилем скоростей. Поэтому энергия колебательного движения труб в глубинных рядах распределяется в более широком диапазоне частот, чем в первых рядах (рис. 15.19).

Как следует из плотности спектрального распределения колебательного движения труб исследованных шахматных пучков, в зоне действия гидроупругого возбуждения труб потоком частоты колебаний труб f сжатого ($s_1/d = s_2'/d = 1,15$) и редкого ($s_1/d = s_2'/d = 2,68$) шахматных пучков мало отличаются от собственной частоты колебаний труб f_n. Более заметное изменение f, обусловленное конфигурацией пучка, отмечено только для труб в первом ряду. Трубы в первом ряду редких пучков вне зоны резонансной частоты отрыва вихрей и f_n колебались с $f = 100$ Гц, что практически равно f_n одиночной трубы. Для сжатых пучков величина несколько ниже, чем для одиночной трубы.

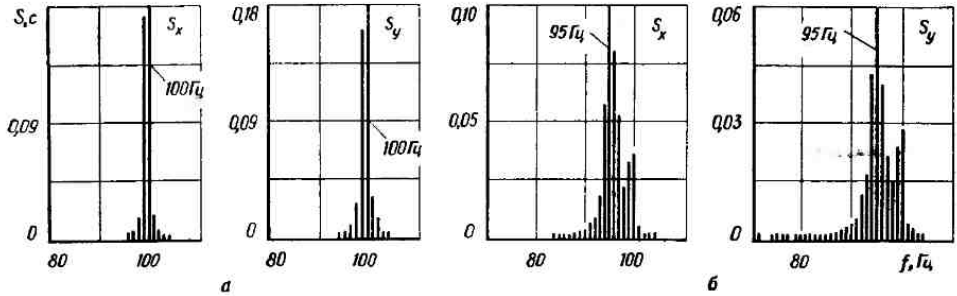


РИС. 15.19. Функция нормированной плотности спектрального распределения S параметров колебаний труб в первом (*а*) и четвертом (*б*) рядах шахматного пучка при $s_1/d = 2{,}68$, $\bar{u}/f_n d = 1{,}33$ и $f_n = 99$ Гц

Аналогичная картина возбуждения получена и для труб коридорных пучков. Статистический анализ колебательного движения показывает, что одиночные трубы и трубы пучков колеблются с частотой, незначительно изменяющейся с изменением скорости потока и близкой к частоте их собственных колебаний. Обычно с повышением скорости потока частота колебаний труб увеличивается мало.

Плотность спектрального распределения колебаний труб в глубинных рядах пучков занимает более широкий частотный диапазон, чем в первых. Частоты колебаний труб при колебательном процессе лежат в узкой полосе. Таким образом, трубы возбуждаются гидродинамическими силами, определяемыми течением жидкости в пучках труб и вблизи их поверхности.

15.5. Вибрации пучков наклонных труб

Характер возбуждения вибраций в пучках наклонных труб несколько иной, чем в поперечно-обтекаемых пучках труб. Обтекание труб, наклоненных к направлению потока, аналогично обтеканию эллиптических труб. Скорость потока можно разложить на две составляющие — перпендикулярную оси трубы и параллельную ей. Исследования показывают, что при наличии продольного и поперечного обтекания силы, действующие на трубы, в основном определяются поперечной составляющей скорости потока.

В исследованиях, проведенных В. И. Катинасом совместно с автором и сотр. [1, 2], за определяющую скорость при обобщении гидродинамических вибраций труб, наклоненных к направлению потока, принята скорость в узком сечении пучка в плоскости труб. При определении этой скорости для шахматных пучков с трубами, расположенными по вершинам равностороннего треугольника, и с бо́льшим продольным шагом, а также для всех коридорных пучков труб можно пользоваться уравнением

$$\bar{u} = \frac{a}{a-1} U_0 \sin\beta, \tag{15.11}$$

где U_0 — скорость набегающего потока, β — угол между направлением потока и продольной осью трубы.

Полученные в нашем институте данные по амплитудно-скоростным характеристикам исследованных коридорных пучков труб при изменении угла β от 25 до 90° можно осреднить и представить в виде кривых, показанных

на рис. 15.20. Амплитудно-скоростные характеристики исследуемых коридорных пучков труб показывают, что в потоке существуют пульсации давления, частота которых меняется с изменением скорости потока, и если она становится равной частоте собственных колебаний труб f_n, то величина амплитуды A значительно увеличивается. При $\bar{u}/(f_n d) > 3{,}0$ амплитуда A возрастает не только из-за резонанса, при котором частота пульсаций давления потока, возникающих при обтекании труб, и f_n совпадают, но и вследствие гидроупругого взаимодействия трубы с потоком при перемещении труб в пучке, поскольку с незначительным увеличением скорости амплитуда A резко повышается. Трубы пучка раскачиваются, возникает большой шум из-за соударения труб между собой. Уменьшения амплитуды A не удается достичь даже при дальнейшем повышении скорости потока до самого разрушения труб от динамических напряжений. Аналогичный характер изменения амплитудно-скоростных характеристик (рис. 15.21) был получен и для шахматных пучков труб.

Эксперименты показали, что отрыв вихрей от наклоненных труб пучков и от поперечно-обтекаемых происходит аналогично. Приняв за определяющую скорость скорость потока по уравнению (15.11), частоту отрыва вихрей от труб при $\beta \leqslant 90°$ можем определить по данным для поперечно-обтекаемых труб. Это установлено (рис. 15.22) при изучении плотностей спектрального распределения пульсаций местной скорости потока вблизи поверхности труб пучков.

Наибольшие вибрации труб коридорных пучков, наклоненных к направлению потока под углами $\beta = 25 \div 90°$, наблюдаются по направлению течения потока. Это объясняется тем, что в сжатых пучках ($s_1/d = 1{,}34$) ширина прохода жидкости между продольными рядами (как и между трубами) мала. В таких условиях вихри, формирующиеся за трубой, невелики и не обладают достаточной энергией для возбуждения больших вибраций труб в поперечном направлении потока. Трубы в данном случае возбуждаются в основном пульсациями давления потока, возникающими при прохождении жидкости в межтрубном пространстве.

В амплитудно-скоростных характеристиках труб шахматных пучков (рис. 15.21) наблюдаются два максимума. Первый максимум при безразмерной скорости потока $\bar{u}/(f_n d) \approx 1{,}4$ соответствует частоте отрыва вихрей от труб шахматных пучков. Появление другого максимума при $\bar{u}/(f_n d) \approx 2{,}1$ связано с тем, что в указанных шахматных пучках с одинаковым шагом s_1/d при всех углах возникают одинаковые пульсации давления потока. В шахматных пучках максимумы амплитуды колебаний труб выражены четко в отличие от коридорных. Проявление этих максимумов связано со сложной структурой течения жидкости в пучках, а местоположение их определяется величиной относительных шагов пучков труб.

Представленные на рис. 15.21 данные показывают, что с уменьшением угла наклона труб частота отрыва вихрей от них незначительно повышается. Поэтому максимумы амплитуды колебаний труб при меньших β получаются при несколько меньших значениях $\bar{u}/(f_n d)$.

Измерение частот колебаний показывает, что трубы колеблются с частотой, близкой к частоте их собственных колебаний f_n. Возбуждение труб при малых скоростях обусловлено действием турбулентных пульсаций давления потока. При $\bar{u}/(f_n d) > 3$ видно повышение амплитуды A из-за гидроупругого взаимодействия трубы с обтекающим ее потоком. Виды возбуждения вибраций труб наклоненных и поперечно-обтекаемых пучков мало отличаются

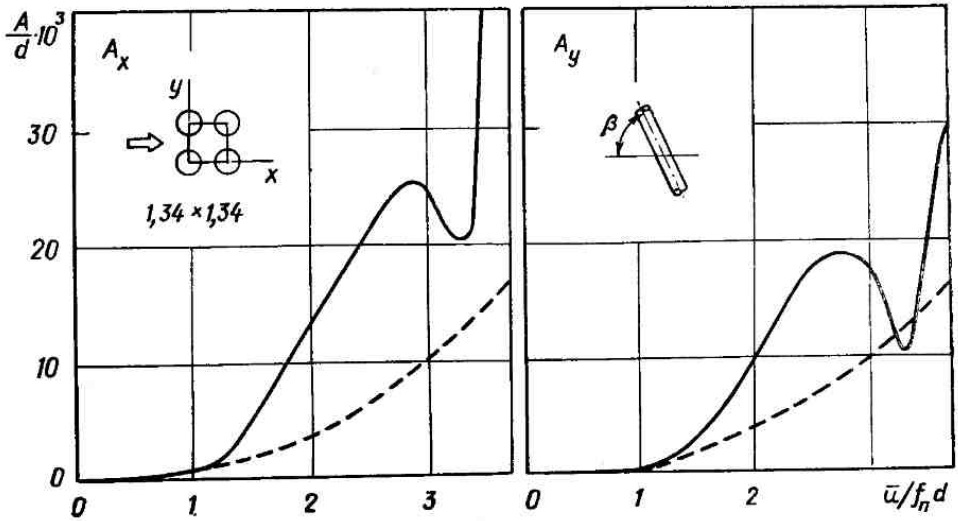


РИС. 15.20. Зависимость осредненных амплитуд колебаний труб коридорных пучков в первом (сплошная кривая) и пятом (пунктир) рядах при $\beta = 25 \div 90°$ и $f_n = 38 \div 60$ Гц от скорости воды

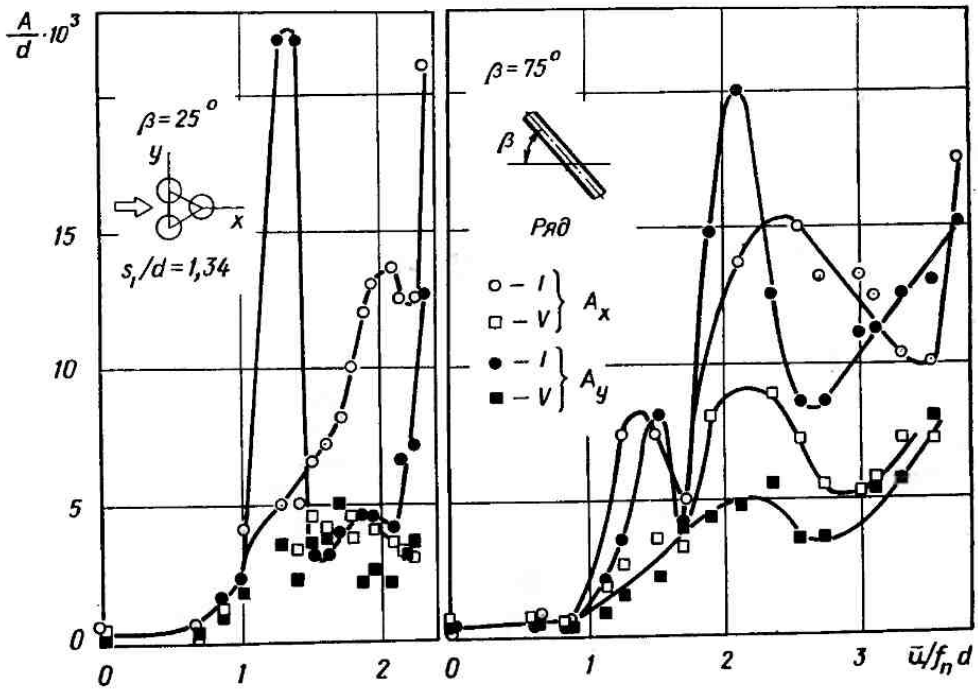


РИС. 15.21. Зависимость амплитуды колебаний труб шахматных пучков в первом и пятом рядах при $\beta = 25$ и 75° и $f_n \approx$ const от скорости потока

друг от друга. При обобщении данных необходимо правильно подбирать определяющую скорость потока с целью учета тех особенностей обтекания труб, которые являются следствием изменения геометрии расположения труб в пучках и влияния направления потока на обтекаемые пучки.

Наибольшие вибрации труб, возбуждаемые потоком, наблюдаются в первом ряду пучка с $\beta \leqslant 90°$, а в его глубинных рядах они значительно меньше.

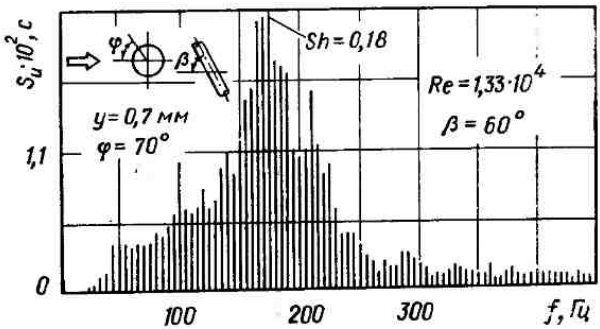


РИС. 15.22. Плотность спектрального распределения S_u пульсаций местной скорости потока вблизи поверхности лобовой части поперечно-обтекаемой одиночной трубы с углом наклона к направлению потока $\beta = 60°$

Перемена частоты собственных колебаний труб коридорных и шахматных пучков фактически не вносит поправок в характер изменения амплитуд колебаний труб. Максимумы колебаний при всех значениях β соответствуют той же безразмерной скорости потока.

15.6. Вибрации радиальных пучков труб

В современных теплообменниках применяются поперечно-обтекаемые шахматные и коридорные радиальные пучки труб. В этих пучках трубы располагаются по радиусам окружности, а расстояние между двумя соседними трубами в поперечном ряду меняется.

В ИФТПЭ были исследованы семирядные шахматные радиальные пучки труб с относительными продольными шагами $s_2/d = 1{,}34$; 1,61; 2,0 и коридорный пучок труб с $s_2/d = 1{,}34$ и $d = 42$ мм при угле раствора между трубами 11°42′, $\mathrm{Re} = 2 \cdot 10^4 \div 2 \cdot 10^5$ и частоте собственных колебаний труб 21 и 30 Гц. Симметричный профиль скорости в межтрубном пространстве поперек канала и труб свидетельствовал об их симметричном обтекании. Скорость по радиусу канала изменялась, что обусловлено неодинаковым расстоянием между соседними трубами в одном и том же поперечном ряду труб. При измерении распределения статического давления по окружности труб было установлено, что обтекание труб радиальных пучков по всему периметру симметрично и не отличается от обтекания параллельных труб.

Спектральный анализ пульсаций местной скорости потока вблизи поверхности отдельных труб радиальных пучков по всему периметру показывает, что энергия пульсаций скорости потока, а следовательно, и пульсаций его давления в диапазоне частот колебания труб распределяется почти равномерно. Энергетический спектр имеет множество пиков, поэтому выделить какую-либо характерную величину частоты f, аналогичную частоте отрыва вихрей, не удается. Гидродинамическую возбуждающую силу в изученных диапазонах изменения Re и скорости потока для исследованных радиальных пучков можно представить в виде белого шума, от которого трубы получают энергию с частотой, близкой к частоте собственных колебаний труб. С уве-

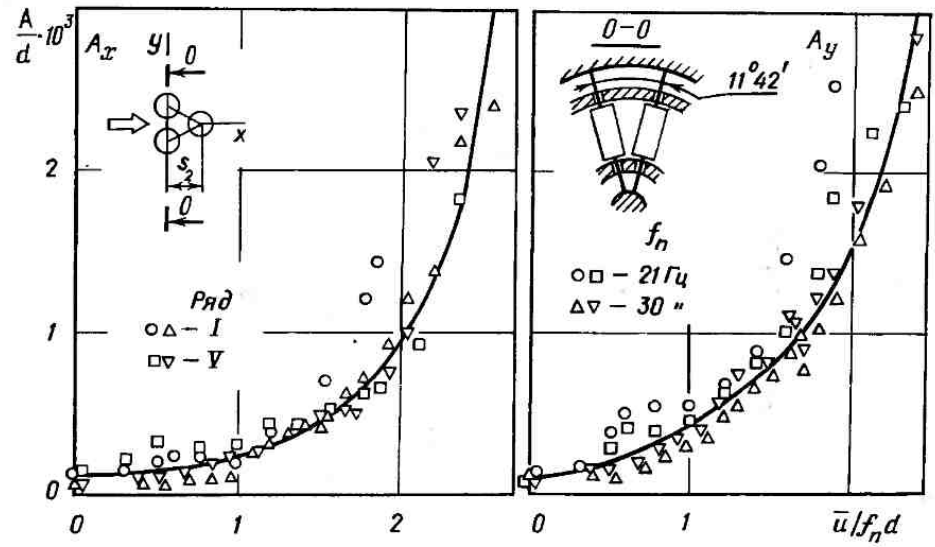


РИС. 15.23. Зависимость относительной амплитуды колебаний труб в первом и пятом рядах радиального шахматного пучка с $s_2/d = 2{,}0$ от безразмерной скорости потока воды

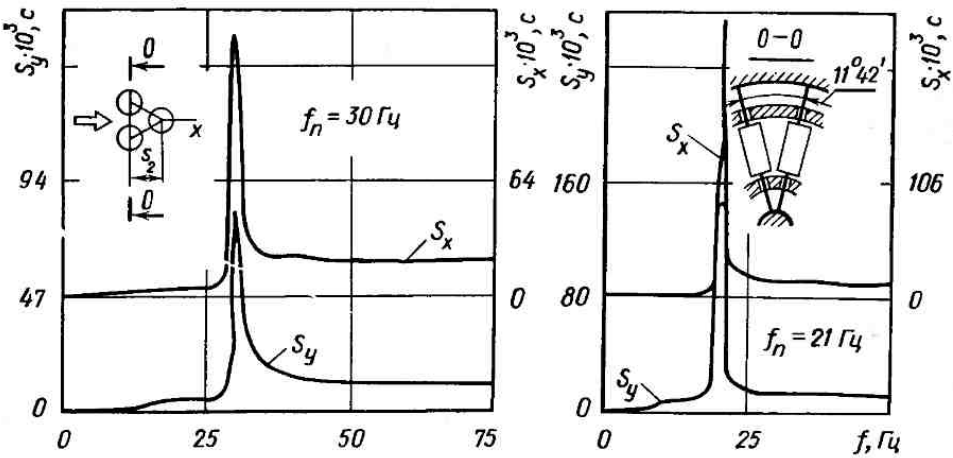


РИС. 15.24. Плотность спектрального распределения S вибраций труб пятого ряда радиального шахматного пучка с $s_2/d = 1{,}61$ при $\bar{u}/f_n d = 2{,}0$

личением скорости потока энергия турбулентных пульсаций потока возрастает и равномерно увеличивается амплитуда колебаний A поперечно-обтекаемых труб шахматного и коридорного радиальных пучков (рис. 15.23). При определении амплитудно-скоростных характеристик за определяющую скорость принимается среднеинтегральная скорость в узком проходном сечении пучка труб.

Все регистрируемые колебания труб исследованных радиальных пучков при всех значениях скорости потока представляют собой непрерывные коле-

бательные процессы со случайными разностями фаз колебаний отдельных труб. Взаимосвязи между колебательными процессами в отдельных трубах того же пучка в различных поперечных рядах не обнаруживается. Каждая труба радиальных пучков колеблется независимо от другой с частотой f, близкой к значению f_n. Колебательная энергия труб (рис. 15.24) в основном сосредоточена в узкой полосе частот. На спектрограммах колебательного движения труб этих радиальных пучков при поперечном обтекании их потоком жидкости виден один большой максимум энергии при частоте, почти не отличающейся от частоты собственных колебаний f_n. Экспериментальные данные показывают, что положение этого максимума в исследуемом диапазоне изменения скорости или числа Re не зависит от расположения труб в радиальном пучке. Максимумы появляются при одинаковой частоте колебаний и для коридорного, и для шахматного пучков.

Записи изменения амплитуд колебаний A труб радиальных пучков при поперечном обтекании их потоком жидкости показывают, что колебательный процесс в трубах этих пучков, возбуждаемый потоком жидкости, не является случайным, а носит периодический характер. С течением времени амплитуда колебаний труб несколько изменяется. Неравномерности изменения амплитуды колебаний по времени зависят от скорости потока. При одних значениях скорости $\bar{u}$ они незначительны, при других — максимальны. Поэтому возбуждающая гидродинамическая сила по своей структуре изменяется в зависимости от скорости потока. Наличие явления биения в колебательном движении труб этих пучков, создаваемого гидродинамическими силами, означает, что в этом процессе существуют компоненты с близкими частотами. С изменением скорости потока меняется характер возбуждения труб.

Амплитудно-скоростные характеристики (рис. 15.23) показывают, что при безразмерных скоростях $\bar{u}/(f_n d) \approx 1{,}0$ вибрации труб возбуждаются турбулентными пульсациями. С достижением критических значений скорости, при которых энергия возбуждающей гидродинамической силы превосходит энергию демпфирования трубы, происходит резкое увеличение амплитуды колебаний труб в пучках. При дальнейшем незначительном увеличении скорости потока трубы радиальных пучков разрушаются от динамических напряжений.

15.7. Расчет и предотвращение вибраций труб

При расчете гидродинамических вибраций труб пучков теплообменников учитываются виды возбуждения труб, каждому из которых соответствует определенный диапазон скоростей. Экспериментально установлено, что трубы возбуждаются турбулентными пульсациями потока, отрывом вихрей и в результате гидроупругого взаимодействия с потоком. В поперечно-обтекаемых пучках труб все виды возбуждения начинают действовать с начала появления вибраций труб, возбуждаемых потоком. Доминирование одного из указанных видов возбуждения определяется вибропараметрами колеблющегося трубного пучка, характеристикой потока, местоположением трубы в пучке и другими факторами. Однако не все виды возбуждения встречаются при обтекании разных трубных элементов теплообменников. Например, одиночная труба при поперечном обтекании возбуждается турбулентными пульсациями и отрывом вихрей, а при продольном обтекании та же труба и трубы пучков возбуждаются только турбулентными пульсациями.

Ввиду сложности обтекания и причин появления вибраций, возбуждаемых потоком, нет точных аналитических методов их определения. В практических расчетах вибрации труб, возбуждаемые потоком, учитывают отдельно для каждого вида возбуждения.

Возбуждение труб турбулентными пульсациями давления потока практически происходит во всем диапазоне изменения скорости потока. Возбуждающая гидродинамическая сила имеет широкополосный частотный спектр, а возбуждение трубы связано только с той частью спектра, частота которой близка к частоте собственных колебаний труб.

Уровень турбулентности после входа потока в пучок труб быстро увеличивается до достижения постоянного значения по глубине пучка. При относительных шагах пучка, больших 4, в его глубине доминирует частота отрыва вихрей, а при относительных шагах, меньших 4, спектр пульсаций становится более широкополосным. Возбуждение турбулентными пульсациями труб в первых рядах пучка происходит до безразмерной скорости потока $\bar{u}/(f_n d) \approx 1$, а труб в глубинных рядах — до появления гидроупругих вибраций. Турбулентные пульсации в основном вызывают вибрации труб при продольном обтекании.

Для расчета колебаний труб, возбуждаемых турбулентностью, необходимо знать среднеквадратичные значения и форму спектра компонентов турбулентных пульсаций скорости в зависимости от средней скорости потока. Принимается, что средняя скорость, спектр и интенсивность турбулентности в межтрубном пространстве постоянны. Труба вибрирует с частотой собственных колебаний, а гидродинамическая сила не зависит от вибраций трубы. Эти условия могут привести к значительным погрешностям только в случае большой амплитуды колебаний труб. При расчете вибраций труб теплообменников указанные допущения возможны, поскольку большие амплитуды колебаний труб стараются предотвратить. Тогда амплитуду колебаний труб [3] можно определить из уравнения

$$\overline{A_j^2} = \frac{\pi S_F(\omega_j)\,\psi_j^2(z)}{2\omega_j^3 m^2 \zeta}, \qquad (15.12)$$

где $\sqrt{\overline{A_j^2}}$ — среднеквадратичное значение амплитуды колебаний трубы по j-й форме; $S_F(\omega_j)$ —спектр возбуждающей обобщенной силы, действующей на трубу; ω_j — круговая частота собственных колебаний трубы; m — суммарная масса на единицу длины трубы, включая массу трубы, присоединенную массу жидкости и массу жидкости, находящуюся в трубе; ζ — фактор демпфирования, включающий в себя демпфирование в материале трубы, в жидкостной среде и конструкционное демпфирование ($\delta_1 = 2\pi\zeta$, где δ_1 — логарифмический декремент); $\psi(z)$ — нормальная функция, определяющая форму колебаний трубы и зависящая от способа ее крепления. Например, при шарнирном креплении концов труб кривая изгиба при их колебании представляет собой синусоиду с различным числом полуволн. В этом случае $\psi(z) = \sin(j\pi z/l)$, где $j = 1, 2, 3$ и т. д. При других видах крепления концов труб кривая изгиба будет иной [7].

Вибрации труб реальных конструкций происходят в направлении движения потока (ось x) и перпендикулярно ему (ось y). В обоих случаях методика расчета аналогична, поэтому рассмотрим лишь один из них — при колебании труб вдоль движения потока.

Спектр обобщенной возбуждающей силы можно представить в виде

$$S_F = \frac{S_p(f)\, l^2 d^2 B^2}{\left[\int\limits_0^l \psi^2(z)\, dz\right]^2}, \tag{15.13}$$

где $S_p(f)$ — спектр поверхностных пульсаций давления на трубе, B — коэффициент эффективности сил давления, способных возбудить данную форму колебаний. Если размер турбулентного вихря потока больше характерного размера трубы, то $B = 1$, а если намного меньше, то

$$B^2 = l_c/l, \tag{15.14}$$

где l_c — корреляционная длина.

Поверхностные пульсирующие давления являются результатом пульсаций скорости потока, поэтому в характерной точке по длине трубы z_1 спектр поверхностных пульсаций имеет вид

$$S_p(f) = \rho^2 c_D^2 \bar{u}^2 S_{ux}(f), \tag{15.15}$$

где $\bar{u}$ — средняя скорость потока в узком сечении пучка, $S_{ux}(f)$ — спектр продольных пульсаций скорости потока в характерной точке z_1 (за характерную пространственную точку $z = z_1$ обычно принимается точка, средняя скорость потока в которой максимальна), c_D — коэффициент сопротивления труб, ρ — плотность жидкости.

Для определения спектра продольных пульсаций можно пользоваться уравнением

$$S_{ux}(f) = \sqrt{\overline{u'^2}}\, \frac{d}{\mathrm{Sh}\,\bar{u}}\, E(\xi), \tag{15.16}$$

где $\xi = fd/(\mathrm{Sh}\bar{u})$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ — среднеквадратичное значение пульсаций скорости потока, Sh — число Струхаля, $E(\xi)$ — нормированная безразмерная форма спектра при условии $\int\limits_0^\infty E(\xi)\, d\xi = 1$.

Используя уравнения (15.12)—(15.16) и введя в правую часть коэффициент $1/4\pi$ (так как при выводе (15.12) нормирование спектра было иным), получим

$$\frac{\sqrt{\overline{A_{jx}^2}}}{d} = \left(\frac{c_D^2}{2^6\pi^3\,\mathrm{Sh}}\right)^{0,5} \left(\frac{\rho d^2}{m}\right) \left(\frac{\bar{u}}{f_n d}\right)^{1,5} \left(\frac{\overline{u'^2}}{\bar{u}^2}\right)^{0,5} \left(\frac{1}{\zeta}\right)^{0,5} \left(\frac{l_c}{l}\right)^{0,5} \times$$
$$\times [E(\xi)]^{0,5} \frac{\psi_j(z)}{\frac{1}{l}\int\limits_0^l \psi_j^2(z)\, dz}. \tag{15.17}$$

Отсюда видно, что амплитуда колебаний трубы пропорциональна коэффициенту сопротивления. Обычно коэффициент сопротивления шахматных пучков труб больше, чем коридорных. Соответственно и амплитуда колебаний труб шахматного пучка, возбуждаемая турбулентностью, должна быть больше. Измерения показывают, что турбулентность потока вблизи поверхности труб глубинных рядов достигает в среднем 30—50%. Согласно литературным данным, корреляционная длина l_c изменяется в среднем от двух до пяти диаметров трубы.

Представленная методика расчета амплитуд колебаний поперечно-обтекаемых труб теплообменников может быть использована при расчете продольного обтекания элементов теплообменников, но при этом необходимо иметь данные об энергетическом спектре возбуждающей силы или пульсаций скорости потока. Опыты показывают, что наиболее опасными являются вибрации труб по первой форме, поэтому для практики их расчетами можно ограничиться.

Возбуждение отрывом вихрей характеризуется тем, что с изменением скорости потока периодическая гидродинамическая возбуждающая сила меняет свою частоту, которая определяется величиной Sh, характерной для каждой конфигурации пучка. Гидродинамическая возбуждающая сила, обусловленная отрывом вихрей, имеет место при поперечном обтекании одиночной трубы и труб шахматных и коридорных пучков.

При наличии периодической гидродинамической возбуждающей силы колебательное движение трубы можно описать дифференциальным уравнением одномассовой системы с использованием приведенных параметров:

$$m\frac{d^2y}{a\tau^2}+\zeta\frac{dy}{a\tau}+\tilde{k}y=F(\tau). \qquad (15.18)$$

где m — суммарная масса на единицу длины, ζ — коэффициент демпфирования, $\tilde{k}$ — коэффициент жесткости, y — поперечное смещение трубы, $F(\tau)$ — гидродинамическая возбуждающая сила.

Для расчета вибраций по уравнению (15.18) необходимо иметь аналитическое выражение гидродинамической силы. В настоящее время для расчета гидродинамических вибраций имеются лишь некоторые данные о гидродинамической силе при вихревом возбуждении. Гидродинамическая сила, обусловленная отрывом вихрей, пропорциональна динамическому давлению и меняется по синусоидальному закону:

$$F(\tau)=c_y l d\,{}^1/_2\rho\bar{u}^2\sin\omega_s\tau, \qquad (15.19)$$

где c_y — коэффициент поперечной силы, d и l — диаметр и длина трубы, $\bar{u}$ — средняя скорость в наименьшем проходном сечении пучка, ω_s — частота отрыва вихря, равная

$$\omega_s=2\pi\mathrm{Sh}\bar{u}/d. \qquad (15.20)$$

Значения Sh для разных геометрических форм шахматных пучков, в которых трубы располагаются по вершинам равностороннего треугольника, определяются в зависимости от поперечного относительного шага пучка из уравнения (15.5). Частоту отрыва вихрей для коридорных пучков труб можно найти из уравнения (15.4), а для поперечно-обтекаемой одиночной трубы — по данным, представленным на рис. 15.6.

При расчете вибраций труб вышеуказанных пучков, используя уравнения (15.5), (15.19) и (15.20), получим

$$F(\tau)=c_y l d\,{}^1/_2\rho\bar{u}^2\sin\left\{2\pi\cdot 0{,}8\frac{\bar{u}}{d}\{0{,}2+\exp[-0{,}4(s_1/d)^{1{,}8}]\}\right\}\tau. \qquad (15.21)$$

Здесь коэффициент 0,8 получен по экспериментальным данным и учитывает несоответствие данных по частоте отрыва вихрей для стационарных и упруго установленных труб, так как колебания трубы влияют на формирование и отрыв вихрей от ее поверхности.

Разделив все члены уравнения (15.18) на m и подставив выражение для возбуждающей силы, получим соотношение, определяющее вибрации труб шахматных пучков, возбуждаемых отрывом вихрей:

$$\ddot{y} + \frac{\zeta}{m}\dot{y} + \frac{\tilde{k}}{m}y = \frac{c_y l d \rho \bar{u}^2}{2m}\sin\left\{2\pi\cdot 0{,}8\frac{\bar{u}}{d}\{0{,}2 + \exp[-0{,}4(s_1/d)^{1,8}]\}\right\}\tau. \tag{15.22}$$

Обозначив $\zeta/m = 2n$, $\tilde{k}/m = \omega^2$, $c_y l d \rho \bar{u}^2/2m = h$ и $2\pi\cdot 0{,}8\,(\bar{u}/d)\{0{,}2 + \exp[-0{,}4\,(s_1/d)^{1,8}]\} = p$, получим уравнение (15.22) в следующем виде:

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega^2 y = h\sin p\tau. \tag{15.23}$$

Это дифференциальное уравнение описывает вынужденные колебания при наличии сопротивления движению, пропорционального скорости потока. Общее его решение состоит из общего решения однородного уравнения, т. е. уравнения (15.23) без правой части, и частного решения данного уравнения. В случае малого сопротивления, т. е. при $n < \omega$, общее решение уравнения (15.23) можно записать в следующем виде:

$$y = \tilde{A}e^{-n\tau}\sin(\sqrt{\omega^2 - n^2}\,\tau + \gamma) + \frac{h}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2}}\sin(p\tau + \varepsilon). \tag{15.24}$$

Величины $\tilde{A}$ и γ являются постоянными интегрирования и определяются по начальным условиям колебаний трубы. Со временем вследствие внутреннего и внешнего трения свободные колебания затухают и остаются лишь вынужденные колебания.

Амплитуда вынужденных колебаний определяется по формуле

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2}}, \tag{15.25}$$

а фазовый сдвиг между колебаниями и возбуждающей силой —

$$\operatorname{tg}\varepsilon = 2np/(\omega^2 - p^2). \tag{15.26}$$

Полученные по этой методике расчета данные об амплитуде колебаний труб шахматного пучка с $s_1/d = 1{,}61$ (рис. 15.25) в зависимости от скорости потока хорошо совпадают с экспериментальными результатами.

Уравнение (15.18) может быть использовано для определения вибраций труб под действием периодической возбуждающей силы. Данные по вибрациям труб реальных теплообменников показывают, что вихревое возбуждение часто является разрушающим фактором при поперечном обтекании и наклоне труб к направлению потока от 10 до 90°. Наибольшая опасность разрушения появляется при использовании теплоносителей с большой плотностью.

При определении периодической гидродинамической силы, действующей на поперечно-обтекаемую одиночную трубу, по литературным данным работ [16, 17] значения коэффициентов переменной пульсирующей поперечной силы (c_y) и продольной пульсирующей силы (c_x) надо принимать в среднем равными соответственно 0,6 и 0,1 при Re от $6\cdot 10^3$ до 10^5 и 0,14 и 0,04 при Re от $2\cdot 10^5$ до 10^6.

Определить периодические гидродинамические силы для труб пучков сложнее, чем для одиночной трубы. Именно поэтому, кроме данных работы И. Н. Ченя [5], который не выделял возбуждающую гидродинамическую

силу из прочих составляющих сил, в литературе не обнаружено никаких данных. В результате наших исследований установлено, что значения коэффициентов c_y и c_x для труб шахматных и коридорных пучков мало различаются. При докритических числах Re для труб первых рядов их величины колеблются от 0,01 до 0,06, а для труб глубинных рядов — от 0,005 до 0,03. Чем больше относительный шаг пучков труб, тем больше эти коэффициенты. Надо отметить, что в глубине пучка вихревое возбуждение подавляется турбулентными пульсациями давления потока, но в амплитудно-скоростных характеристиках вибраций труб наблюдаются небольшие максимумы колебаний труб. Поэтому необходимы контрольные расчеты и для глубинных рядов труб пучка.

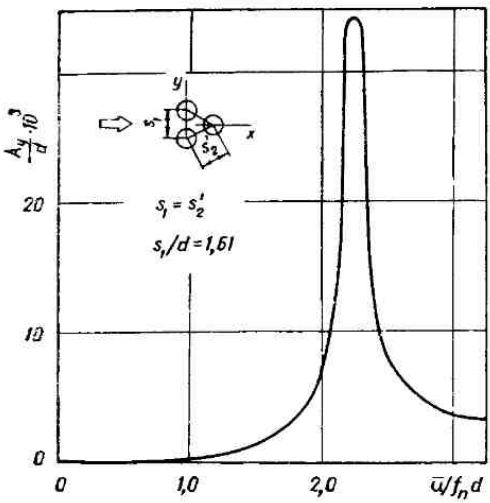


РИС. 15.25. Расчетная зависимость амплитуды колебаний труб первого ряда пучка поперек потока при вихревом возбуждении от безразмерной скорости потока

Гидроупругие вибрации с большими амплитудами появляются в том случае, когда силы возбуждения превосходят силы демпфирования труб. Для определения критической скорости, при которой появляются эти вибрации, получена зависимость

$$\bar{u}/f_n d = K\sqrt{m\tilde{\delta}/\rho d^2}, \qquad (15.27)$$

где $\bar{u}$ — скорость потока в узком сечении пучка, d — диаметр трубы, f_n — частота собственных колебаний, m — суммарная масса на единицу длины трубы, ρ — плотность жидкости, $\tilde{\delta}$ — логарифмический декремент, K — константа.

Экспериментальные исследования показывают, что коэффициент K зависит от относительных шагов пучка. В ранних работах это не принималось во внимание, а предлагалось такое значение K, которое обеспечивало устойчивость всех исследованных пучков с разными относительными шагами. Этим обусловлено различие встречаемых в литературе значений K.

В результате исследований, проведенных В. И. Катинасом совместно с автором (рис. 15.26), установлена зависимость коэффициента K от значения относительных шагов пучков труб. Для шахматных и коридорных пучков труб получено фактически одинаковое значение K. Видимо, основное влияние на K оказывает величина поперечных шагов пучков.

Частота собственных колебаний труб, присоединенные к трубе массы жидкости и демпфирование, необходимое для определения критической скорости по формуле (15.27), зависят от компоновки труб и относительных шагов пучков. При малых амплитудах колебаний труб для теплоносителей малой вязкости (воды, ртути и т. д.) присоединенные массы жидкостей можно определить из уравнения

$$m_n = c_m \rho \pi d^2/4, \qquad (15.28)$$

где c_m — коэффициент инерции, зависящий от компоновки труб в пучках.

Коэффициент c_m увеличивается с уменьшением относительных шагов пучка. Для пучков, в которых трубы расположены по вершинам равносто-

рошего треугольника и квадрата, значение c_m можно определить по данным, представленным на рис. 15.27. Для одиночной трубы, колеблющейся в среде теплоносителя, $c_m = 1$.

Демпфирование труб в пучках состоит из конструкционного (в материале трубы) и гидродинамического демпфирований. В реальных конструкциях суммарное демпфирование труб в пучках определяется логарифмическим декрементом $\tilde{\delta} = 0{,}2 \div 0{,}3$. Из всех видов демпфирования только гидродинамическое демпфирование зависит от конфигурации пучка и относительных

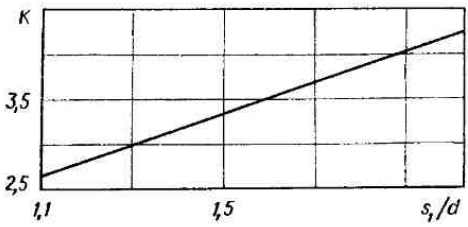


РИС. 15.26. Зависимость коэффициента K от относительных шагов s_1/d поперечно-обтекаемых шахматных и коридорных пучков труб

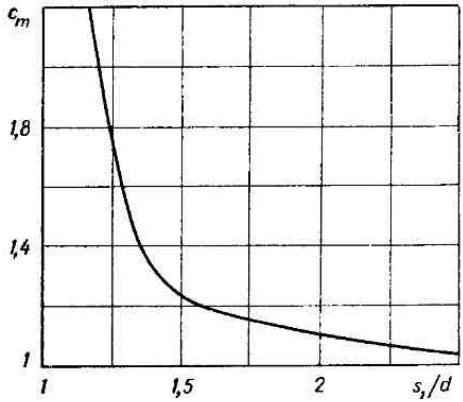


РИС. 15.27. Зависимость коэффициента инерции c_m для труб шахматных и коридорных пучков от величины относительных поперечных шагов

его шагов. Обычно гидродинамическое демпфирование составляет около 50% суммарного демпфирования и изменяется так же, как и присоединенные массы жидкостей. Для труб пучков с относительным шагом $s_1/d = 1{,}15$ оно в 3 раза больше, чем для одиночной трубы, для пучка с $s_1/d = 1{,}61$ — в 1,5 раза, а для пучка с $s_1/d \approx 3$ равно демпфированию одиночной трубы. Как показали наши исследования, гидродинамическое демпфирование одиночной трубы в водной среде определяется величиной $\tilde{\delta} \approx 0{,}05 \div 0{,}1$.

При определении критической скорости потока по уравнению (15.27) иногда используются вибропараметры одиночной трубы. В этом случае также замечена незначительная зависимость константы K от величины относительных шагов пучка труб. Поскольку изменение K незначительно, то при практических приближенных расчетах критической скорости потока для пучков труб с $s_1/d \geqslant 1{,}15$ можно принять в среднем $K = 3{,}7$.

При проектировании теплообменников с оребренными трубами для расчета момента инерции трубы надо использовать эффективный диаметр. Для труб с малым оребрением, обычно применяемых в теплообменниках, предлагается увеличивать внешний диаметр примерно на 8%, оставляя внутренний диаметр без изменения.

Частота отрыва вихрей от ребристых труб в пучках определяется другими значениями чисел Sh, чем в пучках гладких труб (см. рис. 15.13). Поскольку в настоящее время нет точной методики определения некоторых параметров ребристых труб и они устанавливаются приблизительно, то при расчете критической скорости, при которой появляется гидроупругая нестабильность, значения K следует принимать на 20—30% меньше полученных для гладкотрубных пучков.

Основная задача при проектировании теплообменников состоит в том, чтобы предотвратить вибрации труб с большими амплитудами, возбуждаемые потоком, или уменьшить их до допустимого уровня. Для ее осуществления рассматриваются условия обтекания элементов теплообменников и проводятся расчеты вибраций в зависимости от характера их возбуждения.

Вибрации поперечно-обтекаемых труб и труб, наклоненных к направлению потока под углом $\beta = 25 \div 90°$, создаваемые турбулентными пульсациями, менее опасны, чем другие виды возбуждения. Они в основном преобладают при малых скоростях потока. В глубине пучка уровень турбулентности значительно увеличивается, поэтому амплитуда колебаний трубы рассчитывается по формуле (15.17). Возбуждение турбулентностью играет основную роль при продольном обтекании, что обязательно надо учитывать.

При увеличении шагов пучков труб широкополосный спектр турбулентных пульсаций сужается и выявляется частота отрыва вихрей. Для ее определения в случае поперечно-обтекаемых пучков труб надо пользоваться уравнениями (15.4) и (15.5). Определив по формуле (15.2) частоту собственных колебаний труб и зная частоту отрыва вихрей, можно установить диапазон рабочих скоростей, при которых не будет резонансных колебаний. При этом надо учитывать наличие зоны синхронизации, а допустимая скорость должна отличаться от резонансной примерно на 20—30%.

При обтекании труб, наклоненных к направлению потока под углом $\beta = 25 \div 90°$, и низкой турбулентности набегающего потока ($Tu \leqslant 3\%$) наибольшие амплитуды вибраций, возбуждаемых отрывом вихрей, обнаружены на трубах первых рядов шахматных и коридорных пучков. В реальных конструкциях трубы первых рядов обтекаются с наибольшей скоростью, так как жидкость выходит из подводящих патрубков. Поэтому необходимо предусмотреть распределяющие и турбулизирующие устройства на пути основного потока, а также повысить частоту собственных колебаний труб первых двух-трех рядов путем установки дополнительных опор или улучшения материала и увеличения толщины стенок труб.

Необходимо добиваться, чтобы в теплообменных аппаратах теплоноситель, проходящий через пучок труб, распределялся равномерно. Это обеспечивается установкой перегородок между пучком труб и оболочкой теплообменника. Уровень вибраций в зонах повышенной скорости потока (на входе и выходе теплоносителя) можно уменьшить, установив одну из промежуточных опор посередине входного и выходного патрубков. Рекомендуется провести вальцовку труб первых рядов в крайних промежуточных опорах. Снизить поперечную скорость потока, а значит, уменьшить частоту отрыва вихрей от труб можно, установив специальные промежуточные опоры, обеспечивающие течение части теплоносителя вдоль продольной оси труб.

При обтекании шахматных и коридорных пучков, трубы в которых наклонены к направлению потока под углом $\beta = 25 \div 90°$, наиболее опасны гидроупругие вибрации. Если рабочая скорость потока в пучке близка или даже превышает критическую, определенную по уравнению (15.27), то с целью повышения критической скорости потока необходимо так изменить конструкцию, чтобы изменились параметры данного уравнения. В таком случае лучше увеличить частоту собственных колебаний, так как изменение демпфирования или массы трубы менее эффективно. При настройке частоты надо избегать ее кратности с частотой отрыва вихрей при основной рабочей скорости потока, так как это увеличивает амплитуду колебаний.

Глава 16

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ

16.1. Гидродинамика установившегося течения

В большинстве современных теплообменных устройств теплоноситель движется по цилиндрическим каналам. Процессы гидродинамики и теплообмена на входе в канал аналогичны процессам, происходящим на пластине в неограниченном потоке, но с удалением от входа они приобретают новые особенности. При равномерном распределении скорости во входном участке на стенках канала под действием сил вязкости начинают формироваться гидродинамические пограничные слои, толщина которых с удалением от входного сечения канала увеличивается (рис. 16.1) до тех пор, пока пограничные слои не сомкнутся между собой. После прохождения теплоносителем

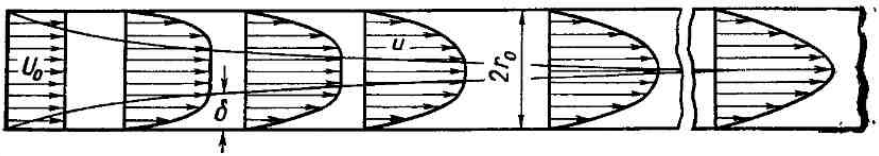


РИС. 16.1. Развитие профиля скорости в начальном участке круглой трубы

сечения, в котором пограничные слои смыкаются, в канале устанавливается постоянное распределение скоростей, или так называемый параболический профиль скорости, который не зависит от x и в случае изотермического течения полностью определяется геометрической формой поперечного сечения канала. Такое течение называется гидродинамически установившимся.

В практических расчетах распределения скоростей и гидравлического сопротивления в случае ламинарного изотермического течения несжимаемой жидкости в трубах можно использовать уравнение движения. В таких условиях поток жидкости в трубе прямолинеен и симметричен относительно ее оси и уравнение движения, записанное в цилиндрических координатах, преобразуется в следующее:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = -\frac{dp}{\mu\, dx}. \tag{16.1}$$

После двойного интегрирования с учетом граничных условий

$$\text{при } r = 0 \quad du/dr = 0,$$

$$\text{при } r = r_0 \quad u = 0$$

получаем параболический закон распределения скоростей:

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu l}(r_0^2 - r^2), \tag{16.2}$$

где r_0 и r — внутренний и текущий радиусы трубы.

Средняя скорость равна

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} 2\pi u r \, dr = -\frac{r_0^2}{8\mu} \frac{\Delta p}{l}. \tag{16.3}$$

Из уравнений (16.2) и (16.3) получим

$$u = 2\bar{u}\,[1 - (r/r_0)^2]. \tag{16.4}$$

Уравнение (16.4) показывает, что при ламинарном установившемся течении скорость потока на оси трубы в 2 раза больше средней скорости.

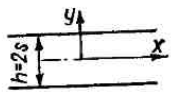
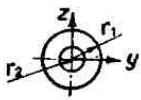
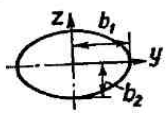
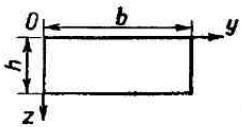
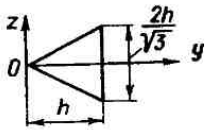
Во многих работах определено распределение скоростей для ламинарного течения жидкости в каналах с различной формой поперечного сечения. Некоторые из них представлены в табл. 16.1.

Для расчета падения давления можно использовать общеизвестную в гидравлике формулу Дарси—Вейсбаха, которая для падения давления на единицу длины трубы в случае изотермического течения имеет вид

$$-dp/dx = \xi\rho\bar{u}^2/2d. \tag{16.5}$$

Таблица 16.1

Уравнения для профилей скорости в каналах некруглого сечения

Форма сечения	Уравнение
	$u = {}^3/_2\bar{u}\,(1 - y^2/s^2)$
	$u = \frac{\Delta p}{4\mu l}\left[(r_2^2 - r_1^2)\ln\frac{r}{r_1} \Big/ \ln\frac{r_2}{r_1} - (r^2 - r_1^2)\right]$
	$u = 2\bar{u}\,(1 - y^2/b_1^2 - z^2/b_2^2)$
	$u = \frac{16\Delta p}{\pi^4 l\mu} \sum\limits_{m=1,3,5,\ldots} \sum\limits_{n=1,3,5,\ldots} \frac{\sin\frac{m\pi y}{b}\sin\frac{n\pi z}{h}}{mn\,(m^2/b^2 + n^2/h^2)}$
	$u = 45\bar{u}\left\{\left(\frac{y}{h} - 1\right)\left[\left(\frac{z}{h}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{y}{h}\right)^2\right]\right\}$

Пользуясь уравнениями (16.3) и (16.5), определяем коэффициент гидравлического сопротивления:

$$\xi = 64/\mathrm{Re}. \tag{16.6}$$

Для каналов некруглого сечения зависимость ξ (Re) имеет тот же характер, но численное значение множителя пропорциональности меняется [1, 2]. Ниже приведены значения ξ (Re) в кольцевом канале различных поперечных сечений:

r_1/r_2	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
ξ Re	80,0	86,3	89,4	92,3	94,7	95,5	95,9	96,0

и в прямоугольном канале:

b/h	1	1,5	2	3	4	5	10
ξ Re	56,9	58,8	62,1	68,3	72,9	76,3	84,6

Для каналов с равносторонним треугольным сечением ξ Re = 53. В качестве определяющего размера здесь принят эквивалентный диаметр.

16.2. Течение в начальном участке

На практике нередко используются теплообменные устройства, в которых из-за небольшой длины каналов вход теплоносителя совпадает с началом теплообменного участка. В таких условиях течение не успевает стабилизироваться, т. е. процесс протекает при одновременном развитии скоростных и температурных полей. Иначе говоря, процессы развития происходят в начальном гидродинамическом участке. Ввиду действия сил вязкости на стенках канала формируются гидродинамические пограничные слои, за пределами которых в трубе существует потенциальный поток, свободный от тормозящего действия сил вязкости. В пределах потенциального потока скорость в заданном сечении не претерпевает изменений и остается равномерной.

Разделение потока на две области — гидродинамический пограничный слой, в котором сосредоточено действие сил вязкости, и ядро потока, в котором действие сил вязкости пренебрежимо мало,— позволяет обращаться к теории пограничного слоя, используя точные и приближенные методы расчета для течения в начальном участке канала. Существуют и другие методы, не требующие введения модели пограничного слоя.

Уравнения распределения скорости и падения давления в начальном участке круглой трубы при равномерном распределении скорости на входе, полученные С. М. Таргом [3] приближенным методом, имеют следующий вид:

$$\frac{u}{U_0} = 2(1 - R^2) - 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2}\left[1 - \frac{I_0(\beta_n R)}{I_0(\beta_n)}\right]\exp(-4\beta_n^2 X), \tag{16.7}$$

$$\frac{\Delta p}{{}^1/_2 \rho U_0^2} = 64X + \frac{2}{3} - 8\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2}\exp(-4\beta_n^2 X), \tag{16.8}$$

где I_0 — функция Бесселя нулевого порядка, β_n ($n = 1, 2, 3, \ldots$) — последовательные корни функции Бесселя второго порядка I_2, $X = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{x}{d}$.

Значения β_n приведены ниже:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
β_n	5,14	8,42	11,62	14,80	17,96	21,12	24,27	27,42	30,57	33,72	36,86	40,01

Расчетные данные на рис. 16.2 показывают, что с увеличением X профиль скорости по сечению трубы переходит в параболический. Преобразовав уравнение (16.3), получим зависимость для ξ Re:

$$\xi \mathrm{Re} = 64 + 32 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-4\beta_n^2 X). \tag{16.9}$$

При $X \leqslant 0{,}001$ для расчета местного и среднего коэффициента сопротивления можно использовать более простые зависимости [2]:

$$\xi_x \mathrm{Re} = 6{,}87\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{x}{d}\right)^{-1/2}, \qquad \xi \mathrm{Re} = 13{,}74\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right)^{-1/2}. \tag{16.10}$$

Для определения длины начального гидродинамического участка L, на котором заканчивается формирование профиля скорости, в случае изотермического течения в трубе можно пользоваться зависимостью

$$L/d = 0{,}055\ \mathrm{Re}. \tag{16.11}$$

Течение в начальном участке плоского канала можно рассматривать как течение между параллельными пластинами. Г. Шлихтинг [4], используя точный метод решения, провел расчеты по распределению скоростей в начальном участке плоского канала. Полученные этим методом данные для всего начального участка представлены на рис. 16.3. При $X = 2x/h\ \mathrm{Re} \geqslant 0{,}16$ профиль скорости приобретает параболический характер, соответствующий установившемуся ламинарному течению.

Профили скорости и падение давления в начальном участке плоского канала можно определить с помощью уравнений, полученных С. М. Таргом [3] приближенным методом:

$$\frac{u}{U_0} = \frac{3}{2}(1-Y)^2 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\gamma_n^2}\left[1 - \frac{\cos(\gamma_n Y)}{\cos\gamma_n}\right]\exp(-16\gamma_n^2 X), \tag{16.12}$$

$$\frac{\Delta p}{{}^1/_2\rho U_0^2} = 96X + \frac{2}{5} - 4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\gamma_n^2}\exp(-16\gamma_n^2 X), \tag{16.13}$$

где $Y = 2y/h$, $X = x/\mathrm{Re}\, d_э$, $\mathrm{Re} = U_0 d_э/\nu$ и γ_n — последовательные корни уравнения $\mathrm{tg}\, x = X$.

Падение давления для всей длины начального участка канала можно определить по зависимости

$$\frac{\Delta p}{{}^1/_2\rho U_0^2} = \xi\frac{x}{d_э} + k_p, \tag{16.14}$$

где k_p — параметр, учитывающий дополнительные потери давления в начальном участке, $\xi = A/\mathrm{Re}$ — коэффициент сопротивления трения полностью стабилизированного течения.

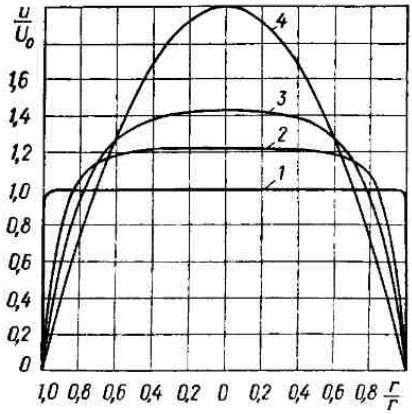


РИС. 16.2. Профиль скорости в начальном участке круглой трубы при $X = 0$ (*1*), 0,00083 (*2*), 0,00357 (*3*) и ∞ (*4*)

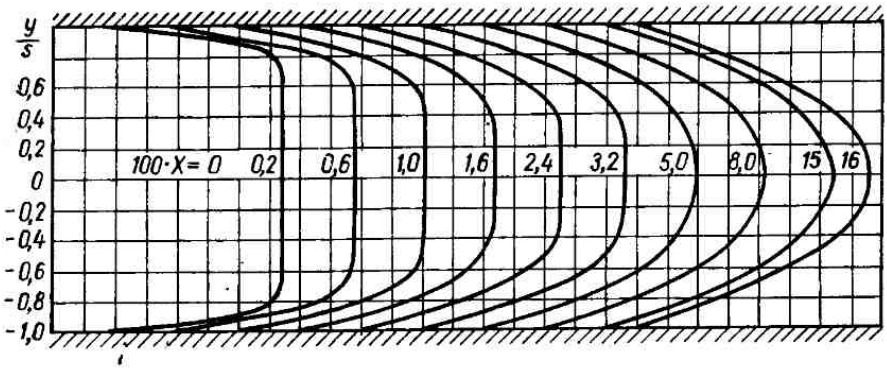


РИС. 16.3. Распределение скоростей в начальном участке канала, образованного параллельными пластинами

Параметр k_p включает в себя дополнительное падение давления, затрачиваемое на процесс формирования профиля скорости стабилизированного течения. Когда процесс стабилизации в канале заканчивается, величина k_p остается постоянной и показывает, на сколько увеличиваются потери давления в начальном участке по сравнению с потерями в случае стабилизированного течения. Для каналов различной конфигурации параметр k_p выражается обобщенным уравнением

$$k_p = \frac{2}{F}\int_0^F \left[\left(\frac{u'}{U_0}\right)^3 - \left(\frac{u}{U_0}\right)^2\right] dF, \qquad (16.15)$$

где F — площадь поперечного сечения канала. Таким образом, для определения потерь давления необходимо знать профиль скоростей полностью развитого течения.

Зависимость параметра k_p и других вспомогательных величин от отношения высоты h к ширине b плоского канала, согласно работе [5], приведена в табл. 16.2. Как видно из таблицы, для начального участка течения в плоском канале $h/b = 0$ параметр $k_p = 0{,}687$.

Как показывает анализ течения жидкости в начальном участке канала, основными факторами, определяющими гидравлическое сопротивление, являются скорость потока, геометрические характеристики канала и физиче-

Таблица 16.2

Значения основных величин в зависимостях (16.14) (16.15) и (16.21)

$\frac{h}{b}$	$\frac{1}{F}\int_0^F\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 dF$	$\frac{1}{F}\int_0^F\left(\frac{u}{U_0}\right)^3 dF$	k_p	$\frac{u}{U_0}$	A	$\frac{L}{d_э \mathrm{Re}}$
0	1,200	1,543	0,687	1,500	96,00	0,0059
1/20	1,218	1,599	0,761	1,549	89,91	0,0071
1/10	1,237	1,656	0,839	1,601	84,68	0,0086
1/8	1,245	1,685	0,879	1,628	82,34	0,0094
1/6	1,260	1,733	0,945	1,676	78,81	0,0110
1/4	1,288	1,826	1,076	1,774	72,93	0,0147
2/5	1,328	1,969	1,282	1,024	65,47	0,0211
1/2	1,347	2,039	1,383	1,992	62,19	0,0255
3/4	1,373	2,133	1,520	2,077	57,89	0,0310
1	1,379	2,154	1,552	2,096	56,91	0,0328

ские свойства потока. Основываясь на теории подобия, взаимосвязь этих всех факторов можно представить в виде уравнения подобия

$$\mathrm{Eu} = c\,(l/d_э \mathrm{Re})^k, \tag{16.16}$$

где за определяющий размер принимается эквивалентный гидравлический диаметр $d_э = 2h$.

На рис. 16.4 представлены опытные данные по гидравлическому сопротивлению начального участка плоского канала, полученные автором и И. И. Жюгждой [9]. Данные обработаны по уравнению (16.16). Согласно представленным данным, гидравлическое сопротивление в интервале параметра $l/d_э\,\mathrm{Re}_f$ от $9\cdot10^{-4}$ до $3\cdot10^{-2}$ обобщается зависимостью

$$\mathrm{Eu} = 11{,}0\,(l/d_э\,\mathrm{Re}_f)^{0{,}56}. \tag{16.17}$$

Анализ данных, представленных на рис. 16.4, показывает, что при больших значениях параметра $l/(d_э\,\mathrm{Re}_f)$ закон гидравлического сопротивления начального участка приближается к закону гидравлического сопротивления при установившемся течении в канале, а при малых значениях — к закону сопротивления одиночной пластины.

Рассмотрим метод определения длины начального гидродинамического участка [6], который основывается на ранее использованной формуле (16.14). По этой формуле рассчитывается падение давления на протяжении всего начального участка, и уравнение (16.14) приобретает вид

$$\frac{\Delta p}{{}^1/_2\rho U_0^2} = \xi\frac{L}{d_э} + k_p. \tag{16.18}$$

С другой стороны, падение давления на начальном участке можно представить уравнением

$$\Delta p = {}^1/_2\rho\,(u^2 - U_0^2). \tag{16.19}$$

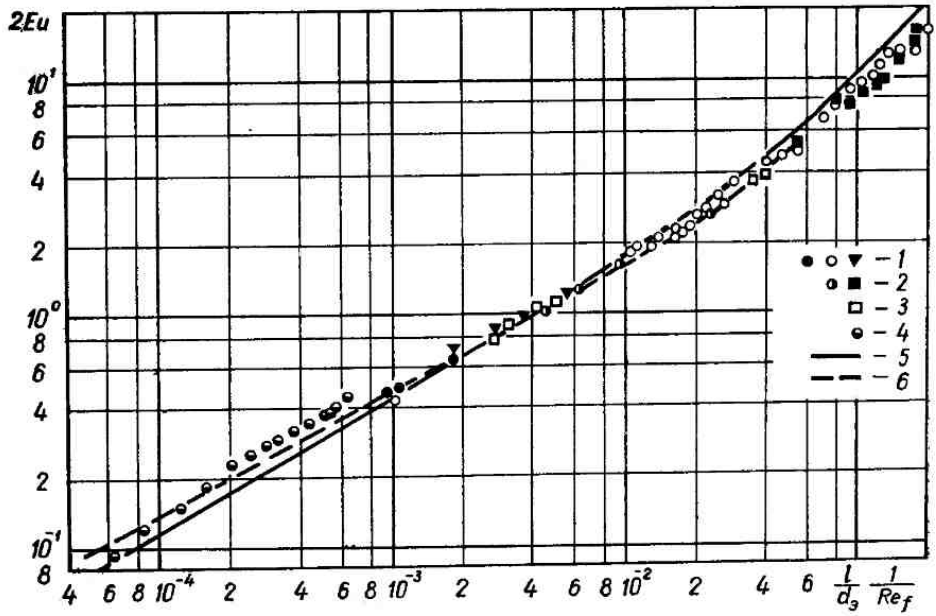


РИС. 16.4. Гидравлическое сопротивление начального участка плоского канала

1 — в потоках воздуха, трансформаторного масла и воды соответственно при $h = 10$ мм, *2* — в потоках воздуха и трансформаторного масла соответственно при $h = 4$ мм, *3* — в потоке трансформаторного масла при $h = 20$ мм, *4* — по экспериментальным результатам работы [7], *5* — по теоретическим результатам работы [10], *6* — по теоретическим результатам работы [4]

В результате сравнения правых частей уравнений (16.18) и (16.19) получаем зависимость для определения длины начального участка:

$$\frac{L}{d_э} = \left[\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 - 1 - k_p\right] \Big/ \xi. \qquad (16.20)$$

С учетом $\xi = A/\mathrm{Re}$ окончательно находим длину начального участка:

$$\frac{L}{d_э \mathrm{Re}} = \left[\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 - 1 - k_p\right] \Big/ A. \qquad (16.21)$$

Все необходимые значения для расчета по уравнению (16.21) представлены в табл. 16.2. В ней приведены и численные значения длины начального участка $L/(d_э \mathrm{Re})$ для прямоугольного канала. Из таблицы видно, что для плоского канала длина начального участка выражается зависимостью $L = 0{,}0059\, d_э \mathrm{Re}$.

Длина начального участка, определенная различными авторами, различна. Правая часть (16.21) изменяется в пределах от 0,0047 [7] до 0,03 [8]. Из этого следует вывод, что данный вопрос еще недостаточно изучен. Пока мало теоретических и экспериментальных результатов по определению длины начального участка с учетом влияния изменения физических свойств жидкости.

16.3. Теплообмен при гидродинамически установившемся течении в круглой трубе

При теплообмене между стенками канала и жидкостью, движущейся в нем, по мере удаления от входа в зависимости от направления теплового потока происходит нагрев или охлаждение пристенных слоев. Таким образом, в начальной части канала у поверхностей теплообмена образуется тепловой пограничный слой, а в центре — ядро потока, температура которого равна температуре жидкости на входе в канал. По мере удаления от входа толщина теплового пограничного слоя растет, а сечение ядра сокращается, и при $x = L_T$ изотермическое ядро исчезает. В дальнейшем вся жидкость, протекающая по каналу, участвует в теплообмене и безразмерный профиль температур $\theta = (T_w - T)/(T_w - T_f)$ для несжимаемой жидкости остается неизменным по длине канала.

Для решения задачи о теплообмене при течении несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами в круглой трубе с постоянной температурой стенки $T_w = \text{const}$ в качестве заданных величин принимаются расход жидкости, температура стенки T_w и температура жидкости на входе в трубу T_f. Задача при такой постановке впервые была решена Л. Гретцем [11]. Подробно этот вопрос рассматривается в капитальном труде Б. С. Петухова [2].

При решении принимаются следующие допущения:

1) течение жидкости и процесс теплообмена стационарны,

2) жидкость несжимаема, а ее физические свойства постоянны,

3) течение жидкости стабилизировано, т. е. профиль скорости по длине трубы не изменяется,

4) в потоке отсутствуют внутренние источники тепла, а диссипацией энергии можно пренебречь,

5) тепловой поток вдоль трубы мал по сравнению с конвективным тепловым потоком.

Уравнение энергии (3.11) при таких допущениях в цилиндрической системе координат будет следующим:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} + w\frac{\partial T}{\partial \varphi} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}\right). \quad (16.22)$$

Для стабилизированного ламинарного течения $u = 2\bar{u}\,(1 - r^2/r_0^2)$, а $v = w = 0$. Вследствие осевой симметрии температурного поля ($\partial T/\partial\varphi = \partial^2 T/\partial\varphi^2 = 0$) и допущения, что при $\mathrm{Pe} > 10$ $\partial^2 T/\partial\varphi^2 \ll \partial T/\partial r$ после введения в уравнение (16.22) безразмерных переменных

$$\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_f}, \qquad R = \frac{r}{r_0}, \qquad X = \frac{a}{2\bar{u}r_0}\frac{x}{r_0} = \frac{2}{\mathrm{Pe}}\frac{x}{d},$$

получим уравнение энергии

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial\theta}{\partial R} = (1 - R^2)\frac{\partial\theta}{\partial X}. \quad (16.23)$$

Задача решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &\text{при } X = 0 \text{ и } 0 \leqslant R \leqslant 1 \quad \theta = 1,\\ &\text{при } X \geqslant 0 \text{ и } R = 0 \quad \partial\theta/\partial R = 0,\\ &\text{при } X \geqslant 0 \text{ и } R = 1 \quad \theta = 0. \end{aligned} \quad (16.24)$$

В результате решения дифференциального уравнения (16.22) методом разделения переменных [2] получено выражение для местного числа Нуссельта:

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\alpha_x d}{\lambda} = \frac{\sum\limits_{n=0}^{\infty} B_n \exp\left(-2\varepsilon_n^2 \frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right)}{2\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{\varepsilon_n^2} \exp\left(-2\varepsilon_n^2 \frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right)}. \qquad (16.25)$$

Значения ε_n и постоянных B_n приведены в табл. 16.3.

Как видно из рис. 16.5, с увеличением $\mathrm{Pe}^{-1}\, x/d$ число Нуссельта уменьшается и асимптотически приближается к постоянному значению, которое называется предельным числом Нуссельта для стабилизированного течения в трубе. При $X \to \infty$ с учетом только первых членов рядов в выражении (16.25) получим

$$\mathrm{Nu}_\infty = \varepsilon_0^2/2 \approx 3{,}66. \qquad (16.26)$$

Отсюда следует, что $\alpha_\infty = 3{,}66\ \lambda/d$, т. е. на участке стабилизации величина α зависит только от коэффициента теплопроводности жидкости и диаметра трубы.

Длину трубы, на которой происходит теплообмен, можно разделить на два участка. На первом участке, называемом начальным термическим, происходит формирование профиля температуры, а число Nu убывает по длине. На участке стабилизированного теплообмена профиль температуры по длине не изменяется и число Nu сохраняет постоянное значение. Длина начального термического участка определяется как расстояние от начала участка теплообмена до места, на котором величина Nu_x отличается от предельного значения не более чем на 1%. Таким образом, получается [2], что приведенная длина начального термического участка $\mathrm{Pe}^{-1} L_T/d = 0{,}055$, а относительная длина

$$L_T/d = 0{,}055\ \mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}. \qquad (16.27)$$

При одних и тех же числах Re длина начального термического участка определяется числом Прандтля теплоносителя (рис. 16.6). Для газов с $\mathrm{Pr} \approx 1$ величина L_T достигает $\sim$100 диаметров, а для капельных жидкостей с Pr от 1 до 100 и выше изменяется от нескольких сотен до нескольких тысяч

Таблица 16.3

Значения ε_n и B_n в уравнении (16.25)

n	ε_n	ε_n^2	B_n	n	ε_n	ε_n^2	B_n
0	2,7043644	7,3135868	0,74877450	6	26,668662	711,21753	0,33962210
1	6,6790314	44,609460	0,54382795	7	30,668323	940,54604	0,32406215
2	10,673380	113,92104	0,4628610	8	34,668074	1201,8754	0,31101395
3	14,671078	215,24053	0,4154184	9	38,667883	1495,2052	0,29984400
4	18,669872	348,56412	0,38291915	10	42,667734	1820,5355	0,29012455
5	22,669143	513,89004	0,35868555				

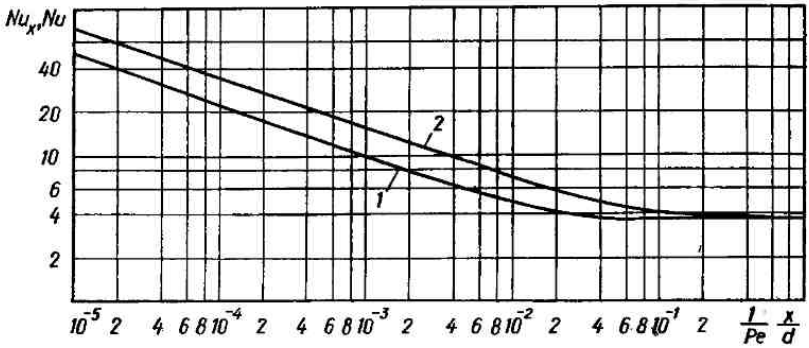


РИС. 16.5. Изменение местного (*1*) и среднего (*2*) значения Nu по длине трубы при $T_w = \text{const}$

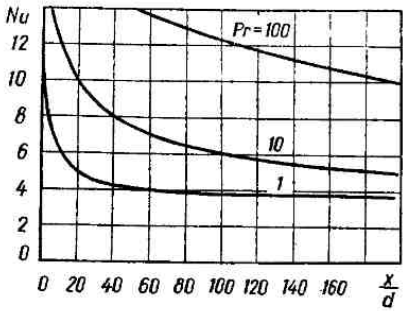


РИС. 16.6. Изменение Nu по длине трубы при Re = [illegible]·10³ и разных числах Pr

диаметров. Отсюда следует, что в теплообменных аппаратах на капельных теплоносителях (Pr > 1) теплообмен по всей длине труб является неустановившимся.

Для практического расчета теплоотдачи в работе [12] в случае $\mathrm{Pe}^{-1}x/d < 0{,}01$ приводится зависимость

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}03\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{x}{d}\right)^{-1/3}. \tag{16.28}$$

При $\mathrm{Pe}^{-1}x/d \geqslant 10^{-3}$ можно пользоваться зависимостью [13]

$$\mathrm{Nu}_x = 3{,}655 + \frac{0{,}2355}{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{x}{d}\right)^{0{,}488}\exp\left(57{,}2\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{x}{d}\right)}, \tag{16.29}$$

которая отклоняется от результатов точного расчета не более чем на 0,5% и учитывает влияние начального участка на теплоотдачу.

Для средней теплоотдачи решение дает

$$\mathrm{Nu} = -\frac{1}{4}\mathrm{Pe}\frac{d}{l}\ln\left[8\sum_{n=0}^{\infty}\frac{B_n}{\varepsilon_n^2}\exp\left(-2\varepsilon_n^2\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{l}{d}\right)\right]. \tag{16.30}$$

При $\mathrm{Pe}^{-1}x/d \to \infty$ $\mathrm{Nu}_\infty = 3{,}66$ (рис. 16.5). Для практических расчетов средней теплоотдачи при $\mathrm{Pe}^{-1}l/d \leqslant 0{,}05$ с точностью до 3% можно использовать уравнение [12]

$$\mathrm{Nu} = 1{,}55\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{l}{d}\right)^{-1/3}. \tag{16.31}$$

В теплообменных устройствах часто встречаются случаи теплообмена при постоянной плотности теплового потока на стенке ($q_w = \text{const}$).

В этом случае при приведении уравнения энергии к безразмерному виду используются обозначения:

$$\theta = \frac{T - T_f}{q_w d/\lambda}, \quad R = \frac{r}{r_0}, \quad X = \frac{2}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}.$$

В безразмерном виде уравнение энергии решается при следующих граничных условиях:

$$\text{при } X = 0 \text{ и } 0 \leqslant R \leqslant 1 \quad \theta = 0, \tag{16.32}$$

$$\begin{aligned} &\text{при } X \geqslant 0 \text{ и } \quad R = 0 \quad \partial\theta/\partial R = 0, \\ &\text{при } X \geqslant 0 \text{ и } \quad R = 1 \quad \partial\theta/\partial R = {}^1/_2. \end{aligned} \tag{16.33}$$

Решение задачи для сечения, удаленного от входа в трубу, дает [2] следующее выражение для температурного профиля:

$$\theta = \frac{T - T_f}{q_w d/\lambda} = \frac{4}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d} + \frac{1}{2} R^2 - \frac{1}{8} R^4 - \frac{7}{48}, \tag{16.34}$$

где $R = r/r_0$ — безразмерный радиус.

Температура стенки равна

$$\theta_w = \theta_{R=1} = \frac{4}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d} + \frac{11}{48}. \tag{16.35}$$

Предельное число Нуссельта для рассматриваемых условий

$$\mathrm{Nu}_\infty = \frac{48}{11} \approx 4{,}36, \tag{16.36}$$

а длина начального термического участка

$$L_T/d = 0{,}07\,\mathrm{Pe}. \tag{16.37}$$

Для практического расчета теплообмена в работе [14] предлагается зависимость

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}301 \left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right)^{-1/3}, \tag{16.38}$$

которая действительна при $\mathrm{Pe}^{-1} x/d \leqslant 0{,}001$.

Для значений $\mathrm{Pe}^{-1} x/d > 0{,}001$ приводится уравнение

$$\mathrm{Nu}_x = 4{,}364 + \frac{0{,}2633}{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right)^{0{,}506} \exp\left(41 \frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right)}, \tag{16.39}$$

которое согласуется с результатами расчета с точностью 0,5%.

Для всей области термического начального участка ($\mathrm{Pe}^{-1} x/d < 0{,}04$) можно пользоваться уравнением

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}31 \left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right)^{-1/3} \left(1 + 2 \frac{1}{\mathrm{Pe}} \frac{x}{d}\right), \tag{16.40}$$

дающим погрешность $\pm 4\%$.

При $\mathrm{Pe}^{-1} x/d > 0{,}04$ с погрешностью $\pm 5\%$ принимается $\mathrm{Nu}_x = \mathrm{Nu}_\infty = 4{,}36$.

Как видно из приведенных результатов теоретического решения (рис. 16.7), теплообмен в трубе при $q_w = \text{const}$ примерно на 20% выше, чем при $T_w = \text{const}$.

Во многих случаях, когда разность температур потока и стенки велика, необходимо учитывать изменение физических свойств жидкости с температурой. Это в первую очередь относится к вязкости, которая существенно зависит от температуры. На основании экспериментальных и теоретических исследований в работе [2] для учета влияния переменности физических свойств теплоносителя предлагается множитель $(\mu_w/\mu_f)^{-n}$. Для начального термического участка круглой трубы при граничном условии $T_w = \text{const}$ значение $n = 0{,}14$. Таким образом, для расчета теплообмена при $T_w = \text{const}$ с учетом переменности физических свойств из уравнения (16.28) получаем

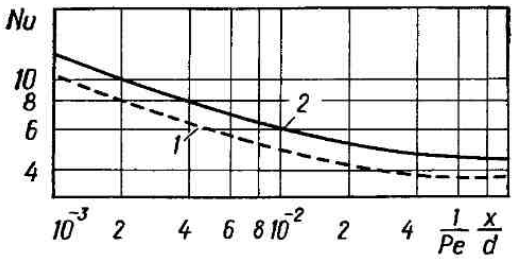


РИС. 16.7. Изменение Nu по длине трубы при $T_w = \text{const}$ (1) и $q_w = \text{const}$ (2)

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}03\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}\,\frac{x}{d}\right)^{-1/3}\left(\frac{\mu_w}{\mu_f}\right)^{-0{,}14}. \qquad (16.41)$$

Для средней величины Nu в уравнение (16.31) вводится множитель $(\mu_w/\mu_f)^{-0{,}14}$. При граничном условии $q_w = \text{const}$ значение $n = 1/6$ и теплообмен рассчитывается по уравнению (16.40), в которое вводится множитель $(\mu_w/\mu_f)^{-1/6}$.

М. А. Михеев [15] предложил учитывать влияние переменности физических свойств параметром $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}$ и вести расчет средней теплоотдачи по формуле

$$\mathrm{Nu}_f = 1{,}4\left(\mathrm{Re}_f\frac{d}{l}\right)^{0{,}4}\mathrm{Pr}_f^{0{,}33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0{,}25}. \qquad (16.42)$$

16.4. Теплообмен в каналах некруглого сечения

На практике часто встречаются случаи теплообмена при ламинарном течении теплоносителя в каналах с различной формой сечения. Такие каналы применяются и при создании компактных теплообменных устройств. Насадка в них часто выполняется в виде узких каналов с прямоугольной или треугольной формой сечения. Плоские каналы встречаются в отопительной технике, в пластинчатых теплообменниках. В качестве примера кольцевого канала можно назвать теплообменники типа «труба в трубе».

В принципе теплообмен в плоских и кольцевых каналах при постоянных физических свойствах теплоносителя можно рассчитать таким же методом, как и для круглой трубы, только с учетом некоторых геометрических особенностей. Подробная информация о расчетах теплообмена в перечисленных случаях дана в работе [2]. Значения предельного числа Нуссельта на участке стабилизации в прямоугольных каналах с различной формой сечения

приведены в табл. 16.4. В расчетах за определяющий размер принимается эквивалентный диаметр.

Рассмотрим аналитические решения, полученные автором совместно с Н. С. Лютикасом [9, 16] для случая стационарного осесимметричного ламинарного движения несжимаемой жидкости с переменной вязкостью при допущениях, указанных в разд. 16.3. Схема течения в плоском канале пред-

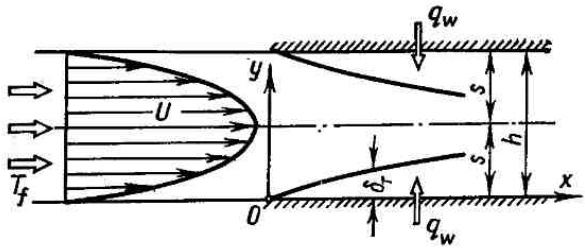


РИС. 16.8. Схема течения жидкости в плоском канале

Таблица 16.4

Значения Nu_∞ на участке стабилизации

b/h	Nu_∞	
	$T_w = const$	$q_w = const$
1,0	2,98	3,63
2,0	3,39	4,11
4,0	4,44	5,35
8,0	5,95	6,60

ставлена на рис. 16.8. С учетом этих допущений задача описывается следующей системой уравнений:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad \mu = \mu(T). \tag{16.43}$$

Система уравнений (16.43) упрощается, если предположить, что изменения температуры потока в канале незначительны. В силу этого допущения принимаем, что $v \ll u$, $\partial u/\partial x \ll \partial u/\partial y$ или $v \approx 0$ и $\partial u/\partial x \approx 0$. Таким образом, течение несжимаемой жидкости переходит в вязкостное и в потоке основную роль играют силы вязкости и давления. Тогда задаче соответствует следующая система уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{dp}{dx}, \tag{16.44}$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \tag{16.45}$$

$$\mu = \mu(T). \tag{16.46}$$

Зависимость коэффициента вязкости от безразмерной температуры выражается уравнением [3]

$$\mu_w/\mu = 1 + b_1\theta + b_2\theta^2 + \ldots + b_n\theta^n, \tag{16.47}$$

которое позволяет с требуемой степенью точности описать практически любую опытную кривую для коэффициента вязкости. Во многих случаях для большинства минеральных масел в умеренно широком температурном интервале применима двучленная зависимость

$$\mu_w/\mu = 1 + b_1\theta \tag{16.48}$$

или

$$\mu/\mu_w = 1/(1 + \gamma\theta), \tag{16.49}$$

где γ, b_1 — постоянные, зависящие от рода жидкости и интервала температур.

В этих уравнениях безразмерная температура выражается зависимостью

$$\theta = (T_w - T)/(T_w - T_f). \tag{16.50}$$

Рассмотрим задачу о теплообмене на участке установившегося течения жидкости при постоянной температуре стенки. Используя приведенные выше зависимости, вычислим распределение скорости и температуры.

Для совместного решения уравнений энергии и движения уравнение (16.44) интегрируется дважды по y, после чего получается

$$u = -\frac{dp}{dx}\int_0^y \frac{s-y}{\mu}\,dy. \tag{16.51}$$

При $\mu = \text{const}$ из формулы (16.51) получаем известную зависимость

$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(hy - y^2). \tag{16.52}$$

Согласно уравнению сохранения расхода, находим среднюю скорость жидкости

$$\bar{u} = \frac{\int_0^s u\,dy}{s} = -\frac{dp}{dx}\int_0^s \frac{s-y}{\mu}\,dy, \tag{16.53}$$

а также градиент давления

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\bar{u}}{\int_0^s \frac{s-y}{\mu}\,dy}. \tag{16.54}$$

С помощью уравнений (16.51) и (16.54) выражаем безразмерную скорость в виде

$$\frac{u}{\bar{u}} = \frac{\int_0^y \frac{s-y}{\mu}\,dy}{\int_0^s \frac{s-y}{\mu}\,dy}. \tag{16.55}$$

Теперь уравнение (16.45) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\int_0^Y \frac{1-Y}{\mu}\,dY}{4\int_0^1 \left[\int_0^Y \frac{1-Y}{\mu}\,dY\right] dY}\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}, \tag{16.56}$$

где

$$X = \frac{x}{2s}\frac{a}{2s\bar{u}} = \frac{x}{h}\frac{1}{\mathrm{Pe}}, \qquad Y = \frac{y}{s}.$$

Уравнение (16.56) с учетом зависимости $\mu = \mu(\theta)$ решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &\text{при } X=0 \text{ и } 0 \leqslant Y \leqslant 1 \quad T=T_f(\text{const}), \\ &\text{при } X>0 \text{ и } Y=0 \qquad T=T_w(\text{const}). \end{aligned} \tag{16.57}$$

Зависимость коэффициента вязкости от температуры принимается по формуле (16.47), а температурное распределение в области начального термического участка задается следующим полиномом четвертой степени:

$$\begin{aligned} &\theta = a_0 + a_1\left(\frac{Y}{\Delta}\right) + a_2\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^2 + a_3\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^3 + a_4\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^4, \quad 0 \leqslant Y \leqslant \Delta, \\ &\theta = 1, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Delta \leqslant Y \leqslant 1, \end{aligned} \tag{16.58}$$

где $\Delta = \delta_T/s$.

Значения постоянных $a_0, \ldots, a_4$ определяются в процессе двукратного дифференцирования по y уравнения (16.58) при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &\text{при } Y=0 \text{ и } \theta=0 \quad d^2\theta/dY^2=0, \\ &\text{при } Y=\Delta \text{ и } \theta=1 \quad d\theta/dY=0, \quad d^2\theta/dY^2=0. \end{aligned} \tag{16.59}$$

Подставив константы a_i в уравнение (16.58), получим формулы для распределения температур в области начального термического участка:

$$\begin{aligned} &\theta = 2\frac{Y}{\Delta} - 2\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^4, \quad 0 \leqslant Y \leqslant \Delta, \\ &\theta = 1, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Delta \leqslant Y \leqslant 1. \end{aligned} \tag{16.60}$$

С учетом первой из них зависимость (16.47) сводится к виду

$$\frac{\mu_w}{\mu} = 1 + b_1\frac{Y}{\Delta} + b_2\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{n} b_i\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^i, \tag{16.61}$$

где b_i — новые постоянные, причем $b_0 = 1$.

Теперь с учетом зависимости (16.61) уравнение (16.56) примет следующий вид:

$$\frac{\int\limits_0^Y \sum\limits_{i=0}^{n} \frac{b_i}{\Delta^i}(Y^i - Y^{i+1})\,dY}{4\int\limits_0^1 \left[\int\limits_0^Y \sum\limits_{i=0}^{n} \frac{b_i}{\Delta_i}(Y^i - Y^{i+1})\,dY\right] dY}\,\frac{\partial\theta}{\partial X} = \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}. \tag{16.62}$$

Решение уравнения (16.62) интегральным методом дает уравнения для распределения температуры, а решение (16.55) — уравнения для распределения скорости.

Этим и заканчивается расчет обычным интегральным методом. Полученное решение рассматривается только как первое приближение, поскольку температурный профиль (16.60) выбран произвольно. Далее проводится уточнение методики по работе [17]. После преобразования координат X, Y в $\bar{x}$, $\bar{\xi}$

дифференциальное уравнение (16.62) сводится к следующему:

$$H(\Delta, \bar{\xi})\left(\frac{\partial\theta}{\partial\bar{x}} - \frac{\Delta'}{\Delta}\bar{\xi}\frac{\partial\theta}{\partial\bar{\xi}}\right) = \frac{\partial^2\theta}{\partial\bar{\xi}^2}. \tag{16.63}$$

Здесь $\Delta' = \partial\Delta/\partial X$, $\bar{\xi} = Y/\Delta$,

$$H(\Delta, \bar{\xi}) = \frac{1}{4A}\sum_{i=0}^{n} b_i\left(\frac{\bar{\xi}^{i+1}}{i+1}\Delta^3 - \frac{\bar{\xi}^{i+2}}{i+2}\Delta^4\right). \tag{16.64}$$

Величины θ, $\partial\theta/\partial\bar{x}$, Δ и Δ' в уравнении (16.63) можно заменить соответствующими выражениями, полученными в первом приближении. Тогда уравнение (16.63) преобразуется в обыкновенное линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\bar{\xi}^2} + Z(\Delta, \bar{\xi})\frac{\partial\theta}{\partial\bar{\xi}} = Q(\Delta, \bar{\xi}), \tag{16.65}$$

где $Z(\Delta, \bar{\xi}) = H(\Delta, \bar{\xi})\frac{\Delta'}{\Delta}\bar{\xi}$, $Q(\Delta, \bar{\xi}) = -2H(\Delta, \bar{\xi})\frac{\Delta'}{\Delta}(\bar{\xi} - 3\bar{\xi}^3 + 2\bar{\xi}^4)$.

Уравнение (16.65) при любых значениях $\bar{x}$ (или Δ) решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &\text{при } \bar{x} = 0, \quad \bar{\xi} = 0 \quad \theta = 0; \\ &\text{при } \bar{x} > 0, \quad \bar{\xi} = 1 \quad \theta = 1. \end{aligned} \tag{16.66}$$

Решение представляет уточненное температурное распределение в термическом пограничном слое начального участка плоского канала.

Если местный коэффициент теплоотдачи отнести к разности средней температуры жидкости в данном сечении канала и температуры стенки, то

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{2}{\Delta\theta_m}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\bar{\xi}}\right)_{\bar{\xi}=0}, \tag{16.67}$$

где

$$\theta_m = \frac{\int_0^s u\theta\,dy}{\int_0^s u\,dy} = \frac{1}{A}\left\{\Delta^2\int_0^{\frac{1}{\Delta}}\theta\left[\int_0^{\bar{\xi}}\sum_{i=0}^{n} b_i(\bar{\xi}^2 - \Delta\bar{\xi}^{i+1})\,d\bar{\xi}\right]d\bar{\xi}\right\}. \tag{16.68}$$

Распределение скорости, согласно уравнению (16.55), определяется зависимостями:

$$\frac{u}{\bar{u}} = \frac{\Delta}{A}\int_0^{\bar{\xi}}\sum_{i=0}^{n} b_i(\bar{\xi}^i - \Delta\bar{\xi}^{i+1})\,d\bar{\xi}, \qquad 0 \leqslant \bar{\xi} \leqslant 1,$$

$$\frac{u}{\bar{u}} = \frac{1}{A}\left\{\Delta\int_0^1\sum_{i=0}^{n} b_i(\bar{\xi}^i - \Delta\bar{\xi}^{i+1})\,d\bar{\xi} + \frac{\mu_w}{\mu_f}\left[(Y - \Delta) - \frac{1}{2}(Y^2 - \Delta^2)\right]\right\},$$

$$1 \geqslant Y \geqslant \Delta. \tag{16.69}$$

Если принять зависимость коэффициента вязкости от температуры по (16.47) и предположить, что толщина теплового пограничного слоя δ_T мала по сравнению с высотой плоского канала h, то решение задачи уточненным

методом для канала малой длины при граничном условии $T_w = \text{const}$ дает следующее выражение для расчета местного теплообмена:

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}978\,(\bar{\beta}\ \mathrm{Pe}\ h/x)^{1/3}. \tag{16.70}$$

Средний теплообмен представляется уравнением

$$\mathrm{Nu} = 1{,}467\,(\bar{\beta}\ \mathrm{Pe}\ h/l)^{1/3}, \tag{16.71}$$

где

$$\bar{\beta} = \left(1 + \sum_{i=1}^{n} b_i\right) \Big/ \left(1 + 3\sum_{i=1}^{n} \frac{b_i}{2i+3}\right) \tag{16.72}$$

является поправочным коэффициентом, учитывающим влияние изменения вязкости с температурой. Постоянные b_i, зависящие от рода жидкости и интервала температур, легко определяются на основании экспериментальных данных. В случае изотермического течения жидкости $\left(\sum_{i=1}^{n} b_i = 0\right)$ поправочный коэффициент $\bar{\beta} = 1$ и зависимости (16.70) и (16.71) совпадают с известными формулами из работы [18].

При $i = 1$ получаем гиперболическую зависимость вязкости от температуры и поправочный коэффициент

$$\bar{\beta}_{i=1} = \frac{\mu_f/\mu_w}{1 + {}^3/_5\,(\mu_f/\mu_w - 1)}\,. \tag{16.73}$$

Как известно, в пристенной области наблюдается противоположная указанной выше картина изменения скорости в зависимости от направления теплового потока. Поправочный коэффициент $\bar{\beta}$ правильно отражает это. Например, если $\mu_f/\mu_w > 1$ (нагревание жидкости), то из уравнения (16.73) следует, что $\bar{\beta} > 1$ и скорость у стенки больше, чем в соответствующем изотермическом случае; если же $\mu_f/\mu_w < 1$ (охлаждение жидкости), то $\bar{\beta} < 1$ и скорость у стенки меньше.

Общая постановка и математическая формулировка задачи о теплообмене в установившемся режиме течения в плоском канале при $q_w = \text{const}$ совпадают с формулировкой для $T_w = \text{const}$. Поэтому для исследования теплообмена в данном случае также могут быть использованы уравнения (16.44) — (16.46). Задача теплообмена для канала малой длины решена точно [16]. В результате для местного числа Нуссельта получено выражение

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}183\,(\bar{\beta}\ \mathrm{Pe}\ h/x)^{1/3}. \tag{16.74}$$

Среднее значение числа Нуссельта на длине канала l определяется из выражения

$$\mathrm{Nu} = 1{,}774\,(\bar{\beta}\ \mathrm{Pe}\ h/l)^{1/3}. \tag{16.75}$$

При изотермическом течении жидкости поправочный коэффициент $\bar{\beta} = 1$ и зависимости (16.74) и (16.75) совпадают с точным решением [14] для плоского канала малой приведенной длины ($x/h\ \mathrm{Pe} \leqslant 0{,}001$).

Поправочный коэффициент $\overline{\beta}$ в случае гиперболической зависимости вязкости от температуры ($i = 1$) определяется следующим образом:

$$\overline{\beta}_{i=1} = \frac{1 + b_1\vartheta_w}{1 + {}^3/_5\, b_1\vartheta_w}, \tag{16.76}$$

где $\vartheta_w = \lambda\,(T - T_f)/sq_w$. Безразмерную температуру на стенке можно приближенно определить из уравнения

$$\vartheta_w = \frac{1}{({}^2/_3)^{1/3}\Gamma\,({}^2/_3)}\left(\frac{x}{\overline{\beta}h\,\mathrm{Pe}}\right)^{1/3}, \tag{16.77}$$

если предположить, что вязкость постоянна.

Экспериментальное исследование местной теплоотдачи при гидродинамически установившемся течении в плоском канале проведено в потоке трансформаторного масла при высоте канала $h = 5{,}4$ и $10{,}2$ мм. Гидродинамическая стабилизация течения осуществлена на необогреваемом участке длиной 1 м, аналогичном обогреваемому участку и установленном перед ним.

При обработке экспериментальных данных учтены результаты теоретического решения по уравнению (16.74).

Коэффициент $\overline{\beta}$, учитывающий влияние изменения вязкости с температурой, определен для каждого сечения канала в зависимости от T_w. В числах подобия Nu и Pe за определяющий размер принималась высота канала h, а за определяющую температуру — температура набегающего потока.

В такой обработке экспериментальные данные, полученные Н. С. Лютикасом [16] (рис. 16.9), хорошо согласуются с кривой, соответствующей теоретическому решению.

Полученная теоретическим путем зависимость дает возможность рассчитать теплоотдачу в плоском канале. Вместе с тем она не совсем удобна для практического использования, а также не полностью характеризует процесс теплообмена в канале.

Подробный анализ экспериментальных данных при гидродинамически установившемся течении показал, что угол наклона кривой на рис. 16.9 равен 0,33, т. е. отличается от ранее определенного значения 0,5 в случае ламинарного обтекания пластины. Эту величину надо считать вполне понятной, так как процесс теплообмена протекает в условиях стабилизированного ламинарного течения в плоском канале.

За определяющую температуру, как и в предыдущем методе, принимается температура набегающего потока T_f. Влияние рода жидкости и ее физических свойств на теплоотдачу в плоском канале, как и на пластине, учитывается числом Pr_f в степени 0,33, а влияние изменения физических свойств жидкости с температурой — соотношением $\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w$ в соответствующей степени.

Как видно из рис. 16.10, результаты опытов при постоянном тепловом потоке на поверхности канала обобщаются зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fx} = 1{,}05\,\mathrm{Re}_{fx}^{0,33}\,\mathrm{Pr}_x^{0,33}\left(\frac{x}{h}\right)^{0,33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0,25}. \tag{16.78}$$

Влияние высоты канала на теплообмен учитывается параметром $(x/h)^{0,33}$, однако для прямоугольных каналов с разным соотношением сторон в параметр x/h следует ввести вместо h эквивалентный диаметр $d_э$. В таком случае

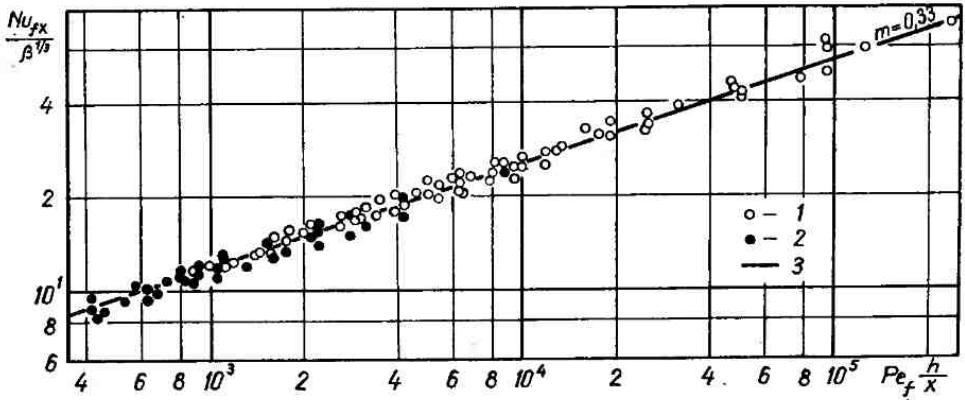


РИС. 16.9. Сопоставление экспериментальных данных по местной теплоотдаче вплоском канале при $h = 10{,}2$ (*1*) и 5,4 мм (*2*) и данных расчета по уравнению (16.74) (*3*)

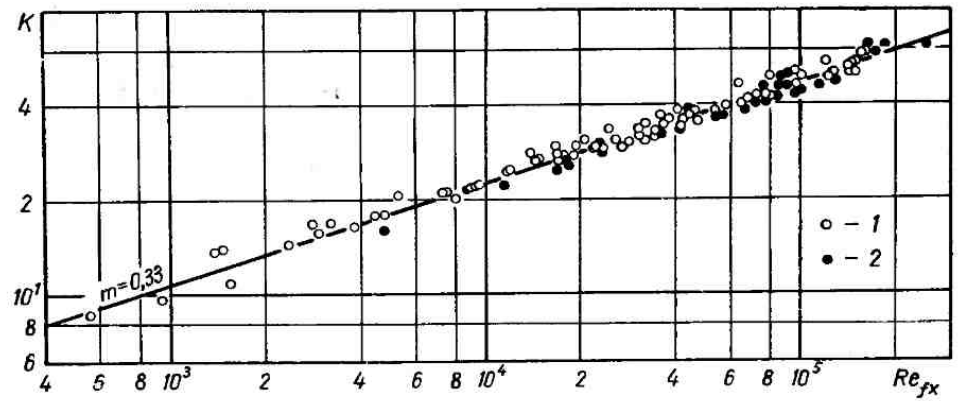


РИС. 16.10. Зависимость от Re_{fx} местной теплоотдачи при гидродинамически установившемся течении в плоском канале при $h = 10{,}2$ (*1*) и 5,4 мм (*2*)

$K = Nu_{fx} Pr_f^{-0{,}33} (x/h)^{-0{,}33} (Pr_f/Pr_w)^{-0{,}25}$

зависимость (16.78) получит новый вид:

$$Nu_{fx} = 1{,}32\, Re_{fx}^{0{,}33} Pr_f^{0{,}33} \left(\frac{x}{d_э}\right)^{0{,}33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0{,}25}. \qquad (16.79)$$

В проведенных исследованиях число Re_{fx} изменялось от $5 \cdot 10^2$ до $2 \cdot 10^5$, а Pr_f — от 120 до 310.

Средняя теплоотдача при принятой методике обработки данных по местной теплоотдаче обобщается зависимостью

$$Nu_f = 1{,}38\, Re_f^{0{,}33} Pr_f^{0{,}33} \left(\frac{l}{h}\right)^{0{,}33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0{,}25}. \qquad (16.80)$$

Зависимость (16.80) можно использовать для определения средней теплоотдачи в диапазоне числа Re_f от 10^4 до $2 \cdot 10^5$.

Сравнение полученных зависимостей местной (16.78) и средней (16.80) теплоотдачи показывает, что в обоих случаях влияние геометрии канала учитывается параметром $(x/h)^{0,33}$. В случае обобщения средней теплоотдачи величину x необходимо заменить полной длиной l, на которой ведется осреднение коэффициента теплоотдачи. Эта длина принимается и за определяющий размер.

16.5. Теплообмен в начальном участке круглой трубы

Во многих теплообменных устройствах вход жидкости в трубу совпадает с началом теплообменного участка. В таких случаях из-за небольшой длины труб течение не успевает стабилизироваться, т. е. процесс теплообмена

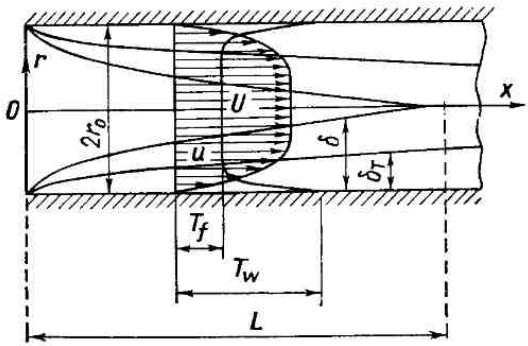


РИС. 16.11. Схема развития теплового и динамического пограничных слоев в начальном участке трубы при Pr > > 1

протекает в начальном гидродинамическом участке при одновременном развитии скоростных и температурных полей.

На стенках трубы одновременно развиваются гидродинамический и тепловой пограничные слои. В зависимости от Pr толщина теплового пограничного слоя δ_T может быть меньше (в случае $\mathrm{Pr} > 1$) и больше (в случае $\mathrm{Pr} < 1$) толщины гидродинамического пограничного слоя δ (рис. 16.11). При $\mathrm{Pr} = 1$ величины δ_T и δ приблизительно одинаковы. Относительные длины начального термического участка ($\mathrm{Pe}^{-1} L_T/d$) и начального гидродинамического участка ($\mathrm{Re}^{-1} L/d$) имеют численные значения одного порядка. Сравнив их, получим $L_T \approx \mathrm{Pr}\, L$. При течении в каналах различных жидкостей при разных Pr можно выделить три характерных случая:

$$\mathrm{Pr} \gg 1,\ L_T \gg L;\ \mathrm{Pr} \ll 1,\ L_T \ll L;\ \mathrm{Pr} \approx 1,\ L_T \approx L.$$

В первом случае профиль скорости почти по всей длине начального термического участка близок к параболическому. При длине $l \gg L_T$ расчет теплообмена с некоторым приближением можно проводить как и для случая гидродинамически установившегося течения.

Во втором случае профиль скорости почти по всей длине начального термического участка близок к однородному, поскольку все частицы жидкости имеют одинаковую скорость по всему сечению канала. Если $l \ll L_T$, то расчет теплообмена можно проводить, используя модель стержневого течения. Теплообмен трубы в случае стержневого течения подробно рассмотрен Б. С. Петуховым [2]. Во всех других случаях при расчете теплообмена в начальном гидродинамическом участке необходимо учитывать изменение профиля скорости по длине канала.

Если при стабилизированном течении в круглой трубе $\mathrm{Nu}_x = f\,(\mathrm{Pe}^{-1}x/d)$, то в гидродинамическом начальном участке

$$\mathrm{Nu}_x = f\,(\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ x/d) \tag{16.81}$$

и теплоотдача выше, чем при стабилизированном течении, что объясняется более высокими значениями скорости вблизи стенки и наличием радиальных составляющих скорости.

В работе [10] приведен расчет теплообмена в начальном участке при изменении профиля скорости по длине круглой трубы. Расчет для значений Pr от 0,1 до 1000 в круглой трубе вблизи от входа дает следующее уравнение для среднего теплообмена:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}664\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right)^{-1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}. \tag{16.82}$$

Результаты расчета теплоотдачи в начальном гидродинамическом участке круглой трубы с точностью $\pm 5\%$ можно описать уравнением [2]

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_{\text{ст}}} = 0{,}6\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right)^{-1/7}\left(1 + 2{,}5\,\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right), \tag{16.83}$$

где $\mathrm{Nu}_{\text{ст}}$ — среднее число Нуссельта на участке от $x = 0$ до $x = l$ при стабилизированном течении. Зависимость (16.83) справедлива при значениях $\mathrm{Re}^{-1}\,l/d < 0{,}1$. Она хорошо согласуется с экспериментальными данными, но не учитывает влияния изменения физических свойств жидкости с температурой.

Влияние переменности физических свойств учитывается введением аналогичного параметра, как и в случае стабилизированного течения (разд. 16.3).

Детальное исследование теплообмена в начальном участке трубы при $q_w = \mathrm{const}$ приближенным методом теории пограничного слоя дано в книге Б. С. Петухова [2]. Получено, что в случае $\Delta < 1$ местное число Нуссельта равно

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\alpha_x d}{\lambda} = \frac{1}{{}^3/_8\,\Delta - 4\,\dfrac{1}{\mathrm{Pe}}\dfrac{x}{d}}. \tag{16.84}$$

Для малых значений параметра $\mathrm{Re}^{-1}\,x/d$, т. е. вблизи входа в трубу, где толщина пограничного слоя невелика, найдено выражение

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}46\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{x}{d}\right)^{-1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}, \tag{16.85}$$

которое точно совпадает с уравнением для местной теплоотдачи продольно-обтекаемой пластины при $q_w = \mathrm{const}$ [19].

Для всей области начального гидродинамического участка рекомендуется соотношение

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{Nu}_x}{\mathrm{Nu}_{\text{ст}}} = 0{,}35\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{x}{d}\right)^{-1/6}\left[1 + 2{,}85\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{x}{d}\right)^{0{,}42}\right], \tag{16.86}$$

где $\mathrm{Nu}_{\text{ст}}$ — число Нуссельта для случая стабилизированного течения при $q_w = \mathrm{const}$. Уравнение (16.86) описывает результаты расчета в пределах $10^{-4} < \mathrm{Re}^{-1}\,x/d \leqslant 0{,}064$ и $0{,}7 < \mathrm{Pr} < 1000$ с точностью около 6%. При $\mathrm{Re}^{-1}\,x/d > 0{,}064$ профиль скорости становится параболическим и $\mathrm{Nu}_x =$

$= \mathrm{Nu}_\infty$. Уравнение (16.86) неплохо согласуется с опытными данными в случае постоянных физических свойств теплоносителя.

Для расчета теплообмена в случае переменных физических свойств (прежде всего вязкости) с изменением температуры предлагается зависимость

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}31\varepsilon\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{x}{d}\right)^{-1/3}\left(1 + 2\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{x}{d}\right)\left(\frac{\mu_w}{\mu_f}\right)^{-1/6}, \tag{16.87}$$

где ε определяется по уравнению (16.86).

Уравнение (16.87) охватывает всю протяженность термического начального участка, включая и область начального гидродинамического участка, где происходит формирование профиля скорости.

16.6. Теплоотдача начального участка параллельных пластин

При создании современных компактных теплообменников все больше внимания уделяется конструкциям, теплообмен в которых происходит в условиях, характерных для начального участка параллельных пластин.

Процессы, протекающие в начальном участке параллельных пластин, имеют некоторое сходство с процессами в случае обтекания одиночной пластины, но обладают и своими специфическими признаками. Полную аналогию между этими процессами можно наблюдать лишь в непосредственной близости от входа в канал, где соблюдается зависимость $\delta \ll s$. В более отдаленных от входа сечениях толщина пограничных слоев на стенках канала возрастает. Рост толщины пограничных слоев протекает в других гидродинамических условиях, отличающихся от условий в случае одиночной пластины в бесконечном потоке. Иначе говоря, вследствие образования пограничного слоя на стенках канала и неразрывности течения жидкости скорость невозмущенного потока вдоль канала возрастает и сопровождается образованием градиента давления. Эти два фактора и обусловливают особенности формирования пограничных слоев, процесса теплообмена и гидравлического сопротивления.

Рассмотрим случай теплообмена в начальном участке плоского канала, когда одновременно развиваются динамический и тепловой пограничные слои. При граничном условии $T_w = \mathrm{const}$ эту задачу можно решить как точным, так и приближенным методом. В приближенном решении распределения температуры и скорости принимаются аналогичными

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_f} = 2\frac{y}{\delta_T} - 2\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta_T}\right)^4, \tag{16.88}$$

$$\frac{u}{U} = 2\frac{y}{\delta} - 2\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^4. \tag{16.89}$$

Решение интегрального уравнения теплового потока

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_T}(T_f - T)\,u\,dy = a\left(\frac{dT}{dy}\right)_{y=0} = 0 \tag{16.90}$$

с учетом (16.88) и (16.89) приведено в работе [9].

Таблица 16.5

Значения функций $\Phi_s = \Phi(\delta/s, \mathrm{Pr})$ в уравнениях (16.93) и (16.94)

Pr	Значения δ/s						
	0,0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,7	1,008	1,031	1,054	1,096	1,137	1,177	1,216
1,0	1,000	1,022	1,044	1,086	1,126	1,165	1,203
2,0	0,986	1,007	1,028	1,068	1,107	1,144	1,181
3,0	0,979	1,002	1,002	1,061	1,099	1,135	1,171
5,0	0,977	0,996	1,018	1,057	1,094	1,132	1,167

Коэффициент теплоотдачи определяется из уравнения теплообмена с учетом зависимости (16.88):

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{T_w - T_f} \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \frac{2\lambda}{\delta_T} = 2\,\frac{\lambda}{\xi_1 \delta}, \tag{16.91}$$

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = \frac{2x}{\xi_1 \delta}, \tag{16.92}$$

где $\xi_1 = \delta_T/\delta$ находится по уравнению

$$\xi_1 = \Phi_s/\mathrm{Pr}^{1/3}. \tag{16.93}$$

Значения Φ_s по работе [7] приведены в табл. 16.5.

Тогда теплоотдача канала из параллельных пластин будет иметь вид

$$\frac{\mathrm{Nu}_x}{\mathrm{Re}} = \frac{2x}{\xi_1 \delta\,\mathrm{Re}} = \frac{2s}{\xi_1 \delta} X = \frac{2}{\Phi_s} \mathrm{Pr}^{1/3} \frac{s}{\delta} X. \tag{16.94}$$

В случае постоянной температуры стенки средний теплообмен в начальном участке параллельных пластин можно выразить асимптотической зависимостью [10]

$$\mathrm{Nu} = 7{,}55 + \frac{0{,}024\,(\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}\,d/l)^{1{,}14}}{1 + 0{,}0358\,\mathrm{Pr}^{0{,}31}\,(\mathrm{Re}\,d/l)^{0{,}64}}. \tag{16.95}$$

Для решения задачи теплообмена в начальном участке плоского канала при граничном условии $q_w = \mathrm{const}$ может быть использован интегральный метод Кармана—Польгаузена. Для осуществления решения уравнение теплового потока (16.90) преобразуется в следующее:

$$\rho c_p \frac{d}{dx}\left[\int_0^\delta u\,(T - T_f)\right] = q_w. \tag{16.96}$$

В этом уравнении скорость выражается полиномом второй степени

$$\frac{u}{U} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2, \tag{16.97}$$

а распределение температуры — зависимостью

$$T - T_f = \frac{5}{8}\frac{q\delta_T}{\lambda}\left[1 - \frac{8}{5}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) + \frac{4}{5}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3 - \frac{1}{5}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^4\right]. \quad (16.98)$$

Подставив в (16.96) уравнения (16.97) и (16.98), с учетом заданных граничных условий для определения толщины пограничного слоя δ_T при $\mathrm{Pr} \geqslant 1$ получим

$$\frac{\delta_T^2}{\delta - s^2}\left(0{,}187 - 0{,}038\frac{\delta_T}{\delta}\right) = \frac{8}{5}\frac{XU_0}{\mathrm{Pr}\,U}. \quad (16.99)$$

Коэффициент теплоотдачи равен

$$\alpha = q_w/(T_w - T_f). \quad (16.100)$$

При $y = 0$ из зависимости (16.98) находим

$$T_w - T_f = \frac{5}{8}\frac{q_w\delta_T}{\lambda}, \quad (16.101)$$

где δ_T определяется из зависимости (16.99). Сравнение количества тепла, полученного жидкостью, с его количеством, переданным от поверхности, дает соотношение

$$T_f - T_w = q_w/\rho s c_p \bar{u}. \quad (16.102)$$

Уравнения (16.99) и (16.102) позволяют получить уравнение подобия для определения местной теплоотдачи плоского канала в виде

$$\mathrm{Nu}_x = \left[\frac{5}{8}\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right) - \frac{x/s}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\right]^{-1}. \quad (16.103)$$

Изменение коэффициента теплоотдачи, согласно этой зависимости, при разных числах Pr представлено на рис. 16.12. Из графика видно, что все кривые асимптотически приближаются к одному пределу, т. е. к предельному числу Nu_∞, соответствующему термически стабилизированному режиму течения. Если за определяющий размер принять $d_э$, то предельное число станет равным $\mathrm{Nu}_\infty = 8{,}24$.

Экспериментальные исследования, проведенные автором совместно с И. И. Жюгждой [9], показали, что в потоках воздуха, воды и трансформаторного масла теплообмен в начальном участке канала проходит интенсивнее, чем теплообмен одиночной пластины. Интенсивность теплообмена зависит от расстояния между пластинами и от координаты x. С уменьшением высоты канала $h = 2s$ теплоотдача увеличивается.

В экспериментах высота канала изменялась от 4 до 50 мм, а скорость в зависимости от рода жидкости — от 0,1 до 10 м/с. Охвачен интервал изменения Pr от 0,7 до 580.

Процесс теплоотдачи в экспериментальном участке протекал при одновременном развитии гидродинамического и теплового пограничных слоев. Подробный анализ наших экспериментальных данных и данных работ других исследователей показал, что теплоотдача канала из параллельных пластин пропорциональна параметру $\mathrm{Re}_{fh}^{-1}x/h$ в степени 0,1. На рис. 16.13 эти экспериментальные данные представлены в виде зависимости

$$K = \mathrm{Nu}_{fx}\,\mathrm{Pr}_f^{-0{,}33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{-0{,}25}\left(\frac{x}{h}\frac{1}{\mathrm{Re}_{fh}}\right)^{-0{,}1} = f(\mathrm{Re}_{fx}). \quad (16.104)$$

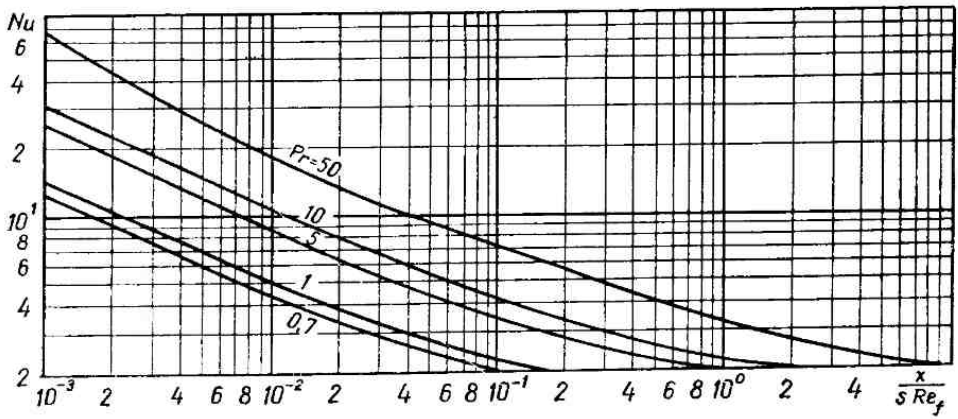


РИС. 16.12. Изменение теплоотдачи в начальном участке параллельных пластин при $q_w = \text{const}$, разных Pr и $\text{Nu} = \alpha s/\lambda$

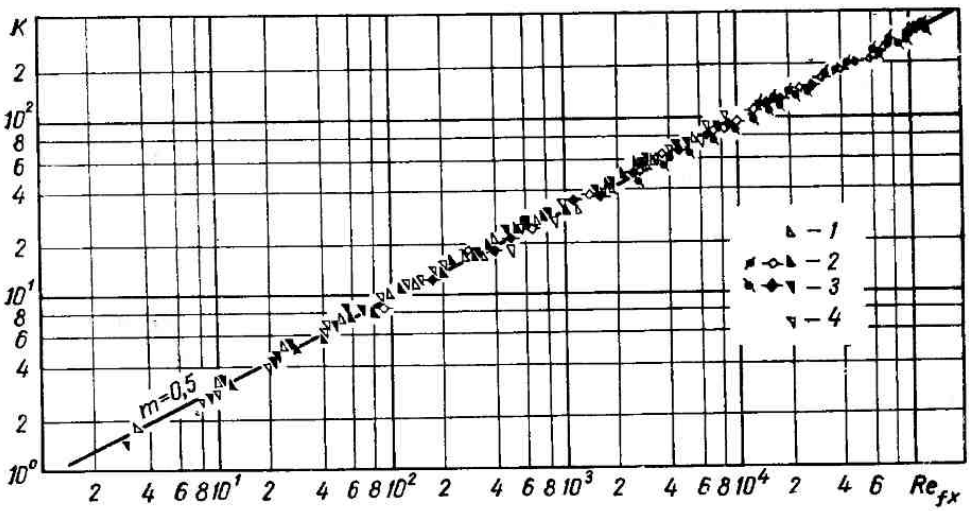


РИС. 16.13. Местная теплоотдача начального участка канала из параллельных пластин

1 — в потоке трансформаторного масла при $h = 50$ мм, *2* — в потоках воздуха, воды и трансформаторного масла соответственно при $h = 20$ мм, *3* — то же, при $h = 10$ мм, *4* — в потоке трансформаторного масла при $h = 4$ мм, $K = \text{Nu}_{fx}\text{Pr}_f^{-0,33}\,(x/h\,\text{Re}f_h)^{-0,1}\,(\text{Pr}_f/\text{Pr}_w)^{-0,25}$

За определяющий размер в числах подобия (аналогично случаю одиночной пластины) принята локальная длина x, в числе Re_{fh} — высота канала h, а за определяющую скорость принималась скорость набегающего потока.

Как видно, результаты наших опытов при постоянном тепловом потоке на поверхности канала обобщаются зависимостью

$$\text{Nu}_{fx} = 0{,}98\,\text{Re}_{fx}^{0,5}\,\text{Pr}_f^{0,33}\left(\frac{x}{h}\,\frac{1}{\text{Re}_{fh}}\right)^{0,1}\left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w}\right)^{0,25}. \qquad (16.105)$$

Зависимость (16.105) можно использовать для определения теплоотдачи в интервале изменения числа Re_{fx} от 10 до 10^5.

Анализ экспериментальных данных показывает, что закономерность теплоотдачи в начальном участке канала из параллельных пластин асимптотически приближается к закону теплоотдачи неизотермической пластины.

Если принять влияние неизотермичности поверхности на теплоотдачу аналогичным влиянию в случае одиночной пластины, то при любой степенной неизотермичности получаем зависимость [9]

$$\mathrm{Nu}_{fx} = \left[0{,}33 + 0{,}42\left(\frac{x}{h}\,\frac{1}{\mathrm{Re}_{fh}}\right)^{0{,}25}\right]\chi\,\mathrm{Re}_{fx}^{0{,}5}\,\mathrm{Pr}_f^{0{,}33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0{,}25}. \qquad (16.106)$$

При малых значениях параметра $\mathrm{Re}_{fh}^{-1}x/h$ это уравнение превращается в зависимость для расчета теплоотдачи одиночной пластины.

Увеличение теплоотдачи в начальном участке канала из параллельных пластин по сравнению с теплообменом одиночной пластины вызвано возрастанием скорости потенциального потока вдоль канала и возникновением градиента давления.

Средняя теплоотдача при принятой методике обработки данных для местной теплоотдачи (16.105) обобщена зависимостью

$$\mathrm{Nu}_f = 1{,}35\left(\frac{l}{h}\,\frac{1}{\mathrm{Re}_{fh}}\right)^{0{,}1}\mathrm{Re}_f^{0{,}5}\,\mathrm{Pr}_f^{0{,}33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0{,}25}. \qquad (16.107)$$

Зависимость (16.107) можно использовать для определения средней теплоотдачи в диапазоне чисел Re_f от $2\cdot10^2$ до $1{,}2\cdot10^5$.

Сравнение полученных зависимостей местной (16.105) и средней (16.107) теплоотдачи показывает, что в обоих случаях влияние гидродинамической стабилизации на теплоотдачу учитывается параметром $\mathrm{Re}_{fh}^{-1}x/h$ в степени 0,1. В случае обобщения средней теплоотдачи локальную длину x необходимо заменить полной длиной канала l, на которой ведется осреднение коэффициента теплоотдачи. Эта длина считается и определяющим размером.

Глава 17

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ

17.1. Особенности турбулентного переноса

Процессы переноса тепла при турбулентном течении в каналах имеют ряд особенностей по сравнению с продольно-обтекаемой неограниченным потоком пластиной или цилиндрическим телом. В каналах с резкими изломами поверхности, например в треугольных каналах, пучках продольно-обтекаемых труб, наблюдается существенное изменение структуры течения и теплообмена.

При обтекании поверхности неограниченным потоком на жидкость, находящуюся вдали от тела, не влияют процессы, которые происходят у поверхности. В то же время вдали от входа в канал на поток воздействуют процессы, протекающие на всех поверхностях канала, а размеры турбулентных крупномасштабных вихрей не могут превышать размеров канала. В каналах постоянного сечения за начальным участком развития характеристики среднего течения и турбулентность во всех последующих сечениях канала остаются одинаковыми, т. е. течение становится полностью развитым.

При турбулентном течении профиль скорости по сечению канала более заполнен, чем при ламинарном. Основное изменение скорости происходит в пристенной области, занимающей 15% радиуса трубы. На рис. 17.1 показан качественный график профиля скорости с четырьмя характерными областями пристенного слоя: *1* — вязким слоем, в котором изменение скорости линейно и определяется коэффициентом молекулярной вязкости, *2* — промежуточным (буферным) слоем, в котором вязкие и турбулентные напряжения сравнимы по величине, *3* — полностью турбулентным (логарифмическим) слоем, в котором молекулярной вязкостью можно пренебречь, *4* — турбулентным ядром. Толщина первой и второй областей составляет очень малую часть радиуса. Так, $y_1/r_0 = 0{,}001$ ($y^+ = 5$), а $y_2/r_0 = 0{,}01$ ($y^+ = 30$) при $\mathrm{Re} = 10^5$. Несмотря на малую толщину, эти слои оказывают влияние на весь поток, так как значительная доля изменения скорости происходит именно в них ($u_1/U = 18\%$, $u_2/U = 47\%$, где U — скорость в центре трубы).

Первые три области образуют пристенный слой, структура которого почти одинакова в различных каналах и пограничных слоях. При разных течениях структуры ядра потока различны, однако они имеют одну общую особенность: скорость в ядре изменяется мало.

Соответственно в поперечном сечении трубы изменяются и пульсационные составляющие скорости (рис. 17.2). Наибольшую величину имеет продольная пульсация скорости $\sqrt{\overline{u'^2}}$. Максимального значения она достигает вблизи стенки при $y^+ = 15$, т. е. в пределах буферного слоя. Если среднеквадратичную величину осевой пульсации скорости $\sqrt{\overline{u'^2}}$ отнесем не к постоянным величинам U или u_*, а к локальной средней скорости u в данной точке, то обнаружим, что максимального значения (30%) относительная интенсивность достигнет в пределах вязкого подслоя. Это говорит о том, что

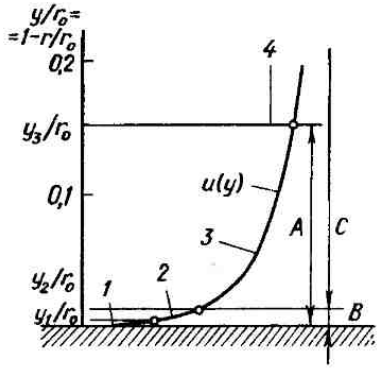


РИС. 17.1. Изменение скорости у стенки трубы (в пристенном слое и его областях)

1 — вязкий подслой, *2* — буферный слой, *3* — полностью турбулентный слой, *4* — ядро течения. *A* — пристенный слой, *B* — вязкий слой, *C* — полностью турбулентное течение

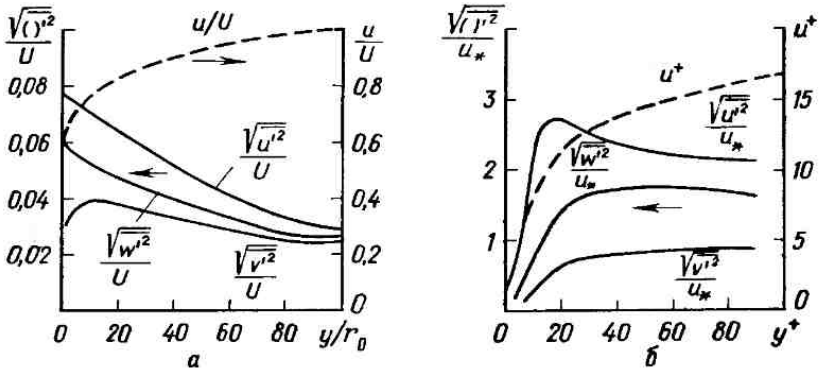


РИС. 17.2. Изменение компонентов интенсивности пульсаций и средней скорости при течении в трубе по измерениям Лауфера при $Re_d = 5 \cdot 10^5$

а — область полностью турбулентного течения, *б* — вязкий и пристенный слои

даже в нем скорость сильно пульсирует. Интенсивность пульсаций в радиальном направлении v' наименьшая и быстро падает у стенки. Только в центральной части трубы компоненты турбулентных пульсаций по разным направлениям близки по величине. Сильная неизотропность турбулентности в пристенной области существенно усложняет расчет интенсивности переноса по разным направлениям. В ряде случаев, например при равномерном по периметру трубы тепловыделении, этот факт не вносит каких-либо осложнений, однако при неравномерном тепловыделении или других сильно изменяющихся граничных условиях обязателен учет неизотропности переноса по разным направлениям.

При турбулентном течении жидкости в каналах сложной формы процессы гидродинамики существенно усложняются. Появляется влияние таких факторов, как образование вторичных течений и крупномасштабных вихрей, сильная неравномерность касательного напряжения по периметру, наличие ламинаризированных зон в узких частях канала. В этих условиях особенно проявляется анизотропность турбулентного переноса.

17.2. Гидродинамика турбулентного потока

Считается, что течение в любом канале, касательное напряжение по периметру которого изменяется незначительно, в сущности, подобно течению в круглой трубе.

При турбулентном течении жидкости в трубе перепад давления Δp на участке длиной l и с характерным поперечным размером d определяется

соотношением

$$\Delta p = \xi\left(\frac{l}{d}\right)\frac{\rho\bar{u}^2}{2}, \tag{17.1}$$

где ξ — коэффициент гидравлического сопротивления, $\bar{u}$ — средняя по сечению скорость (среднемассовая скорость).

С другой стороны, для канала, в котором касательное напряжение на стенке τ_w мало меняется по периметру P,

$$\Delta pF = \tau_w Pl, \tag{17.2}$$

где F — площадь поперечного сечения.

Тогда из уравнений (17.2) и (17.1) получаем связь между касательным напряжением и коэффициентом гидравлического сопротивления:

$$\tau_w = \frac{\xi}{8}\rho\bar{u}^2. \tag{17.3}$$

Как и при рассмотрении пограничного слоя на пластине, используем в качестве масштабной величины динамическую скорость $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$. Тогда на основании равенства (17.3) получим

$$u_* = \bar{u}\sqrt{\xi/8}. \tag{17.4}$$

Во многих случаях динамическая скорость — это универсальный скоростной масштаб, который можно применять для различных потоков в каналах. Пример универсальной роли динамической скорости — поле скорости в трубе, представленное в координатах, где в качестве масштаба скорости используется величина $u^+ = u/u_*$, а в качестве масштаба длины $y^+ = yu_*/\nu$.

В таком представлении закон распределения скорости имеет универсальный вид, и при графическом отображении все точки при любых значениях числа $\mathrm{Re} > 10^4$ располагаются около одной кривой.

В настоящее время наиболее распространено описание полного профиля скорости в трубе при установившемся течении тремя уравнениями: при $y^+ \leqslant 5$

$$u^+ = y^+, \tag{17.5}$$

для буферного слоя при $5 < y^+ \leqslant 30$

$$u^+ = -3{,}05 + 5{,}00 \ln y^+ \tag{17.6}$$

и для полностью турбулентного ядра при $y^+ > 30$

$$u^+ = 5{,}5 + 2{,}5 \ln y^+. \tag{17.7}$$

Уравнения (17.5) — (17.7), описывающие поле скорости в трубе согласно трехслойной модели, дают некоторый разрыв при определении турбулентной вязкости из соотношения

$$\tau/\rho = (\varepsilon_\tau + \nu)du/dy, \tag{17.8}$$

так как производная du/dy в точках сопряжения зависимостей (17.5) — (17.8) имеет разрывы.

Имеется целый ряд полуэмпирических зависимостей для определения турбулентной вязкости в трубах. Например, при течении газов и жидкостей с небольшими числами Прандтля широко используется двухслойная модель

Дейслера [1], согласно которой при $y^+ > 26$

$$\varepsilon_\tau = \varkappa^2 \frac{(du/dy)^3}{(d^2u/dy^2)^2}, \tag{17.9}$$

а при $y^+ < 26$

$$\varepsilon_\tau/\nu = my^+u^+, \tag{17.10}$$

где $m = 0{,}0119$.

Соответственно для областей с $y^+ < 26$ и $y^+ > 26$ поля скоростей рекомендуется рассчитывать по формулам

$$y^+ = \sqrt{\pi/2m}\exp\left(^1/_2\, mu^{+2}\right)\operatorname{erf}\left(\sqrt{m/2}\, u^+\right) \tag{17.11}$$

и

$$u^+ = 3{,}8 + 2{,}78 \ln y^+. \tag{17.12}$$

Часто для описания поля скорости в турбулентном ядре потока используют степенную зависимость

$$u/U = (y/r_0)^{1/n}, \tag{17.13}$$

в которой показатель степени n несколько зависит от числа Re и изменяется от $^1/_6$ при $\mathrm{Re} = 4{,}0\cdot10^4$ до $^1/_{10}$ при $\mathrm{Re} = 3{,}2\cdot10^6$. Степенной закон для описания профиля скорости не является универсальным, однако он наиболее прост и широко применяется в инженерных расчетах.

Рейхардт [2] предложил единую зависимость для описания профиля скорости от стенки до оси, которая очень часто используется в инженерных расчетах:

$$u^+ = 2{,}5\ln\left[(1+0{,}4y^+)\frac{1{,}5\,(1+r/r_0)}{1+2\,(r/r_0)^2}\right] + \\ + 7{,}8\left[1+\exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11}\exp(-0{,}33y^+)\right]. \tag{17.14}$$

При этом для определения турбулентной вязкости используются зависимости:

$$\frac{\varepsilon_\tau}{\nu} = 0{,}4\left(y^+ - 11\,\mathrm{th}\,\frac{y^+}{11}\right) \tag{17.15}$$

при $y^+ \leqslant 50$ и

$$\frac{\varepsilon_\tau}{\nu} = 0{,}133y^+\left[0{,}5 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\left(1 + \frac{r}{r_0}\right) \tag{17.16}$$

при $y^+ > 50$.

На рис. 17.3 показаны полностью развитые профили скорости в круглой трубе при турбулентном ($\mathrm{Re} = 5\cdot10^4$) и ламинарном течениях.

Коэффициент гидравлического сопротивления легко получить, если использовать любое из рассмотренных уравнений для описания профиля скорости в ядре потока, проинтегрировать уравнение, определяющее среднюю скорость в трубе

$$\bar{u} = \frac{2}{r_0^2}\int_0^{r_0} ur\,dr, \tag{17.17}$$

и подставить полученное значение $\bar{u}$ в уравнение (17.4).

Для практических расчетов Прандтль [3] получил соотношение, которое хорошо согласуется с экспериментом в интервале чисел Re от 10^4 до $5 \cdot 10^6$:

$$\xi^{-1/2} = 2{,}0 \ln (\mathrm{Re}\, \xi^{1/2}) - 0{,}8. \qquad (17.18)$$

Однако формула (17.18) неудобна в расчетах, так как величина ξ не выражена в явном виде. Более удобна формула

$$\xi = (1{,}82 \lg \mathrm{Re} - 1{,}64)^{-2}, \qquad (17.19)$$

полученная автором работы [4] для того же интервала чисел Re. Она дает практически одинаковые результаты с формулой (17.18).

При числе $\mathrm{Re} < 10^5$ широко используется также формула Блазиуса [5]

$$\xi = 0{,}316 \mathrm{Re}^{-1/4}, \qquad (17.20)$$

которая получается из степенного закона распределения скорости (17.13) при $n = 7$.

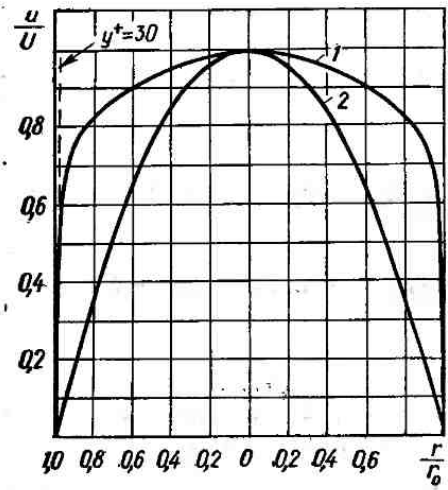


РИС. 17.3. Полностью развитый профиль скорости в круглой трубе при турбулентном (*1*) и ламинарном (*2*) течении

В каналах с некруглым поперечным сечением гидравлическое сопротивление может быть определено по тем же формулам, что и для круглых труб. При этом в качестве определяющего размера поперечного сечения необходимо использовать эквивалентный диаметр

$$d_э = 4F/P. \qquad (17.21)$$

Однако эквивалентный диаметр можно применять для каналов, в которых нет острых углов или сильных сужений проходного сечения. Для треугольных каналов с одним или двумя острыми углами, пучков плотноупакованных круглых стержней, кольцевых каналов с большим соотношением диаметров эквивалентный диаметр не является единственной определяющей геометрической величиной. Это обусловлено тем, что турбулентное течение жидкости в каналах сложного поперечного сечения имеет ряд особенностей по сравнению с течением в круглой трубе. По периметру некруглых каналов изменяются гидродинамические параметры потока, происходит интерференция пограничных слоев, сформировавшихся на различных поверхностях, образуются вторичные течения в плоскости, перпендикулярной основному потоку, течение становится трехмерным. Однако в каналах без острых углов или сильных сужений сечения эти явления мало отражаются на величине гидравлического сопротивления.

В острых углах или местах сильного сужения сечения образуются так называемые ламинаризированные замедленные зоны, т. е. области с ламинарным режимом течения даже при высоких числах Re. Протяженность таких зон значительно больше, чем толщина ламинарного подслоя, а доля сечения, занятая ламинаризированным течением, зависит от числа Re. Коэффициент гидравлического сопротивления в каналах с замедленными зонами

течения, при определении которого в качестве характерного размера используется эквивалентный диаметр, получается меньше, чем в круглых трубах. Это обусловлено тем, что в таких каналах из непосредственного взаимодействия с турбулентным потоком исключается часть периметра, примыкающая к замедленным зонам с ламинарным режимом течения. Следовательно, в этом случае эквивалентный диаметр перестает быть универсальным размером. Более подробно эти вопросы будут рассмотрены в других разделах этой главы.

17.3. Связь между коэффициентами теплоотдачи и трения

Экспериментально установлено, что при турбулентном течении в трубе жидкости с $\mathrm{Pr} = 1$ имеет место подобие полей температур и скоростей. В этом случае, как и при продольном обтекании пластины турбулентным потоком,

$$\mathrm{Nu} = \frac{c_f}{2}\mathrm{Re}, \text{ где } c_f = \frac{2\tau_w}{\rho u^2}.$$

Однако из уравнения (17.3) получаем, что в трубах

$$c_f = \xi/4. \tag{17.22}$$

Следовательно, при $\mathrm{Pr} = 1$ и турбулентном течении

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Re}\,\xi/8. \tag{17.23}$$

Соотношение (17.23), связывающее теплоотдачу и коэффициент сопротивления трения, называется аналогией Рейнольдса.

Если для выражения коэффициента трения использовать соотношение

$$\xi = 0{,}184\mathrm{Re}^{-0{,}2}, \tag{17.24}$$

которое удовлетворительно аппроксимирует опытные данные при $\mathrm{Re} > 3\cdot 10^4$, то получим известное соотношение

$$\mathrm{Nu} = 0{,}023\mathrm{Re}^{0{,}8}, \tag{17.25}$$

или

$$\mathrm{St} = 0{,}023\mathrm{Re}^{-0{,}2}. \tag{17.26}$$

Для случая $\mathrm{Pr} \neq 1$ необходимо рассматривать более общее решение задачи.

17.4. Теплоотдача к турбулентному потоку в круглых трубах при установившемся течении

Рассмотрим методику точного определения коэффициента теплоотдачи при течении, установившемся в гидродинамическом и тепловом отношении, постоянном тепловом потоке на стенке и следующих условиях: физические свойства жидкости постоянны, сама жидкость несжимаема, перенос тепла вдоль оси трубы теплопроводностью и турбулентностью пренебрежимо мал по сравнению с переносом вдоль радиуса. Тогда уравнение энергии будет иметь следующий вид:

$$\rho c_p u \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}(rq), \tag{17.27}$$

где

$$q = \rho c_p (a + \varepsilon_q) \frac{\partial t}{\partial r} . \tag{17.28}$$

С учетом того, что при стабилизированном теплообмене в случае $q_w = \text{const}$ температура потока по длине изменяется линейно:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial \bar{t}}{\partial x} = \frac{\partial t_w}{\partial x} = \frac{2q_w}{\rho c_p r_0} , \tag{17.29}$$

уравнение (17.27) приобретает вид обыкновенного дифференциального уравнения

$$2 \frac{u}{\bar{u}} R = \frac{d}{dR} \left(R \frac{q}{q_w} \right) , \tag{17.30}$$

где $R = r/r_0$.

Учитывая, что при постоянной плотности теплового потока по периметру трубы на оси трубы $q = 0$, находим

$$\frac{q}{q_w} = \frac{2}{R} \int_0^R \frac{u}{\bar{u}} R \, dR. \tag{17.31}$$

Решив совместно уравнения (17.28) и (17.31), получим

$$\frac{\partial t}{\partial R} = \frac{q_w d}{\lambda} \frac{\int_0^R \frac{u}{\bar{u}} R \, dR}{(1 + \varepsilon_q/a) R} , \tag{17.32}$$

$$t_w - t = \frac{q_w d}{\lambda} \int_R^1 \frac{\int_0^R \frac{u}{\bar{u}} R \, dR}{(1 + \varepsilon_q/a) R} dR. \tag{17.33}$$

Можно показать, что

$$t_w - \bar{t} = 2 \int_0^1 (t_w - t) \frac{u}{\bar{u}} R \, dR.$$

Подставив в это уравнение выражение для $t_w - t$ из (17.33) и проведя некоторые несложные вычисления и преобразования, получим

$$t_w - t = \frac{2q_w d}{\lambda} \int_0^1 \frac{\left(\int_0^R \frac{u}{\bar{u}} R \, dR \right)^2}{(1 + \varepsilon_q/a) R} dR. \tag{17.34}$$

Заменив ε_q/a выражением

$$\frac{\varepsilon_q}{a} = \frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_t} \frac{\varepsilon_\tau}{\nu} , \tag{17.35}$$

получим

$$\frac{1}{\mathrm{Nu}} = 2\int_0^1 \frac{\left(\int_0^R \frac{u}{\bar{u}} R\,dR\right)^2}{\left(1 + \frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_t}\frac{\varepsilon_\tau}{\nu}\right) R}\,dR. \tag{17.36}$$

Это выражение обычно называют интегралом Лайона.

Для того чтобы воспользоваться этим интегралом, дающим точное выражение коэффициента теплоотдачи, необходимы соответствующие выражения для профиля скорости, коэффициента турбулентного переноса количества движения, а также турбулентное число Прандтля. Обычно в расчетах для неметаллических жидкостей принимается, что $\mathrm{Pr}_t = 1$, а для выражений $u/\bar{u}$ и ε_τ/ν можно пользоваться данными, приведенными в разд. 17.2. Точность расчета теплоотдачи определяется главным образом точностью описания коэффициента турбулентного переноса количества движения и тепла, т. е. точностью зависимостей для расчета ε_τ и Pr_t. В настоящее время в теоретических расчетах теплоотдачи в трубах, когда нет необходимости учитывать анизотропию турбулентного переноса по разным направлениям, наиболее употребительны формулы (17.15) и (17.16), полученные Рейхардтом [2].

Б. С. Петухов с сотр. [6] провел аналитический расчет стабилизированной теплоотдачи рассмотренным методом с использованием уравнений (17.15) и (17.16). Расчетами охвачен интервал чисел Re от 10^4 до $5\cdot10^6$ и Pr от 0 до 2000. Результаты, полученные при $\mathrm{Pr} > 0{,}5$, обобщены зависимостью

$$\mathrm{Nu} = \frac{{}^1/_8\,\xi\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}{k_1 + 12{,}7\sqrt{{}^1/_8\,\xi}\,(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}, \tag{17.37}$$

где $k_1 = 1 + 900/\mathrm{Re}$, а ξ определяется по формуле Г. Филоненко (17.19) [4].

Среднее отклонение экспериментальных значений Nu от рассчитанных по (17.37) составляет $\pm(4 \div 5)\%$ в интервалах $4\cdot10^3 < \mathrm{Re} < 5\cdot10^6$ и $0{,}5 \leqslant \mathrm{Pr} < 5\cdot10^5$.

На практике для расчета теплоотдачи часто пользуются эмпирическими зависимостями типа $\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}^m\mathrm{Pr}_{n_1}$. Широко известна формула М. А. Михеева [7]

$$\mathrm{Nu} = 0{,}021\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{0{,}43}, \tag{17.38}$$

которая получена на основе обобщения различных опытных данных в интервалах чисел Re от 10^4 до $5\cdot10^6$ и Pr от 0,6 до 2500. Формулу (17.38) можно применять в расчетах теплоотдачи труб любого сечения при установившемся течении, принимая при этом эквивалентный диаметр за определяющий размер.

Для газов можно рекомендовать формулу

$$\mathrm{Nu} = 0{,}0225\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{0{,}6}, \tag{17.39}$$

которая несколько лучше согласуется с опытными данными, чем формула (17.38).

17.5. Теплообмен в кольцевых каналах

Кольцевой канал, который в предельных случаях можно рассматривать как круглую трубу или плоскую щель, часто используется в различных теплообменных аппаратах. Кроме того, при определении теплоотдачи и гидродина-

мических характеристик продольно-обтекаемых пакетов круглых стержней кольцевую геометрию можно использовать во многих случаях в качестве базовой.

Исследование теплообмена и гидродинамики в кольцевых каналах в отличие от исследования в круглых трубах усложняется двумя обстоятельствами. Во-первых, кольцевые каналы в общем случае не являются геометрически подобными, и поэтому наряду с эквивалентным диаметром необходимо использовать дополнительные определяющие геометрические параметры. Для концентрических каналов таким параметром служит отношение диаметров внутренней и наружной труб d_1/d_2. Во-вторых, граничные условия на внутренней и наружной поверхностях могут быть различными. Процессы, имеющие место на одной поверхности, взаимосвязаны с процессами, протекающими на другой.

Как показано в работе В. Кейса [8], в случае обогрева кольцевого канала с произвольным соотношением тепловых потоков на стенках и любых законах их распределения по длине, числа Nu можно рассчитать на основе принципа суперпозиции по известным значениям Nu для случая одностороннего равномерного нагрева. При обогреве внутренней и наружной поверхностей постоянным по длине тепловым потоком числа Nu соответственно для них можно выразить простыми формулами:

$$\mathrm{Nu}_{12}=\frac{\mathrm{Nu}_1}{1+C_1\,(q_2/q_1)}, \tag{17.40}$$

$$\mathrm{Nu}_{21}=\frac{\mathrm{Nu}_2}{1+C_2\,(q_1/q_2)}, \tag{17.41}$$

где Nu_1 и Nu_2 — числа Нуссельта при нагреве только внутренней или наружной стенки (противоположная стенка адиабатна), а C_1 и C_2 — так называемые коэффициенты влияния, являющиеся функциями определенных режимных и геометрических параметров.

Б. С. Петухов и Л. И. Ройзен [9], используя адиабатные температуры необогреваемых стенок

$$\theta_1=\frac{(T_{w_1}^{\text{ад}}-T_f)\,\lambda}{q_2 d}, \qquad \theta_2=\frac{(T_{w_2}^{\text{ад}}-T_f)\,\lambda}{q_1 d}, \tag{17.42}$$

получили несколько уточненные формулы для расчета Nu при двустороннем нагреве, выраженные через значения Nu при одностороннем нагреве:

$$\mathrm{Nu}_{12}=\frac{\mathrm{Nu}_1}{1+(q_2/q_1)\,\theta_1\,\mathrm{Nu}_1}, \tag{17.43}$$

$$\mathrm{Nu}_{21}=\frac{\mathrm{Nu}_2}{1+(q_1/q_2)\,\theta_2\,\mathrm{Nu}_2}. \tag{17.44}$$

Между θ_1 и θ_2 имеется связь следующего вида:

$$\theta_2=\theta_1\,(d_1/d_2). \tag{17.45}$$

Выражения (17.41)—(17.45) справедливы как для ламинарного, так и для турбулентного режима течения, что было подтверждено экспериментальными результатами работы [10], выполненной с воздухом в пределах $0{,}0718 \leqslant d_1/d_2 \leqslant 0{,}692$.

Используя расчетные результаты работы [10], Б. С. Петухов и Л. И. Ройзен [11] предложили универсальные формулы для чисел Nu и адиабатных

температур при разных числах Pr:

$$\frac{\mathrm{Nu}_1}{\mathrm{Nu}_{\text{тр}}} = [1 - \varphi(\mathrm{Pr})] \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{n(\mathrm{Pr})} \varepsilon, \tag{17.46}$$

$$\frac{\mathrm{Nu}_2}{\mathrm{Nu}_{\text{тр}}} = 1 - \varphi(\mathrm{Pr}) \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0,6}, \tag{17.47}$$

$$\theta_{1\infty} = 22 \left[0,27\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 - 1\right] \mathrm{Re}^{-0,87} \mathrm{Pr}^{-0,18}, \qquad \theta_{2\infty} = \frac{d_1}{d_2}\theta_{1\infty}, \tag{17.48}$$

где

$$\varphi(\mathrm{Pr}) = \frac{0,45}{2,4 + \mathrm{Pr}}, \qquad n(\mathrm{Pr}) = 0,16\mathrm{Pr}^{-0,15},$$

$$\varepsilon = 1 + 7,5\left(\frac{d_2/d_1 - 5}{\mathrm{Re}}\right)^{0,6} \quad \text{при} \quad \frac{d_1}{d_2} < 0,2,$$

$$\varepsilon = 1 \quad \text{при} \quad \frac{d_1}{d_2} \geqslant 0,2.$$

17.6. Гидродинамика и теплообмен в некруглых каналах и в продольно-обтекаемых пучках тепловыделяющих стержней

Каналы некруглого поперечного сечения, в том числе продольно-обтекаемые сборки цилиндрических стержней, широко применяются в современной технике. Структура течения жидкости в каналах сложной геометрической формы значительно сложнее, чем в круглой трубе. Сложность турбулентного течения в каналах некруглого сечения обусловлена трехмерностью течения, т. е. существованием конвективного переноса поперек основного потока, вызванного крупномасштабными вихрями и вторичными течениями. В каналах с сильным сужением проходного сечения, например в треугольных каналах с одним или двумя малыми углами, в плотноупакованных пучках круглых стержней в области сужения может существовать ламинарное течение даже при числах Re, в несколько раз превышающих критическое число $\mathrm{Re}_{\text{к}}$ для круглой трубы. При этом в остальной части сечения течение турбулентно. Поэтому развитое турбулентное течение по всему сечению имеет место при значительно больших числах Re, чем в круглых трубах. Для пучков круглых стержней с $s/d \geqslant 1,1$ развитый турбулентный режим наступает при $\mathrm{Re} = (1,0 \div 1,5)\cdot 10^4$. С другой стороны, отклонение от закономерностей ламинарного течения (постепенный переход к турбулентному течению) начинается при более низком числе Re, чем в круглой трубе, т. е. в каналах сложной формы переходная область сильно растянута и иногда занимает более одного порядка по числу Re.

Графически результаты исследований полей скорости по сечению канала обычно представляются в виде изотах (линий одинаковой скорости), что во многом облегчает изучение особенностей структуры потока по сечению канала. Анализируя графически поля скоростей для треугольного и прямоугольного каналов, И. Никурадзе [12] еще в 1930 г. по искривлению изотах открыл существование вторичных течений. На рис. 17.4 представлены характерные распределения скоростей для каналов различного типа, причем для прямоугольных каналов показаны поля и в случае ламинарного течения.

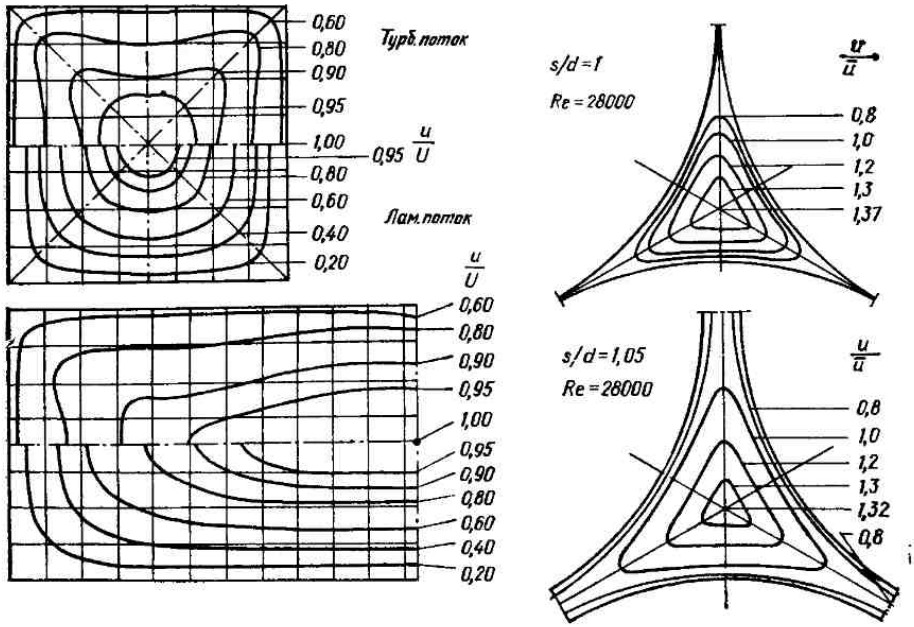


РИС. 17.4. Характерные распределения скоростей для каналов различного типа

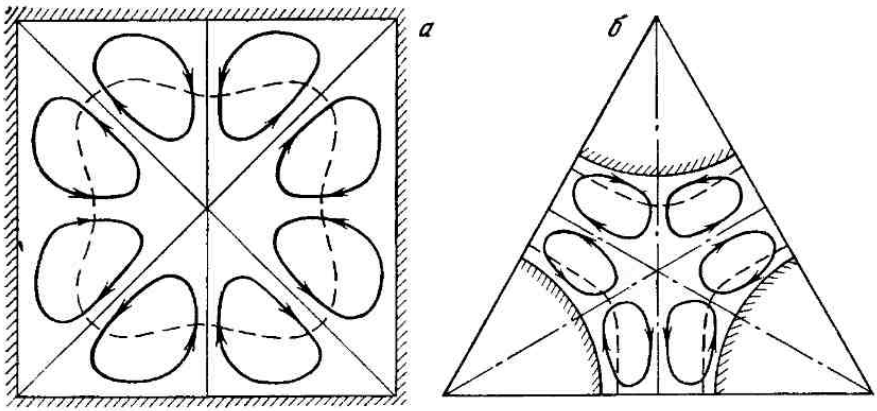


РИС. 17.5. Схема вторичных течений в каналах различной формы

а — квадратный канал, *б* — пучок круглых стержней; сплошные линии — вторичные течения, пунктир — изотахи

Результаты исследования распределения скорости показывают, что при турбулентном течении в некруглых каналах существует определенная связь между вторичными течениями и формой изотах. При ламинарном же течении вторичные течения отсутствуют.

При переменной кривизне изотах в случае турбулентного течения в некруглых каналах всегда возникают вторичные течения, что обусловлено перераспределением соотношения инерционных и вязкостных сил по сечению

канала. При вторичных течениях на основное продольное течение накладывается вихревое, в результате чего течение приобретает спиральный характер. Количество накладывающихся вихрей зависит от формы канала (рис. 17.5). В пространстве, ограниченном стенкой, линией максимальной скорости и нормалью к стенке, проходящей через точку максимума скорости, существует вторичное течение. Скорости вторичных течений невелики. Например, в квадратном канале они составляют 2%, в треугольном — 1,5%, в пучках круглых стержней — только до 0,6% от средней осевой скорости потока. Несмотря на малые скорости, вторичные течения способствуют заметному перемешиванию потока по сечению канала. Многочисленные эксперименты показывают, что если скорость вторичного течения составляет всего лишь 0,5% от средней скорости, то созданный вторичным течением конвективный поперечный перенос близок к переносу турбулентностью потока. Знание областей с вторичными течениями и интенсивности последних позволяет существенно упростить решение уравнений для сложных каналов.

В сложных каналах влияние крупномасштабных вихрей на поле скорости наиболее сильно проявляется в направлениях слабого изменения скорости (вдоль периметра канала). В направлении, перпендикулярном периметру канала, конвективный перенос играет малую роль вследствие высокого градиента скорости и, следовательно, значительного влияния градиентного переноса.

При практических расчетах полей скорости в каналах сложной формы руководствуются тем экспериментально установленным фактом, что, как и в круглых трубах, профиль скорости по нормалям к поверхности канала описывается универсальным законом (уравнения (17.5)—(17.7)). При этом динамическая скорость рассчитывается по местному значению касательного напряжения. Основной критерий применимости универсального закона распределения скорости (17.5)—(17.7) — малая относительная кривизна периметра канала, а для пучков стержней относительный шаг s/d должен быть меньше 1,3. При более свободном расположении стержней в пучках необходимо учитывать влияние кривизны поверхности на константы в универсальном законе, например по данным, приведенным в гл. 8 и 9. Таким образом, если имеются данные о распределении касательного напряжения по периметру канала, можно отказаться от трудоемкого решения уравнений движения и неразрывности с использованием данных о распределении коэффициентов турбулентного переноса количества движения. Это более целесообразно, поскольку сведения о закономерностях распределения касательного напряжения надежнее сведений о коэффициентах турбулентного переноса по различным направлениям. Подробный анализ существующих методик определения полей скорости в каналах сложной формы и ряд практических рекомендаций и зависимостей можно найти в работах [13, 14].

Для определения местных коэффициентов теплоотдачи необходимо предварительно рассчитать поле температуры теплоносителя и теплоотдающей поверхности, т. е. необходимо проинтегрировать уравнение энергии

$$u\frac{\partial t}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\left[(\varepsilon_{qy}+a)\frac{\partial t}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[(\varepsilon_{qz}+a)\frac{\partial t}{\partial z}\right] \qquad (17.49)$$

совместно с уравнением движения с учетом соответствующих граничных условий. Однако, если температура поверхности значительно неравномерна по периметру, приходится решать сопряженную задачу, учитывая уравнение теплопроводности для стенок канала. Расчетное определение тепло-

отдачи в сложных каналах путем решения дифференциальных уравнений движения и энергии — исключительно сложная задача. Кроме того, ввиду отсутствия надежных данных для коэффициентов турбулентного переноса по разным направлениям существенно снижаются точность и достоверность конечных результатов. Поэтому в допустимых случаях оправдано использование более простых методов или обобщенных эмпирических зависимостей.

Например, установлено, что заметная неравномерность касательного напряжения и коэффициента теплоотдачи в продольно-обтекаемых пучках имеет место только при относительном расстоянии между центрами стержней $s/d < 1{,}15$. Поэтому для расчета теплоотдачи в продольно-обтекаемых пучках при $s/d > 1{,}15$ можно пользоваться зависимостями, не учитывающими ее изменения по периметру стержня. Для этих условий имеется целый ряд обобщенных зависимостей, однако только некоторые из них достаточно хорошо согласуются между собой и с наиболее надежными экспериментальными данными.

Анализ обширного экспериментального материала показывает, что если в качестве определяющего размера в уравнениях подобия использовать эквивалентный диаметр $d_э = 4F/P$, а опытные данные обработать в виде традиционных зависимостей $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \ldots)$, то число Nu станет также функцией относительного шага s/d, причем эта зависимость не является линейной. В области малых шагов теплоотдача изменяется сильнее, а с ростом s/d степень влияния уменьшается. В окрестности $s/d = 1{,}2 \div 1{,}3$ теплоотдача в пучках совпадает с теплоотдачей в круглых трубах. Кроме того, замечено, что в пучках, охлаждаемых газами, теплоотдача в меньшей степени зависит от относительного шага s/d, чем в пучках, охлаждаемых жидкостями. Для расчета теплоотдачи и сопротивления в продольно-обтекаемых пучках стержней имеется большое число различных расчетных формул, обычно ограниченных определенным интервалом шагов s/d или числа Pr. Среди этого многообразия следует выделить несколько формул, которые обладают наибольшей универсальностью, хорошо согласуются с наиболее надежными экспериментальными данными и поэтому могут быть рекомендованы для расчетной практики. В работе [15] на основе обширных экспериментов, выполненных в пучках различной геометрии, а также многочисленных данных других авторов, полученных для 63 пучков различной конструкции, рекомендуется следующая обобщенная зависимость для расчета теплообмена в продольно-обтекаемых пучках труб или стержней, охлаждаемых газами и неметаллическими невязкими жидкостями:

$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{тр} = 1 + 0{,}91\,\mathrm{Re}^{-0{,}1}\mathrm{Pr}^{0{,}4}\,[1 - 2\exp(-B)], \tag{17.50}$$

где

$$\mathrm{Nu}_{тр} = 0{,}023\,\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{0{,}4}, \qquad B = d_э/d. \tag{17.51}$$

Для треугольной решетки

$$B = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1, \tag{17.52}$$

а для квадратной

$$B = \frac{4}{\pi}\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1. \tag{17.53}$$

Формулу (17.50) можно использовать в следующих интервалах режимных и геометрических параметров: $3\cdot10^3 < \mathrm{Re} < 10^6$; $0{,}66 < \mathrm{Pr} < 5{,}0$; $0{,}103 \leqslant B \leqslant 3{,}5$ $(1{,}02 < s/d < 2{,}5)$.

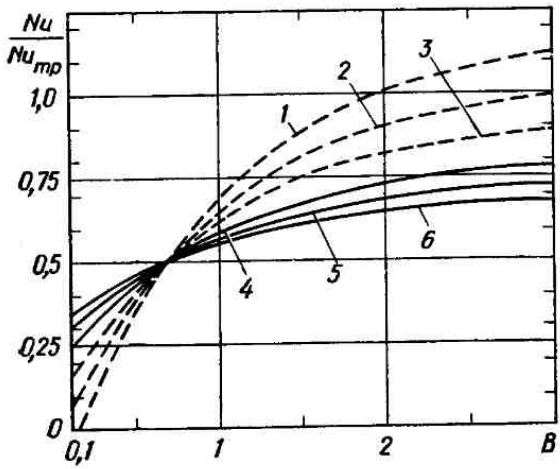
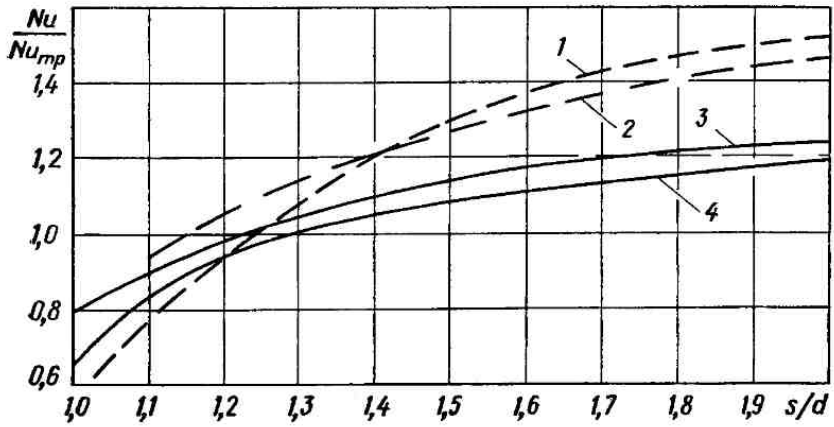


РИС. 17.6. Изменение отношения $Nu/Nu_{тр}$ в зависимости от геометрического параметра B (см. (17.50))

1—3 — Pr = 5 (вода), Re = 10^4, 10^5 и 10^6 соответственно; *4—6* — Pr = 0,7 (воздух), Re = 10^4, 10^5 и 10^6 соответственно

РИС. 17.7. Сопоставление результатов расчетов теплообмена в пучках круглых стержней по различным эмпирическим формулам:

1, 3 — по формуле (17.50) при Pr = 5 и 0,7 соответственно, *2* — по формуле (17.56), *4* — по формуле (17.55)



На рис.17.6 показано, как меняется отношение $Nu/Nu_{тр}$ с величиной s/d в зависимости от чисел Pr и Re. Отчетливо видно, что для газов отношение $Nu/Nu_{тр}$ значительно слабее зависит от шага. Кроме того, влияние шага более существенно при малых числах Re.

Авторы работы [16], которые провели систематическое исследование теплоотдачи в охлаждаемых воздухом пучках с малыми относительными шагами ($1{,}03 \leqslant s/d \leqslant 1{,}2$) и обобщили данные ряда других работ, рекомендуют формулу для пучков, охлаждаемых газами, действительную в интервале $1{,}03 \leqslant s/d \leqslant 2{,}4$:

$$Nu/Re^{0,8}Pr^{0,4} = 0{,}00810 \lg (s/d - 1) + 0{,}0272, \qquad (17.54)$$

которую в случае определения $Nu_{тр}$ по формуле (17.51) можно представить в следующем виде:

$$Nu/Nu_{тр} = 0{,}351 \lg (s/d - 1) + 1{,}184. \qquad (17.55)$$

В работе [17] для расчета теплоотдачи в охлаждаемых жидкостями пучках с треугольной решеткой при $1{,}1 \leqslant s/d \leqslant 1{,}8$, $1{,}0 < Pr \leqslant 20$ и $5 \cdot 10^3 \leqslant Re \leqslant$

$\leqslant 5\cdot 10^5$ рекомендуется формула

$$\mathrm{Nu} = A\,\mathrm{Re}^{0,8}\mathrm{Pr}^{0,4}, \qquad A = 0{,}0165 + 0{,}02\left[1 - \frac{0{,}91}{(s/d)^2}\right]\left(\frac{s}{d}\right)^{0,15}, \quad (17.56)$$

которая получена при обобщении экспериментальных результатов для потока воды.

На рис. 17.7 сопоставлены результаты расчетов по вышеприведенным формулам. Для газов с $\mathrm{Pr} \approx 0{,}7$ формулы (17.50) и (17.55) дают очень близкие результаты. Для воды расчеты по формулам (17.50) и (17.56) хорошо согласуются между собой.

В качестве определяющего размера во всех рассмотренных формулах используется эквивалентный диаметр пучка с бесконечно большим числом стержней $d_э$. Для пучков с треугольным (шахматным) расположением

$$d_э = \left[\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1\right]d = \left[1{,}102\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1\right]d,$$

а для пучков с квадратным (коридорным) расположением

$$d_э = \left[\frac{4}{\pi}\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1\right]d = \left[1{,}272\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1\right]d.$$

Определяющими являются среднемассовая температура T_f и среднемассовая скорость $\bar{u}$.

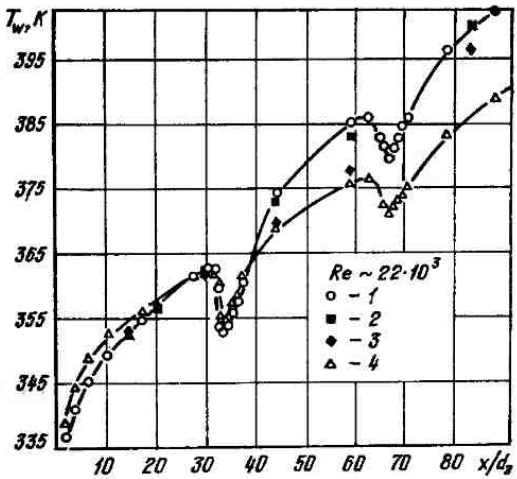


РИС. 17.8. Распределение температуры стенки по длине пучка с дистанционирующими устройствами

1—4 — для центрального и следующих стержней по радиусу пучка соответственно

Для расчета коэффициентов гидравлического сопротивления в пучках стержней можно использовать формулы, полученные в работе [17] на основе обобщения расчетного и экспериментального материала при $1 < s/d < 10$ и $2\cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 5\cdot 10^5$.

Для треугольной решетки

$$\xi/\xi_{тр} = 0{,}57 + 0{,}18\,(s/d - 1) + 0{,}53\,[1 - \exp(-a)], \quad (17.57)$$

$$a = 0{,}58\,\{1 - \exp[-70\,(s/d - 1)]\} + 9{,}2\,(s/d - 1).$$

При $s/d > 1{,}02$

$$\exp[-70\,(s/d - 1)] \to 0, \qquad a = 0{,}58 + 9{,}2\,(s/d - 1).$$

Для квадратной решетки

$$\xi/\xi_{тр} = 0{,}59 + 0{,}19\,(s/d - 1) + 0{,}52\,\{1 - \exp[-10\,(s/d - 1)]\}, \quad (17.58)$$

где $\xi_{тр}$ — коэффициент сопротивления для круглой трубы при том же числе Re, рассчитанный по формуле (17.20).

Как уже отмечалось, коэффициент сопротивления и среднюю по периметру теплоотдачу каналов некруглого сечения, не имеющих острых углов

или сильных сужений, можно рассчитать по формулам для круглой трубы, используя в качестве определяющего размера эквивалентный диаметр.

На рис. 17.8 показано изменение температуры тепловыделяющих стержней в 37-стержневой сборке, охлаждаемой воздухом, с дистанционирующими опорами, установленными в двух сечениях. Дистанционирующие опоры вызывают сильное искажение температурного поля тепловыделяющих стержней, которое заметно на расстоянии до $(10 \div 20)d_э$. В реальных теплообменных аппаратах или в сборках тепловыделяющих стержней ядерных реакторов дистанционирующие устройства возмущают поток еще сильнее.

17.7. Теплообмен и гидродинамика в начальном участке

В предыдущих разделах рассмотрен теплообмен в каналах, когда профили скорости и температуры полностью стабилизированы. Такой процесс теплообмена реализуется вдали от входа в канал и начала обогреваемого участка. Рассмотрим теплообмен во всей области течения в трубе — от входа в канал и далее, вниз по потоку до достижения стабилизированного течения. Процесс стабилизации зависит от состояния потока на входе в канал, т. е. от распределения скорости, степени турбулентности на входе, формы поперечного сечения канала, конструкции входного устройства и других факторов. Гидродинамика потока в начальной части канала связана с процессом формирования профиля скорости по длине канала.

Постепенное изменение профилей скорости и температуры приводит к тому, что коэффициент теплоотдачи сильно изменяется, приближаясь к стабилизированной величине. Процесс стабилизации по длине канала происходит по закону, близкому к экспоненциальному, а стабилизированным процесс считается тогда, когда данный параметр отличается от полностью установившегося на заданную малую величину, обычно равную 5%. При расчетах различных теплообменных устройств относительно малой длины необходимо учитывать особенности гидродинамики и теплообмена на входных участках.

В большинстве случаев развитие процесса теплообмена по длине канала в реальных теплообменных устройствах происходит одновременно с развитием гидродинамических процессов, причем последние являются определяющими. Различие этих процессов зависит от величины числа Pr. При теплообмене в жидких металлах ($Pr \ll 1$) тепловая стабилизация происходит значительно медленнее гидродинамической, что обусловлено хорошей теплопроводностью жидких металлов, а в вязких, малотеплопроводных жидкостях ($Pr \gg 1$),— наоборот, тепловая стабилизация происходит быстрее гидродинамической. Если $Pr = 1$, то темпы стабилизации профилей скорости и температуры примерно одинаковы.

В аналитических и экспериментальных исследованиях рассматривается случай, когда перед обогреваемым участком находится участок гидродинамической стабилизации и подвод тепла начинается при сформированном профиле скорости. В этом случае развитие процесса тепловой стабилизации не зависит от условий на входе, что существенно упрощает аналитическое описание процесса, а в ряде случаев и методику экспериментального исследования.

Если развитие турбулентного пограничного слоя начинается со входного среза круглой трубы и подвод тепла осуществляется по всей длине, уравне-

ние энергии имеет вид

$$u_x \frac{\partial t}{\partial x} + u_r \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (a + \varepsilon_q) \frac{\partial t}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial x} (a + \varepsilon_q) \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (17.59)$$

Получить общее решение этого уравнения, даже в данном частном случае, не удалось. В реальных условиях процесс стабилизации еще сложнее. Например, при плавном входе и однородном поле скорости всегда формируется ламинарный пограничный слой, который при достаточно большом числе Re постепенно утолщается и переходит в турбулентный. Момент перехода, в свою очередь, зависит от состояния потока на входе, формы и состояния стенок канала. При наличии на входе острой кромки или резкого излома вниз по потоку образуется область отрывного течения, размеры которой зависят от условий на входе и режимных параметров. Точного аналитического описания условий стабилизации в этих случаях не существует.

Если перед участком теплоподвода поток гидродинамически стабилизирован, то в уравнении (17.59) член $u_r \partial t/\partial r = 0$. Кроме того, в некоторых случаях можно пренебречь продольными перетоками тепла по жидкости, тогда $\frac{\partial}{\partial x}(a + \varepsilon_q) \frac{\partial t}{\partial x} = 0$. Однако при небольших числах Re или малых числах Pr это допущение является довольно грубым.

Уравнение энергии, отвечающее рассмотренным условиям, приобретает вид

$$u_x \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (a + \varepsilon_q) \frac{\partial t}{\partial r} \right]. \quad (17.60)$$

Эта задача с указанными упрощениями при $q_w = \text{const}$ и $t_w = \text{const}$ была решена несколькими исследователями, в частности авторами работ [18, 19]. Методика решения задачи изложена также в работе [6]. Полученная в этих условиях зависимость $\text{Nu}/\text{Nu}_\infty$ от относительного расстояния x/d для $\text{Re} = 10^5$ и нескольких значений Pr показана на рис. 17.9. Результаты расчетов, которые удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными работ ряда исследователей, показывают, что с увеличением x/d отношение $\text{Nu}/\text{Nu}_\infty$ убывает, стремясь к единице, однако темп стабилизации теплоотдачи существенно зависит от числа Pr. В случае $\text{Pr} \ll 1$ число Nu в термическом начальном участке значительно превышает Nu_∞, а это различие зависит от числа Re. С увеличением числа Pr уменьшаются как длина термического начального участка, так и разница между локальным значением Nu и Nu_∞ при том же расстоянии x/d. В газах изменение теплоотдачи по длине канала слабо зависит от числа Re. В капельных жидкостях в отличие от жидких металлов отношение $\text{Nu}/\text{Nu}_\infty$ и длина участка тепловой стабилизации уменьшаются с ростом числа Re. Этот эффект показан на рис. 17.10, составленном по экспериментальным результатам работы [20].

Расчеты показывают, что при $\text{Pr} \geqslant 0{,}7$ зависимости местного числа Nu от чисел Re, Pr и x/d в случае $t_w = \text{const}$ остаются количественно такими же, как при $q_w = \text{const}$. Поэтому для расчета теплоотдачи на термическом начальном участке при наличии участка гидродинамической стабилизации, когда $\text{Pr} \geqslant 0{,}7$ при $t_w = \text{const}$ и $q_w = \text{const}$, можно пользоваться одними и теми же зависимостями. Так, в работе [6] для расчета теплоотдачи в термическом начальном участке трубы, охлаждаемой газами, рекомендуется уравнение

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_\infty} = 1 + 0{,}48 \left(\frac{x}{d}\right)^{-1/4} \left(1 + \frac{3600}{\text{Re}\sqrt{x/d}}\right) \exp\left(-0{,}17 \frac{x}{d}\right), \quad (17.61)$$

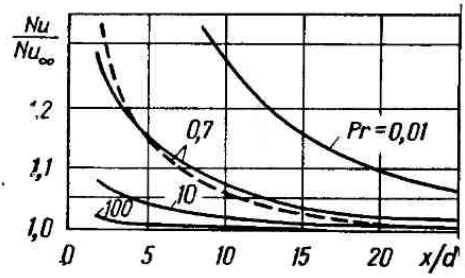


РИС. 17.9. Зависимость числа Nu от x/d и числа Pr в термическом начальном участке круглой трубы при Re = 10^5

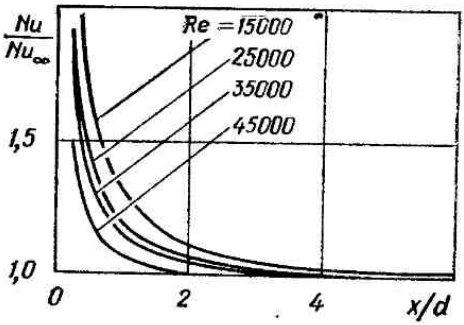


РИС. 17.10. Распределение локальных значений Nu в термическом начальном участке при полностью развитом профиле скорости при разных Re

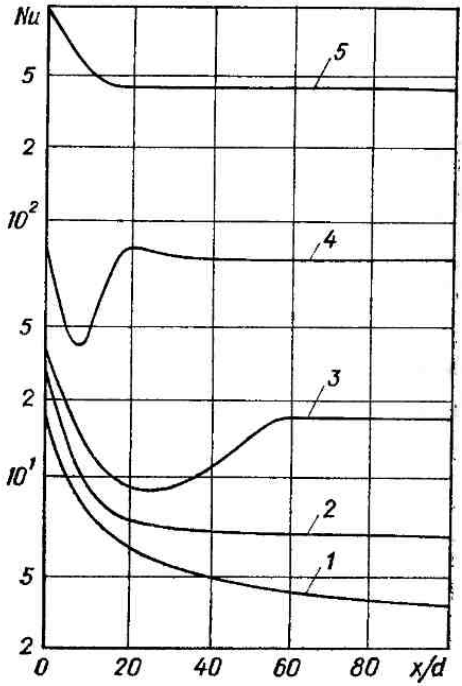


РИС. 17.11. Изменение числа Nu по длине трубы при входе через плавное сопло

Кривые *1—5* соответствуют возрастанию чисел Рейнольдса

которое обобщает результаты расчетов и экспериментов в диапазонах $4\cdot10^3 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 5\cdot10^5$; $0{,}7 \leqslant \mathrm{Pr} \leqslant 1$ и при $x/d \geqslant 0{,}06$.

В настоящее время нет точных обобщенных зависимостей для определения локальных коэффициентов теплоотдачи при течении жидкостей. Имеющиеся в литературе расчетные формулы сильно расходятся между собой и чаще всего пригодны только для условий, близких к условиям проведения эксперимента.

Наиболее подробно исследован случай при остром входе в канал, когда непосредственно вблизи кромки образуется сильно турбулизированная область отрывного течения с малой протяженностью при числах $\mathrm{Re} > 10^4$. В этом случае можно считать, что от кромки начинает развиваться турбулентный пограничный слой. Тогда стабилизация коэффициента теплоотдачи протекает так же, как и при наличии участка гидродинамической стабилизации (не считая участка, непосредственно примыкающего к входной кромке), и для конструкторских расчетов можно пользоваться результатами, полученными в этих условиях. Картина существенно усложняется, если входом в канал является сопло, обеспечивающее плавный вход потока. На стенках трубы вблизи входа возникает ламинарный пограничный слой, который на определенном расстоянии от него переходит в турбулентный. Для заданных условий на входе и стенках канала переход происходит при постоянном значении числа $\mathrm{Re}_L = \bar{u}L/\nu$, поэтому с ростом $\mathrm{Re} = ud/\nu$ протяженность участка,

занятого ламинарным пограничным слоем и переходной областью, сокращается, и при $Re > 10^5$ с самого начала существует только турбулентный пограничный слой.

Изменение числа Nu по длине трубы при входе жидкости через плавное сопло показано на рис. 17.11. Аналогичная картина имеет место при продольном обтекании пластины. Результаты исследований А. С. Сукомела и сотр. [21] показывают, что при одновременном развитии гидродинамического и теплового пограничных слоев теплообмен и сопротивление трения для круглых труб и плоских каналов можно рассчитывать по зависимостям, полученным для плоской пластины, обтекаемой безградиентным потоком (см. гл. 9). При этом в качестве определяющего размера используется расстояние x, отсчитываемое от начала канала.

При плавном входе длины гидродинамического и термического начальных участков в диапазоне Re от 10^4 до $1{,}2\cdot10^5$ для газов и воды приблизительно одинаковы и могут быть оценены по уравнениям

$$\text{при } Re \leqslant 5\cdot10^4 \quad L/d = 4{,}5\cdot10^5/Re,$$

$$\text{при } Re > 5\cdot10^4 \quad L/d = 0{,}6Re^{1/4}.$$

Течение и теплообмен на участке гидродинамической стабилизации в некруглых каналах более сложны, чем в круглых каналах и плоских щелях, так как процесс стабилизации происходит не только по длине, но и по периметру. Формирование поля скорости происходит одновременно с развитием вторичных течений. Опыты показывают, что в сложных каналах относительная длина стабилизации больше, чем в круглых трубах. Так, в продольно-обтекаемых пучках стержней при $Re \approx 10^4$ длина L достигает $40\ d_э$. С другой стороны, стабилизация течения в пучках стержней слабее зависит от условий на входе. Лишь существенные возмущения, вызванные входными дистанционирующими и дросселирующими устройствами, могут повлиять на этот процесс. На стабилизацию течения в пучках стержней значительно влияет смещение отдельных стержней или их группы относительно друг друга. Количественные данные для этих случаев отсутствуют.

17.8. Влияние переменности физических свойств

В предыдущих разделах настоящей главы были рассмотрены закономерности теплообмена и сопротивления трения при течении в каналах теплоносителей с постоянными или мало изменяющимися физическими свойствами. Если температура по сечению канала изменяется мало или физические свойства теплоносителя слабо зависят от температуры, то можно пользоваться уравнениями, не учитывающими переменности физических свойств, не внося при этом заметной ошибки.

Во многих теплообменных аппаратах часто реализуются большие температурные напоры и высокие плотности теплового потока, а физические свойства используемых теплоносителей сильно изменяются в зависимости от температуры. Опыт показывает, что в этих условиях изменение физических свойств может существенно повлиять на гидродинамику и теплообмен.

В сильно неизотермичном потоке в области параметров состояния, где плотности сильно зависят от температуры, начинают сказываться гравитационные силы даже при турбулентном течении и больших числах Re. Ха-

рактеристики теплообмена при существенном влиянии термогравитационных сил зависят не только от чисел Re и Pr, но и от числа Gr, а также от взаимного направления вектора скорости вынужденного течения и вектора термогравитационных сил [6, 21]. Однако даже в том случае, когда вязкостные и инерционные силы преобладают, влияние переменности физических свойств жидкостей и газов различно, что обусловлено коренным различием зависимостей их физических свойств от температуры. В жидкостях с изменением температуры сильно изменяется только вязкость, в то время как остальные свойства меняются слабо. Поэтому при анализе теплообмена и трения неметаллических жидкостей часто учитывается только влияние изменения вязкости в виде зависимости

$$\mathrm{Nu}_f/\mathrm{Nu} = (\mu_w/\mu_f)^n. \tag{17.62}$$

Здесь Nu — число Нуссельта при постоянных свойствах, вычисленное при тех же значениях Re и Pr, что и Nu_f при учете переменной вязкости. Результаты обработки многочисленных экспериментальных данных, полученные различными исследователями, показали, что теплоотдача жидкости, вязкость которой зависит от температуры, в случае нагревания выше, а в случае охлаждения ниже, чем при постоянной вязкости. Это объясняется различной деформацией поля скорости в пристенной области. При нагревании профиль скорости становится более заполненным, а при охлаждении — менее заполненным, т. е. градиент скорости у стенки меньше, чем при постоянной вязкости. Согласно данным работы [6], при нагревании жидкости ($\mu_w/\mu_f < 1$) показатель степени в формуле (17.62) $n = -0{,}11$, а при охлаждении ($\mu_w/\mu_f > 1$) $n = -0{,}25$.

В экспериментах [6] отношение μ_w/μ_f изменялось от 0,08 до 40, Re — от 10^4 до $1{,}25\cdot10^5$ и Pr — от 2 до 140.

М. А. Михеев [7], обобщив различные экспериментальные данные, охватывающие интервал Re от $1\cdot10^4$ до $5\cdot10^6$ и Pr от 0,6 до 2500, получил зависимость

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}021\mathrm{Re}_f^{0,8}\mathrm{Pr}_f^{0,43}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}, \tag{17.63}$$

которая учитывает влияние переменных физических свойств теплоносителя на теплоотдачу. Согласно данным гл. 9, при охлаждении пластины следует подставить в (17.63) $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,17}$. Влияние переменной вязкости на коэффициент сопротивления трения аналогично ее влиянию на коэффициент теплоотдачи.

Для случая охлаждения жидкости в круглой трубе Б. С. Петухов [6] рекомендует зависимость

$$\xi_f/\xi = (\mu_w/\mu_f)^{0,24}, \tag{17.64}$$

а в случае нагревания показатель степени близок к 0,17.

Значительно сложнее обстоит дело в случае газовых теплоносителей. Экспериментальные исследования показывают, что при нагревании и охлаждении газового потока влияния переменности физических свойств газа сильно различаются.

Так как физические свойства газа в зависимости от температуры можно выразить с помощью приближенных степенных соотношений

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n_\rho},\quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n_\lambda},\quad \frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n_\mu},\quad \frac{c_p}{c_{p_0}} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n_{c_p}}, \tag{17.65}$$

то учет переменности физических свойств обычно проводится при помощи безразмерной температуры (температурного фактора) $T_w/T_f = \psi$.

В случае течения газа в трубе, когда скорость потока по сравнению со скоростью звука мала, а влиянием гравитационных сил можно пренебречь, пользуясь методами теории подобия, получим

$$\frac{\mathrm{Nu}_f}{\mathrm{Nu}}, \frac{\xi_f}{\xi} = F\left(\frac{x}{d}, \psi, n_\rho, n_\lambda, n_\mu, n_{c_p}\right), \tag{17.66}$$

где Nu_f — число Нуссельта при учете переменности физических свойств, Nu — число Нуссельта при постоянных физических свойствах.

В настоящее время известны многочисленные экспериментальные работы, которые позволили получить достаточно точные и универсальные эмпирические зависимости для расчета теплообмена в круглых трубах при нагревании газа в случае больших тепловых нагрузок. В. Л. Лельчук и Б. В. Дядякин [22] впервые показали, что при учете переменности физических свойств теплоносителя выражением $\mathrm{Nu}_f/\mathrm{Nu} = \psi^n$ показатель степени n является переменным по длине трубы. Результаты их работы обобщены в виде выражения

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}023\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{0{,}4}\psi^{(-c+0{,}00272\,x/d)}, \tag{17.67}$$

где для воздуха $c = 0{,}47$, а для аргона $c = 0{,}45$.

Аналогичные результаты, но с несколько другими показателями степени n при ψ получены в работах [23—25].

Большой цикл экспериментальных работ по исследованию теплоообмена в трубах при нагреве различных газов и по разработке методики обобщения опытных данных выполнен под руководством Б. С. Петухова [9—11, 26]. В этих работах было показано, что зависимость

$$\mathrm{Nu}_f/\mathrm{Nu} = f(\psi, x/d) \tag{17.68}$$

при одних и тех же значениях x/d (в логарифмических координатах) отлична от прямой. Установлено, что независимо от условий входа в обогреваемый участок влияние переменности физических свойств одинаково.

Учет переменности физических свойств теплоносителя с помощью температурного фактора (зависимость типа (17.68)) неудобен, так как обычно T_w является искомой величиной, и в этом случае для ее нахождения приходится использовать метод последовательных приближений.

Более удобна для расчетов формула, предложенная В. А. Кургановым и Б. С. Петуховым [26]:

$$\frac{\mathrm{Nu}_f}{\mathrm{Nu}} = \exp\left\{-K_f\left[a\varphi\left(\frac{x}{d}\right) + n_\mu\Phi_1\left(\frac{x}{d}\right)K_f\right]\right\}, \tag{17.69}$$

где

$$a = -0{,}53\eta_\rho - {}^1/_3 n_\lambda - {}^1/_4 n_{c_p}, \qquad \varphi\left(\frac{x}{d}\right) = 1 - \exp(-10X),$$

$$\Phi_1\left(\frac{x}{d}\right) = 1{,}25\frac{X^2}{1+X^2}, \qquad X = \frac{x}{100d}, \qquad K_f = \frac{qd}{\lambda T_f \mathrm{Nu}},$$

а Nu определяется по (17.39) с дополнительным множителем, учитывающим изменение Nu на начальном участке.

Формула (17.69), записанная в виде

$$\Psi = 1 + K_f \exp\{K_f[a\varphi(x/d) + n_\mu\Phi_1(x/d)K_f]\}, \tag{17.70}$$

Таблица 17.1

Значения a и n_μ

Газ	a	n_μ	Газ	a	n_μ
Одноатомный	0,30	0,67	H_2O (375—1200 К)	0,013	1,18
Двухатомный	0,26	0,70	NH_3	—0,04	0,92
CO_2	0,09	0,77	CH_4 (300—1200 К)	—0,097	0,71

позволяет сразу рассчитать местную температуру стенки по заданным значениям q, d, ρ, u и T_f. Для расчетов можно использовать приближенные значения a и n_μ, приведенные в табл. 17.1.

Формулы (17.69), (17.70) обобщают большинство известных в настоящее время экспериментальных данных, полученных при $q_w = \text{const}$, со среднеквадратичной погрешностью 7% для всех газов при $x/d > 1 \div 5$. Из всех имеющихся в настоящее время расчетных зависимостей они наиболее точны.

Ю. Вилемас с сотр. выполнил экспериментальное исследование влияния переменности физических свойств на теплоообмен при течении воздуха в кольцевых каналах [27, 28] в широком интервале режимных параметров и отношений внутреннего d_1 и наружного d_2 диаметров канала как при нагреве одной из труб, так и при двустороннем нагреве.

Получено, что в кольцевых каналах, как и в круглых трубах, степень влияния переменности физических свойств теплоносителя не зависит от числа Re. Показатель степени n при температурном факторе в зависимости $\mathrm{Nu}_f/\mathrm{Nu} \sim \psi^n$ в случае $\psi > 2$ является функцией ψ, однако при $\psi < 2$ и фиксированном $x/d_э$ n — постоянная величина.

Как видно из рис. 17.12 и 17.13, на которых показано изменение n по длине канала в области $\psi < 2$ при разных значениях d_1/d_2, величина показателя степени n и стабилизация по длине канала различны при обогревании только наружной или внутренней труб и существенно зависят от величины отношения диаметров d_1/d_2. Влияние переменности физических свойств теплоносителя различно при обогревании только внутренней или наружной труб, однако эта разница уменьшается с ростом отношения d_1/d_2. Опыты, выполненные при одновременном нагреве обеих поверхностей кольцевого канала, показали, что как при одностороннем, так и при двустороннем нагреве влияние переменности физических свойств одинаково и не зависит от соотношения тепловых потоков.

Теплообмен в кольцевых каналах при заданных тепловых потоках на поверхностях и больших температурных напорах рекомендуется рассчитывать по формуле

$$\mathrm{Nu}_{fi}/\mathrm{Nu} = 1 - \{1 - \exp[-K_{fi}(a\varphi_i + n_\mu \Phi_i K_{fi})]\}\,\omega_i, \qquad (17.71)$$

где $i = 1$ (внутренняя труба), $i = 2$ (наружная труба),

$$a = -0{,}53 n_\rho - {}^1/_3 n_\lambda - {}^1/_4 n_{c_p}, \qquad \varphi_i = 1 - \exp(-0{,}1 X_i),$$

$$\Phi_1 = 0{,}37\,[1 - \exp(-1{,}32 \cdot 10^{-3} X_1^{-1{,}66})], \qquad \Phi_2 = \frac{1{,}25\,(0{,}01 X_2)^2}{1 + (0{,}01 X_2)^2},$$

$$X_1 = \frac{x_1}{d_э}\frac{d_2}{d_1}, \qquad X_2 = \frac{x_2}{d_э}, \qquad K_{fi} = \frac{q_i d_э}{\lambda T_f \mathrm{Nu}_i},$$

$$\omega_1 = 0{,}44 + 0{,}6\exp\left(-0{,}68\frac{d_2}{d_1}\right), \qquad \omega_2 = 1 - 0{,}262\exp\left[-0{,}022\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{2{,}74}\right].$$

Если требуется непосредственно определить температуру стенки при заданных значениях q, $\overline{\rho u}$, T_f, d_1 и d_2, можно рекомендовать формулу (17.71)

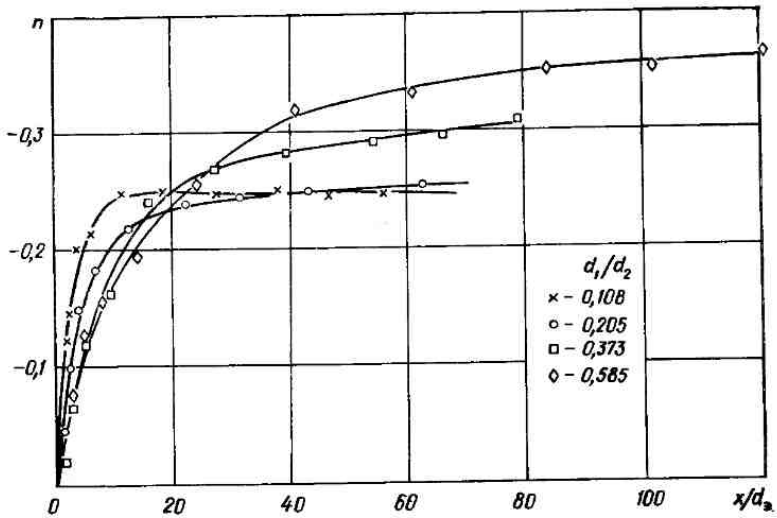


РИС. 17.12. Изменение показателя степени n при температурном факторе по длине кольцевого канала при обогреве только внутренней трубы

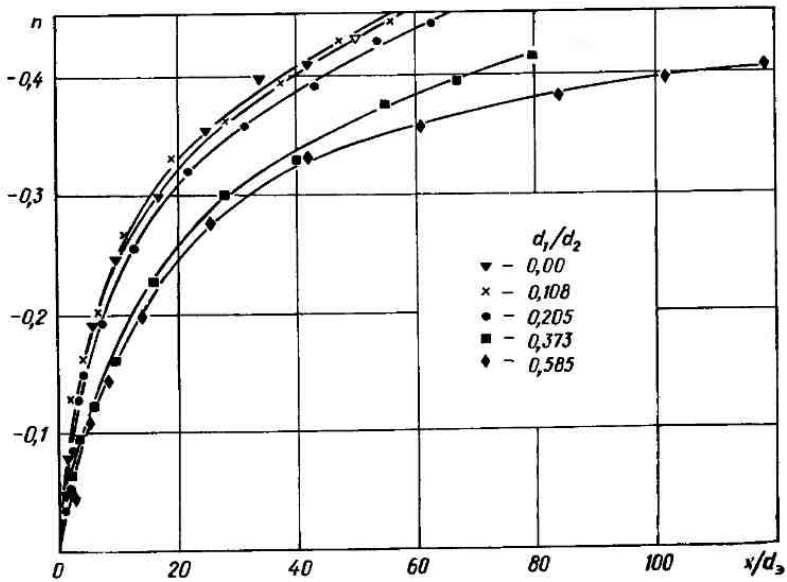


РИС. 17.13. Изменение показателя степени n при температурном факторе по длине кольцевого канала при обогреве только наружной трубы

в преобразованном виде:

$$\Psi_i = 1 + \frac{K_{fi}}{1 - \{1 - \exp[-K_{fi}(a\varphi_i + n_\mu \Phi_i K_{fi})]\}\,\omega_i}. \qquad (17.72)$$

Эти формулы применимы в широком диапазоне режимных параметров для кольцевых каналов с любым отношением d_1/d_2, в том числе и для плоских каналов ($d_1 = d_2$). В плоских каналах геометрический параметр ω равен 0,744 и, значит, влияние температурного фактора на теплообмен меньше, чем в трубе ($\omega = 1$).

Результаты исследования при двустороннем подводе тепла обобщаются теми же зависимостями (17.71) и (17.72), только величины Nu_{fi}, Nu_i, K_{fi} заменяются соответственно на Nu_{fij}, Nu_{ij}, K_{fij}. При этом $j = 2$, когда $i = 1$, и $j = 1$, когда $i = 2$.

В формулах (17.71) и (17.72) параметр Φ_1 выражен иначе, чем для круглой трубы. Это связано с тем, что в формуле (17.69), которая получена в основном на базе опытного материала при $X \leqslant 133$, функция Φ весьма медленно приближается к своему асимптотическому значению. При увеличении X от 150 до 1000 значение Φ возрастает на 40%, что вызывает довольно большое увеличение $\mathrm{Nu}_f/\mathrm{Nu}$ (при $K_f = 1$ оно составляет 30%). В то же время для внутренней трубы кольцевого канала влияние переменности физических свойств теплоносителя стабилизируется при $X > 150 \div 200$. Выражение для Φ_1 из формулы (17.69) хорошо согласуется с нашими результатами лишь в области $X_1 < 80$.

При высокой интенсивности обогрева вследствие большого ускорения потока может произойти его ламинаризация, поэтому надежное применение формулы (17.69) ограничивается параметром ускорения $K' \leqslant 4 \cdot 10^7$ и параметром теплового потока $q^+_{\text{вх}} \leqslant 0{,}007$, где

$$q^+_{\text{вх}} = \frac{q_w}{\rho u c_p T_{\text{вх}}} = \frac{1}{4}\,\frac{1}{T_{\text{вх}}}\left(\frac{\partial T_{\text{вх}}}{\partial (x/d_э)}\right), \qquad (17.73)$$

$$K' = \frac{4q^+_f}{\mathrm{Re}}, \qquad (17.74)$$

$$q^+_f = \frac{q_w}{\rho u c_p T_f} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{T_f}\,\frac{\partial T_f}{\partial (x/d_э)}\right). \qquad (17.75)$$

Параметры $q^+_{\text{вх}}$ и q^+_f пропорциональны относительной скорости изменения температуры потока по длине трубы, а в случае идеального газа и пренебрежимо малого ускорения потока из-за падения давления по длине, вызванного трением, они пропорциональны относительному ускорению потока, так как

$$\frac{1}{T}\,\frac{\partial T}{\partial (x/d_э)} \approx \frac{1}{u}\,\frac{\partial u}{\partial (x/d_э)}. \qquad (17.76)$$

В этих условиях параметр K' идентичен параметру ускорения во внешних пограничных слоях

$$K = \frac{\nu}{U^2}\,\frac{\partial U}{dx}. \qquad (17.77)$$

В общем случае плотности тепловых потоков на обеих стенках кольцевых каналов не равны между собой. Для того чтобы при любых значениях

d_1/d_2 и q_1/q_2 указанные продольные эффекты однозначно определялись параметрами $q^+_{вх}$ и q^+_f, следует пользоваться формулой приведенной плотности теплового потока. Тогда

$$q^+_{вх} = \frac{q_1 d_1 + q_2 d_2}{(d_1 + d_2)\,\overline{\rho u c_p T_{вх}}}, \qquad q^+_f = \frac{q_1 d_1 + q_1 d_2}{(d_1 + d_2)\,\rho u c_p T_f}. \tag{17.78}$$

Во всех рассмотренных формулах в качестве определяющих используются среднемассовая температура T_f и массовый расход $\overline{\rho u}$.

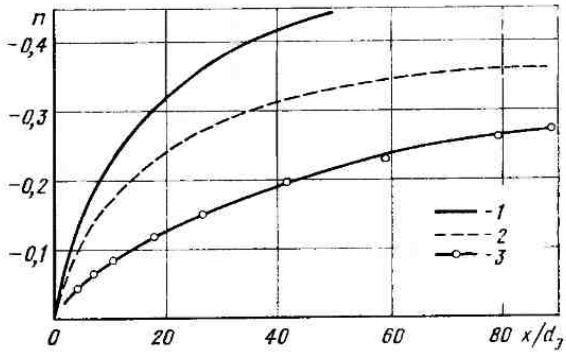


РИС. 17.14. Изменение показателя степени n при температурном факторе по длине пучка круглых стержней ($s/d = 1.35$)

1 — круглая труба,
2 — внутренняя труба кольцевого канала,
3 — пучок стержней

В работе [28] представлены некоторые результаты исследования влияния температурного фактора в 37-стержневом пучке с треугольным расположением круглых гладких тепловыделяющих стержней с $s/d = 1{,}35$. Получено, что в этом случае влияние температурного фактора значительно меньше, чем в круглой трубе, а величина показателя степени n, как и в других каналах, зависит от относительной длины $x/d_э$ (рис. 17.14). Однако в настоящее время отсутствуют исследования при разных s/d, а также обобщенные зависимости по оценке влияния переменности физических свойств теплоносителя в продольно-обтекаемых пучках стержней.

Гидравлическое сопротивление при течении газа с переменными свойствами в каналах исследовано значительно меньше, чем теплоотдача. Имеется всего лишь несколько работ по его изучению в круглых трубах, кольцевых, треугольных и прямоугольных каналах. В этих работах показано, что по сравнению с теплоотдачей гидравлическое сопротивление менее чувствительно к изменению физических свойств. В настоящее время для расчетов гидравлического сопротивления обычно используется формула

$$\xi_f/\xi = \psi^{-0{,}1}. \tag{17.79}$$

В кольцевых каналах при нагреве внутренней трубы и $d_1/d_2 < 0{,}5$ сопротивление трения не зависит от температурного фактора.

17.9. Каналы с шероховатой поверхностью

Создание искусственной шероховатости — один из наиболее эффективных методов интенсификации процессов теплообмена, особенно в условиях больших тепловых нагрузок, когда увеличение теплоотдающей поверхности за счет оребрения не эффективно.

Классические исследования сопротивления в трубах с песочной шероховатостью, выполненные И. Никурадзе [29], позволили установить режимы

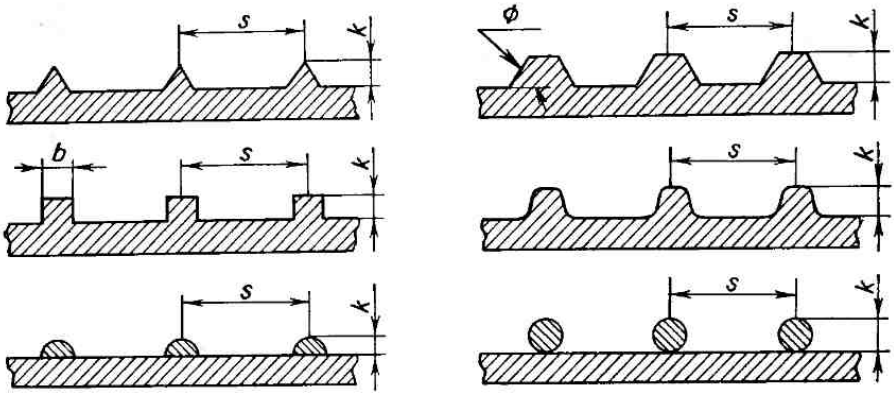


РИС. 17.15. Формы шероховатых поверхностей

проявления шероховатости (см. гл. 7), а также выявить характер воздействия шероховатости на пограничный слой.

В шероховатом канале профиль скорости менее заполнен, чем в гладком канале. В турбулентном ядре распределение скорости в режиме полного проявления шероховатости подчиняется универсальному логарифмическому закону

$$u^+ = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{y}{k} + C + D, \tag{17.80}$$

где так называемая функция шероховатости D зависит от геометрических характеристик шероховатости, а $\varkappa = 0{,}4$ — универсальная константа как для гладких, так и для шероховатых каналов.

Коэффициент гидравлического сопротивления легко получить из закона распределения скорости. В общем случае для каналов различной формы он может быть выражен в виде зависимости

$$\sqrt{8/\xi} = 2{,}5 \ln (Y/k) + C + D - G, \tag{17.81}$$

где Y — расстояние от стенки до линии нулевого напряжения трения (для симметричных каналов — до линии симметрии), G — геометрический параметр, определяемый формой поперечного сечения канала.

Для круглой трубы $Y = r_0$, $G = 3{,}75$, а для плоской щели шириной H ($Y = {}^1/_2 H$) $G = 2{,}5$.

В случае песочной шероховатости в области квадратичного закона сопротивления функция D постоянна и равна 3. Тогда для круглой трубы из формулы (17.81) находим

$$\xi = \frac{8}{[2{,}5 \ln (r_0/k) + 4{,}75]^2}. \tag{17.82}$$

Хотя уравнение (17.82) получено для труб с песочной шероховатостью, им можно пользоваться и при других ее видах, в том числе и при естественной шероховатости. Для этого надо знать эквивалентную песочную шероховатость, соответствующую данному виду шероховатости. Данные по эквивалентной шероховатости для труб с естественной шероховатостью, а также для некоторых типов искусственной шероховатости можно найти в работах [30, 31].

В современных теплообменных устройствах, особенно в ядерных реакторах, для интенсификации теплообмена в основном используется искусственная шероховатость в виде поперечных выступов различной формы: прямоугольной, треугольной, трапециевидной или закругленной (рис. 17.15). Эти типы шероховатости изучены во многих экспериментальных работах, определена функция D в области полного проявления шероховатости. Установлено, что D зависит от формы элементов, относительного шага элементов s/k и относительной ширины элементов b/k, т. е. для конкретного типа шероховатости $D = f(s/k,\ b/k)$.

Каналы с прямоугольными выступами имеют максимальное гидравлическое сопротивление (минимальную величину D). Если придать выступам некоторую обтекаемость, то сопротивление трения снизится, однако при этом коэффициент теплоотдачи практически не будет зависеть от формы поперечных выступов. Кроме того, в режиме полного проявления шероховатости интенсивность теплоотдачи не зависит от высоты элементов шероховатости (рис. 17.16), а значение ξ монотонно падает с уменьшением k [32]. Это значит, что при создании теплообменников необходимо использовать выступы

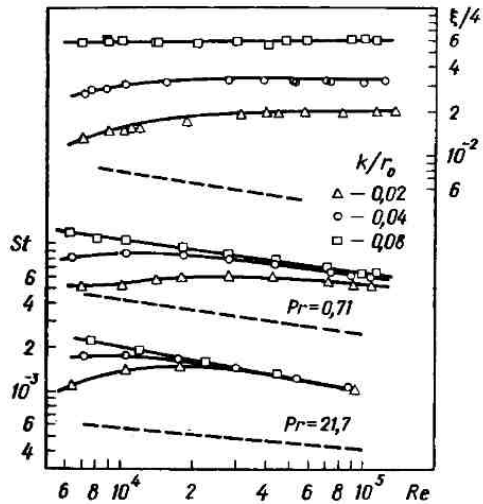
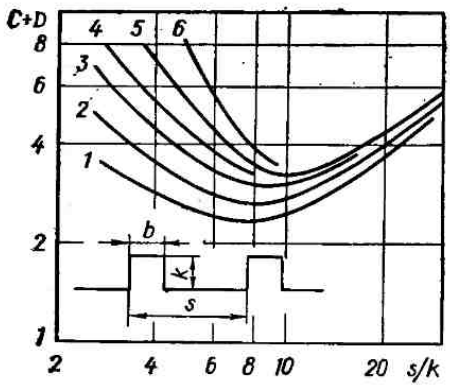


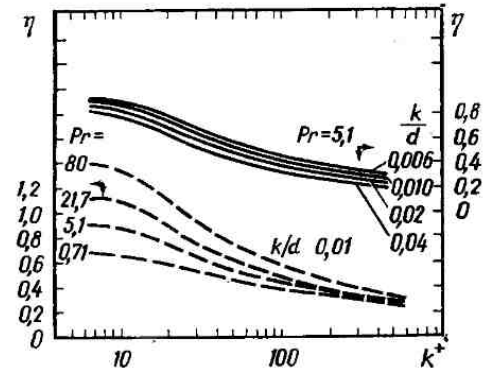
РИС. 17.16. Влияние высоты выступов на коэффициент гидравлического сопротивления и число St

Пунктир — гладкая труба

РИС. 17.17. Зависимость параметра $C + D$ от высоты и ширины элементов шероховатости при значениях k/b, равных 10 (*1*), 5 (*2*), 2 (*3*), 1 (*4*), 0,7 (*5*) и 0,5 (*6*)

РИС. 17.18. Влияние числа Pr (пунктир) и k/d (сплошные линии) на параметр эффективности при $s/k = 10$





минимальной высоты, еще обеспечивающей эффект полного проявления шероховатости. Эту высоту можно определить из соотношения

$$k^+_{\min} = \frac{k_{\min} u^*}{\nu} = \frac{k_{\min}}{Y} \mathrm{Re} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \approx 35, \tag{17.83}$$

откуда

$$k_{\min} \approx \frac{35Y\sqrt{8/\xi}}{\mathrm{Re}}. \tag{17.84}$$

Оптимальная величина отношения шага к высоте элементов шероховатости, при которой $D \to \min$, зависит от относительной ширины выступов и находится в пределах 6—11 (рис. 17.17). Согласно работе [33], в интервале $0{,}3 \leqslant k/b \leqslant 15$ оптимальное отношение s/k определяется зависимостью

$$s/k = 9{,}9\,(k/b)^{-0{,}345}. \tag{17.85}$$

Коэффициент сопротивления в области полного проявления шероховатости для поверхностей с поперечными прямоугольными выступами определяется из соотношения (17.81), в котором функция шероховатости рассчитывается по уравнениям [34]:

$$D = 0{,}97\,(s/k)^{0{,}53} - 5{,}5 \text{ при } s/k \geqslant 10, \tag{17.86}$$
$$D = 4{,}45\,(s/k)^{-0{,}13} - 5{,}5 \text{ при } s/k < 10.$$

Коэффициент теплоотдачи шероховатых поверхностей в режиме полного проявления шероховатости определяется из соотношения, впервые полученного авторами работы [35]:

$$\mathrm{St} = \frac{\xi/8}{(g - 8{,}48)\sqrt{\xi/8} + 1}. \tag{17.87}$$

Для песочной шероховатости

$$g = 5{,}19\,(k^+)^{0{,}2}\mathrm{Pr}^{0{,}44}. \tag{17.88}$$

Для определения величины $g\,(k^+)$ в каналах с искусственной регулярной двумерной шероховатостью в виде поперечных выступов различной формы можно рекомендовать формулу [36]

$$g = 4{,}5\,(k^+)^{0{,}24}\mathrm{Pr}^{0{,}44}, \tag{17.89}$$

действительную в интервале $25 < k^+ < 300$.

Для характеристики относительного увеличения теплоотдачи по сравнению с относительным увеличением гидравлического сопротивления используется коэффициент эффективности

$$\eta = \frac{\mathrm{St}_{\text{м}}/\mathrm{St}_{\text{г}}}{\xi_{\text{м}}/\xi_{\text{г}}} = \frac{\mathrm{Nu}_{\text{м}}/\mathrm{Nu}_{\text{г}}}{\xi_{\text{м}}/\xi_{\text{г}}}. \tag{17.90}$$

Выполненный авторами работы [32] анализ многочисленных экспериментальных результатов в интервале чисел Pr от 0,71 до 37,6 показал, что коэффициент η для оптимального шага s/k является функцией от k^+, k/Y и Pr (рис. 17.18). Как видно из рисунка, коэффициент η существенно зависит от числа Pr, особенно при $k^+ < 100$, т. е. когда число Re невелико или используется шероховатость с малой высотой элементов. Кроме того, эффективность шероховатой поверхности возрастает с ростом числа Pr. Аналогичный вывод получен и в ИФТПЭ [37], а также в работе В. И. Гомелаури [38]. Из рис. 17.18 также следует, что с целью повышения эффективности теплоотдающей поверхности необходимо использовать шероховатость с минимальной высотой элементов, которая еще обеспечивает эффект полного проявления шероховатости.

Глава 18

ТЕПЛООБМЕН В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОТОКАХ ГАЗОВ

18.1. Предварительные сведения

В последнее время в энергетике, металлургии, химической промышленности и других областях техники наряду с нагревом холодных газов широко применяется охлаждение высокотемпературных газов, в том числе и диссоциированных. Поэтому возросла актуальность изучения теплообмена при направлении теплового потока от горячего двухатомного газа (воздуха, азота) к холодной стенке при значительном изменении его теплофизических свойств с температурой. Охлаждение диссоциированного потока может дополнительно усложнить процесс теплообмена, так как в зависимости от скоростей химических реакций, проходящих в пограничном слое газа, он может быть как равновесным, так и «замороженным». При «замороженном» пограничном слое считается, что скорости химических реакций незначительны, и их влиянием на теплообмен можно пренебречь.

В литературе основное внимание уделяется исследованиям равновесного состояния газов при аэродинамическом нагреве в пограничном слое, когда за его пределами газ остается холодным. В этом случае скорости химических реакций в пограничном слое очень большие и их необходимо учитывать соответствующими зависимостями.

При анализе основных теоретических работ В. С. Авдуевского [1] С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьева [2], В. М. Иевлева [3], Б. С. Петухова и В. Н. Попова [4], А. А. Гухмана [5], В. И. Макарявичюса [6] и др. по теплообмену при высоких температурах газов можно отметить значительное различие окончательных результатов при росте соотношения температур потока и стенки, что обусловлено методикой расчета и выбором определяющей температуры при представлении результатов в уравнениях подобия.

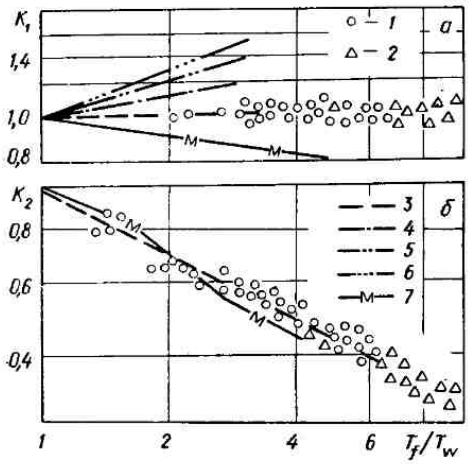
Ниже рассмотрим проведенные в ИФТПЭ экспериментальные исследования теплообмена при турбулентном течении в трубах различного поперечного сечения воздуха или азота, нагретого до 5000 К электродуговыми нагревателями мощностью до 2000 кВт в интервале Re_d от 10^3 до 10^5.

Основные исследования проведены при течении в круглых трубах, плоских и щелевых каналах, а также в трубчатых и многощелевых теплообменниках, перспективных для закалки двухатомных газов [7—11].

18.2. Теплообмен при турбулентном течении в трубах

Проведенные А. Б. Амбразявичюсом и сотр. [7] исследования теплообмена при стабилизированном течении воздуха (до 2500 К) или азота (до 4000 К) в трубах ($T_w \approx 350$ К) показали, что при обобщении данных о теплоотдаче (рис. 18.1, *а*) по среднемассовой в данном сечении температуре газов T_f и диаметру не следует вводить дополнительный симплекс температур в общеизвестное уравнение подобия

$$\mathrm{Nu}_{fd} = 0{,}019\,\mathrm{Re}_d^{0{,}8}, \tag{18.1}$$



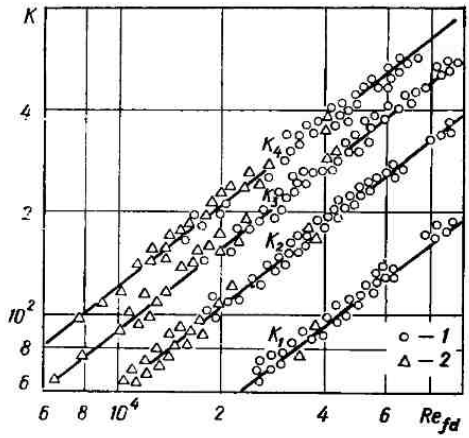


РИС. 18.1. Данные по теплоотдаче, обобщенные по среднемассовой температуре потока (*а*) и температуре стенки (*б*)

Эксперимент [7]: *1* — воздух, нагретый до 2500 К, *2* — азот, нагретый до 4000 К. Теоретические расчеты: *3* — пластина, $Re = 10^5$ [1]; труба, $Re = 10^4 \div 10^6$ [5,11]; *4* — $Re = 10^6$ [2]; *5* — $Re = 10^5$ [4]; *6* — $Re = \infty$ [2]; *7* — $Re = 10^6$ [6]. $K_1 = Nu_{fd}/0{,}019\ Re_{fd}^{0,8}$; $K_2 = Nu_{wd}/0{,}019 Re_{wd}^{0,8}$. Более подробно см. в работе [7]

РИС. 18.2. Данные по локальному теплообмену при турбулентном стабилизированном течении в гладкой трубе диаметром 21,5 мм [7]

1 — воздух, нагретый до 2500 К, *2* — азот, нагретый до 4000 К. $K_1 = Nu_{fd}$, $x/d = 18$; $K_2 = 2K_1$, $x/d = 26$; $K_3 = 3K_1$, $x/d = 35$; $K_4 = 4K_1$, $x/d = 44$

которое для указанных выше температур газов имеет такой же вид, как и для умеренных. Некоторые результаты теоретических расчетов на рис. 18.1, *а* значительно отличаются от экспериментальных данных [7].

Одной из причин различия данных является способ определения числа Re при течении в трубах, согласно которому

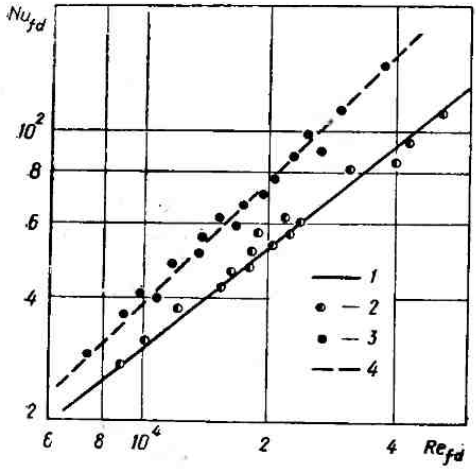
$$Re_d = \frac{ud}{\nu} = \frac{4}{\pi}\,\frac{G\rho d}{d^2\rho_f\mu}, \tag{18.2}$$

где значения плотности в знаменателе, относящиеся к определению скорости потока, во всех случаях обобщения должны приниматься по среднемассовой температуре потока, а значения плотности в числителе — по одной из определяющих температур. Поэтому данные значения плотности можно сократить только при обобщении данных по среднемассовой температуре потока.

Обобщение результатов исследования теплоотдачи по температуре стенки (рис. 18.1, *б*) приводит к необходимости введения температурного фактора, и зависимость (18.1) переходит в следующую:

$$Nu_{wd} = 0{,}019\ Re_{wd}^{0,8}\ (T_f/T_w)^{-0,52}. \tag{18.3}$$

Как видно из рис. 18.1, *б*, наши данные хорошо совпадают с результатами работ других авторов, особенно с результатами, полученными А. А. Гухманом [5] для труб и В. С. Авдуевским [1] для пластины. Для многоатомных газов эти вопросы решались в работе [6].



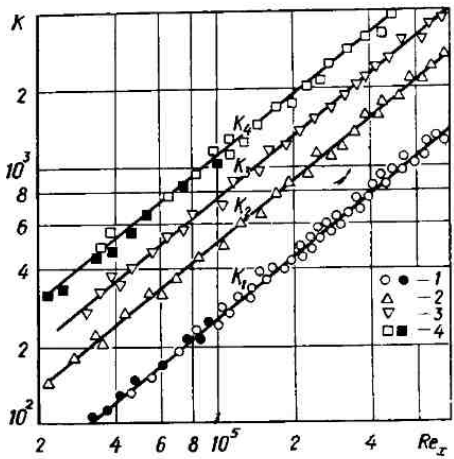


РИС. 18.3. Сопоставление данных по теплообмену

1 — по (18.1), *2* — по [7] при течении воздуха (нагретого до 2500 К) в трубе с температурой гладкой стенки до 1500 К, *3* — то же, при температуре шероховатой ($k/d = 0{,}032$) стенки до 2000 К, *4* — по (18.6)

РИС. 18.4. Данные по турбулентному теплообмену при течении нагретого до 5000 К воздуха (светлые кружки) или азота (темные кружки) в начальном участке трубы диаметром 21,5 мм с различными углами сужения на входе [9]

1 — плавный вход, 0°; *2* — 45°, *3* — 90°, *4* — прямоугольный вход, 180°. $K_1 = \mathrm{Nu}_x$, $K_2 = 2K_1$, $K_3 = 3K_1$, $K_4 = 4{,}4K$

Применение при обобщении в качестве определяющей среднеарифметической температуры между среднемассовой температурой и температурой стенки приводит также к необходимости включения в зависимость (18.1) температурного фактора:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{cp}d} = 0{,}019\ \mathrm{Re}_{\mathrm{cp}d}^{0,8}\ (T_f/T_w)^{-0,15}. \qquad (18.4)$$

Таким образом, турбулентный теплообмен высокотемпературных двухатомных газов при стабилизированном течении в трубах можно обобщать по трем различным формулам в зависимости от выбора определяющей температуры [7]. Из них наиболее проста формула (18.1), которая пригодна для различных расстояний от входа при $x/d > 10$, о чем наглядно свидетельствуют наши результаты [7], приведенные на рис. 18.2.

Согласно исследованиям, проведенным в широком интервале чисел Прандтля (от 0,7 до 100), показатель степени при Pr равен 0,43. Тогда из уравнения (18.1) получаем зависимость

$$\mathrm{Nu}_{fd} = 0{,}022\ \mathrm{Re}_{fd}^{0,8}\mathrm{Pr}_f^{0,43}, \qquad (18.5)$$

совпадающую с известной зависимостью М. А. Михеева [8].

Как показывают результаты, полученные в ИФТПЭ [7], с повышением температуры гладкой стенки трубы до 1500 К можно пользоваться теми же зависимостями, что и в случае холодной стенки (рис. 18.3). Из рис. 18.3 видно, что данные, полученные для трубы из окиси циркония с шероховатостью $k/d = 0{,}032$ при температурах стенки и потока воздуха соответственно

до 2000 и 2500 К, описываются зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{fd} = 0{,}0038\ \mathrm{Re}_{fd}. \tag{18.6}$$

Такой же показатель степени при числе Рейнольдса (т. е. 1,0) получен для этой же трубы при исследовании ее гидравлического сопротивления [7].

Теплообмен в начальном участке трубы ($x/d < 10$, $d = 21{,}5$ мм) несколько выше, чем при стабилизированном течении. Обобщение данных, полученных А. Амбразявичюсом и сотр. [9], по диаметру и среднемассовой температуре в данном сечении также приводит к общеизвестной зависимости, установленной А. С. Сукомелом и др. [10] для умеренных температур:

$$\mathrm{Nu}_{fd} = 0{,}022\ \varepsilon_x \mathrm{Re}_{fd}^{0{,}8} \mathrm{Pr}_f^{0{,}43}. \tag{18.7}$$

Здесь выражение для поправочного множителя ε_x в зависимости от входного угла передней секции α^0

$$\varepsilon_x = (1{,}32 + 0{,}00089\alpha)\ (x/d)^{-(0{,}12+0{,}000167\alpha)} \tag{18.8}$$

совпадает в случае плавного входа в трубу ($\alpha = 0^0$) с общеизвестной зависимостью, определенной А. С. Сукомелом и др. [10].

Охлаждение газов в начальном участке трубы способствует постоянству скоростей и температур на оси трубы почти до $x/d = 10$ [9]. Это позволяет обобщать данные по теплообмену так же, как и для продольно-обтекаемой пластины, т. е. по температуре набегающего потока T_0 и расстоянию от входа x. В этом случае отпадает необходимость введения поправочного множителя, и при $2 < x/d < 10$ получаем зависимость

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}025\ \mathrm{Re}_x^{0{,}8}, \tag{18.9}$$

совпадающую с такой же зависимостью для плоской пластины при умеренных температурах воздуха. Только в случае прямоугольного входа данные располагаются на 10% выше.

При $x/d < 2$ значения коэффициента теплообмена увеличиваются на 30% и в значительной степени зависят от условий входа.

Зависимость (18.9) подтверждается представленными на рис. 18.4 данными для различных условий на входе при $2 < x/d < 10$ и температурах газов до 5000 К, в том числе и при наличии термической диссоциации воздуха или азота [9].

18.3. Влияние диссоциации на теплообмен

Повышение температуры и скоростей газов может привести к такому их состоянию, когда во входном участке за пределами пограничного слоя или в ядре потока при стабилизированном течении газ будет диссоциированным и равновесным, а около холодной стенки — замороженным.

Поэтому при правильном выборе определяющих теплофизических свойств газов в случае интенсивного теплообмена можно получить универсальные зависимости, исключающие влияние химических реакций, скорости которых при замороженном состоянии приближаются к нулю.

Многие авторы при расчете коэффициента теплоотдачи от диссоциированного газа по зависимости Ньютона—Рихмана

$$\alpha^* = qc_p/(h_f - h_w) \tag{18.10}$$

не указывают условий, исходя из которых подсчитывается удельная теплоемкость c_p. Однако ее значения могут существенно отличаться в зависимости от равновесного или замороженного состояния газов.

Анализ данных [9] показал, что полное их совпадение при наличии и в отсутствие диссоциации происходит в том случае, если удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности, входящие в число Nu*, определяются по замороженному состоянию воздуха, а коэффициент α^* — перепадом энталь-

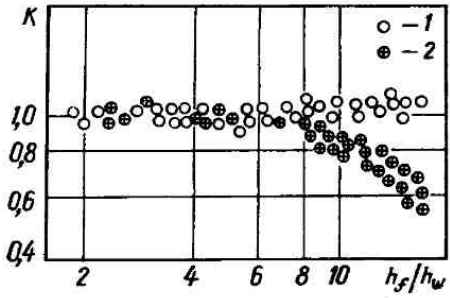


РИС. 18.5. Изменение влияния энтальпийного фактора на теплообмен к стенке от газов, протекающих в начальном участке трубы [9] при определении числа Нуссельта по замороженным (*1*) или равновесным (*2*) теплофизическим свойствам

$K = \mathrm{Nu}_x / 0{,}025\ \mathrm{R}_x^{0,8}$

пий. В этом случае данные по турбулентному теплообмену во входном участке трубы находят из зависимости

$$\mathrm{Nu}_x^* = 0{,}025\ \mathrm{Re}_x^{0,8}, \tag{18.11}$$

в которой в отличие от (18.9) коэффициент теплоотдачи получается из уравнения (18.10).

Число Рейнольдса в уравнении (18.11) определяется по скорости при температуре набегающего потока, а коэффициент динамической вязкости не зависит от степени равновесности газов. В случае стабилизированного течения в трубе число Re определяется по зависимости (18.2).

При таком подборе теплофизических параметров, входящих в число Nu*, не требуется вводить температурный или энтальпийный факторы для диссоциированных двухатомных газов, что наглядно подтверждается нашими данными по теплообмену в начальном участке трубы [9], представленными на рис. 18.5. Аналогичные выводы получены и при обобщении этим способом данных при стабилизированном течении двухатомных газов в трубе [7]. Обобщение результатов, найденных с использованием теплофизических параметров в случае равновесного состояния газов, усложняет зависимость (18.1) и приводит к необходимости введения в нее температурного фактора, степень влияния которого изменяется с увеличением температуры потока.

Полученные другими авторами сложные теоретические и экспериментальные зависимости, учитывающие влияние степени диссоциации в широком интервале изменения параметров, относятся к любым газам, в том числе и к многоатомным продуктам сгорания углеводородного топлива [6].

Повышение среднемассовой температуры потока воздуха (до 6000 К) в цилиндрических каналах с электрической дугой практически не влияет на вид зависимостей для конвективного теплообмена. Как следует из данных, полученных в ИФТПЭ при ламинарном и турбулентном течении различных газов в каналах диаметром 12—30 мм с электрической дугой до 500 А, зависимости, описывающие конвективный теплообмен и исключающие передачу тепла от столба дуги излучением, остаются такими же, как и в случае уме-

ренных температур, т. е. соответствуют (18.1) и 18.11). При этом принимается, что лучистый поток постоянен по всей длине разрядного канала как для ламинарного, так и для турбулентного течения с дугой.

Таким образом, используя предложенную методику, можно обобщить данные по теплообмену при турбулентном течении диссоциированных двухатомных газов в круглой трубе с холодными стенками по общеизвестным зависимостям для умеренных температур.

18.4. Теплообмен в плоских каналах

Анализ показал, что данные по высокотемпературному теплообмену в длинных каналах наиболее удобно представить в виде зависимости

$$\mathrm{Nu}^*_{fx} = 0{,}019\ \mathrm{Re}^{0,8}_{fx}\ (x/d_э)^{0,2}, \tag{18.12}$$

которая получается в результате умножения обеих сторон уравнения (18.1) на величину $x/d_э$, где x — расстояние от начала трубы до середины каждой из ее секций.

Целесообразность применения такой формы обобщения данных по теплообмену при течении в трубах капельных жидкостей и жидких металлов доказана М. А. Михеевым [8].

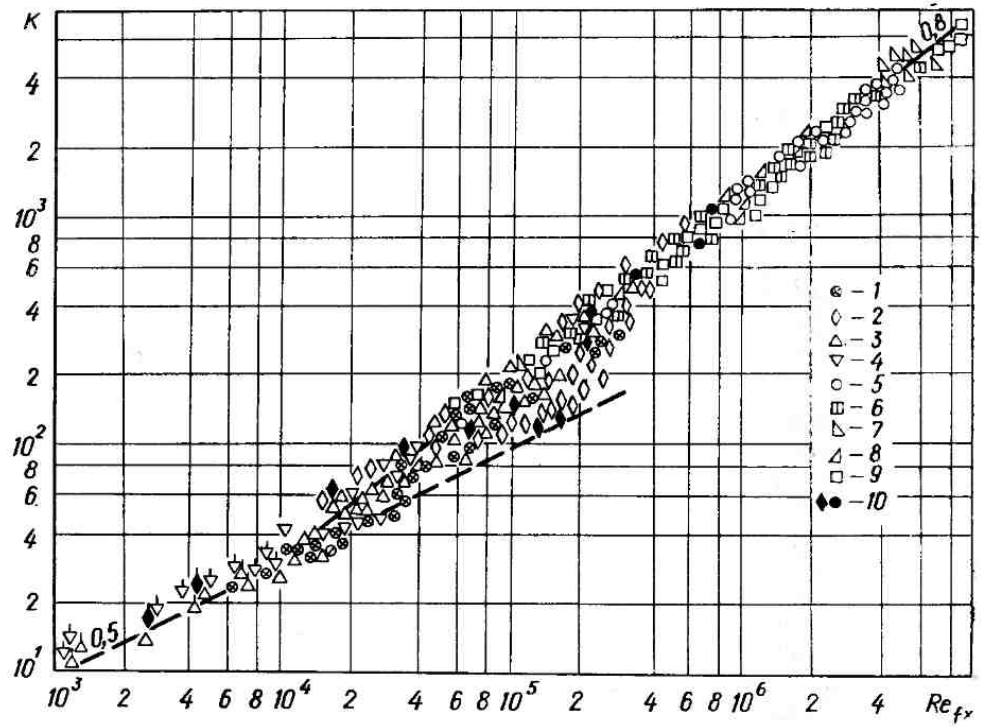


РИС. 18.6. Данные по локальному теплообмену при стабилизированном течении воздуха с температурой на входе 500—5000 К в каналах различного сечения [11]

1 — ∅ 2 мм, *2* — 0,5 × 20, *3* — 1,0 × 20, *4* — 20 × 20 мм, *5* — ∅ 21,5 мм, *6* — 10 × 100, *7* — 20 × × 100, *8* — 30 × 100, *9* — 50 × 100 мм, значки *2* и *10* — азот. Вертикальные черточки — данные при $x/d < 10$. $K = \mathrm{Nu}^*_{fx}\ (x/d)^{-0,2}$

Обобщение экспериментальных данных по локальному теплообмену при течении высокотемпературных газов в плоских каналах высотой от 0,5 до 50 мм, полученных А. Амбразявичюсом и сотр. [11], показывает (рис. 18.6), что в интервале чисел Re_{fx} от 10^4 до 10^7 и температур воздуха или азота на входе в трубу от 500 до 5000 К при $10 < x/d < 100$ они с точностью $\pm 10\%$ описываются зависимостью (18.12). На этом же рисунке отмечены некоторые результаты для труб диаметром 21 и 2 мм, подтверждающие пригодность теории подобия для рассмотренного интервала диаметров канала и температур потока.

Некоторые данные по теплообмену при течении в начальном участке плоского канала ($x/d < 10$) отклоняются от зависимости (18.12), что обусловлено как высотой канала, так и абсолютными значениями числа Re. Теплообмен на входе в канал шириной 100 мм и высотой 50 мм практически можно определять по формуле (18.12), используя дополнительно поправочный множитель (18.8) или зависимость (18.9). С уменьшением высоты до 10 мм вводить поправочный множитель не требуется вследствие ламинаризирующего воздействия сужения, и теплообмен с самого начала канала следует определять по формуле (18.12).

Теплообмен в начальном участке узких щелей высотой 2—0,5 мм усложняется ввиду наличия продольных градиентов температуры, превышающих 10^5 К/м, но для практических целей, как видно из рис. 18.6, его вполне можно определять по формулам (18.5), (18.7) и (18.12).

При числах $Re_{fx} < 10^4$ данные относятся к ламинарному течению. С уменьшением высоты щели и расхода увеличивается тенденция к ламинаризации потока. Некоторые результаты для азота с температурой до 3700 К, приведенные на рис. 18.6, хорошо согласуются с остальными данными.

18.5. Теплообмен в трубчатых и щелевых теплообменниках

Процесс интенсивного охлаждения газов с температурой выше 3000 К применяется в теплообменниках специальной конструкции для фиксации (закалки) образовавшихся при таких температурах новых химических продуктов, например окислов азота из воздуха. Поэтому созданию высокотемпературных теплообменников для закалки газов в настоящее время уделяется много внимания.

Первые экспериментальные теплообменники изготовлены в виде медных дисков диаметром 40—50 мм, толщиной 10 мм с просверленными в двух рядах короткими отверстиями диаметром 2—10 мм [11]. Поперек этих отверстий между их рядами просверлены длинные отверстия для подачи охлаждающей воды под давлением 3—4 МПа. Острые кромки отверстий и небольшая их относительная длина ($x/d \leqslant 5$) обеспечивают максимально возможный коэффициент теплообмена и продольный градиент температуры до $5 \cdot 10^4$ К/м.

Расположение 5—6 таких дисков по потоку с расстоянием 5—10 мм между ними позволяет понизить температуру газов до 1500—2000 К. Обобщение данных по теплообмену в пучке из шести дисков диаметром 40 мм с 33 отверстиями диаметром 3,6 мм при расстоянии между дисками 5 мм показывает, что вследствие увеличения поверхности теплообмена за счет передних и кормовых частей дисков, увеличения скорости газов за счет загромождения проходного сечения, а также увеличения степени турбулентности потока

после первого диска, тепловой поток от газов через стенку может увеличиться в 4 раза.

Перемешивание потока также играет большую роль. Например, теплообмен первого диска в пучке из-за наличия второго диска и более интенсивного перемешивания газов на 33% выше теплообмена такого же одиночного диска со струйным истечением газов из коротких каналов без интенсивного омывания кормовой поверхности. Теплоотдача второго диска в пучке имеет максимальные значения за счет взаимодействия больших скоростей потока и наиболее интенсивного перемешивания набегающими струйками газов. Дальнейшее уменьшение температуры и скорости газов приводит к стабилизации теплообмена в третьем — шестом рядах пучка. Для описания теплообмена таких пучков используется зависимость (18.1), но с более высокими значениями постоянных коэффициентов: для первого ряда — 0,06, для второго — 0,075, для третьего—шестого — 0,07. Общий перепад температуры через шесть дисков [11] при начальной температуре газов 3500 К достигает 1500 К. Для дальнейшего падения температуры требуется увеличить скорость газов путем уменьшения проходного сечения отверстий. Тогда возможна замена дисков из цветных металлов стальными конструкциями.

Использование трубчатых теплообменников целесообразно на небольших опытно-промышленных установках, когда диаметр дисков не превышает 150 мм. При больших диаметрах изготовление цельнометаллических конструкций связано с технологическими трудностями сверления большого количества отверстий малого диаметра для газов или длинных каналов для воды. Кроме того, в аварийных случаях прогара одного из отверстий весь диск выходит из строя и требует замены. Поэтому разработана конструкция теплообменника из составных элементов в виде водоохлаждаемых стержней с боковыми прямоугольными ребрами. Такая конструкция отвечает требованиям физико-химических особенностей процесса закалки газов, когда колебания скорости газов в межрядном пространстве нежелательны из-за возможного уменьшения выхода химического продукта. Собранные в одной плоскости при шахматном расположении противоположных ребер (рис. 18.7) эти элементы составляют геометрическое подобие трубчатых теплообменников без их технологических недостатков.

Изучение теплообмена ребристых стержней с разной высотой (6—8 мм) и толщиной (1—6 мм) ребер при различных расстояниях (2—10 мм) между отдельными рядами стержней по глубине потока показало [11], что оптимальными параметрами ребра одиночного ряда при температурах воздуха до 3000 К и скоростях потока 200—500 м/с являются высота 6 мм и толщина 2 мм. Подобные оптимальные параметры ребра получены в настоящей работе (см. гл. 14) при изучении теплоотдачи поперечно-обтекаемых ребристых пучков труб.

Результаты исследования семирядного пучка из стержней с боковыми ребрами оптимальных параметров 6 × 2 мм и расстояниями между ребрами 4 мм показывают [11], что теплообмен в первом ряду пучка с ребрами при почти эквивалентных диаметрах (3 мм) трубы и щелей на 30% ниже теплообмена трубчатого диска, что объясняется длиной щелей, большей трубчатых отверстий в диске. В следующих пучках из-за ламинаризирующего воздействия впереди стоящих плоских щелей теплообмен несколько уменьшается.

Зависимости для рядов пучка с оптимальными ребрами 6 × 2 мм при температурах воздуха от 1000 до 3000 К и скоростях до 500 м/с и обобщении данных по поперечному основанию стержня (a = 8 мм) принимают вид:

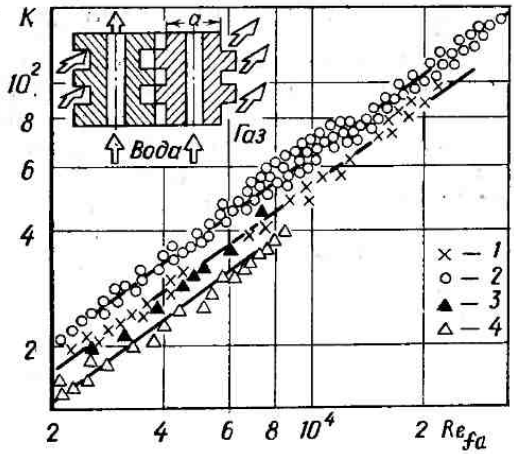


РИС. 18.7. Данные по теплообмену в пучках стержней ($a \times l = 8 \times 18$ мм) с боковыми плоскими ребрами сечением 6×2 мм [11]

1 — первый ряд в пучке, *2* — второй — седьмой ряды, *3* — одиночный ряд, *4* — круглый цилиндр с радиальными ребрами сечением 6×2 мм. $K = \mathrm{Nu}^*_{fa}$

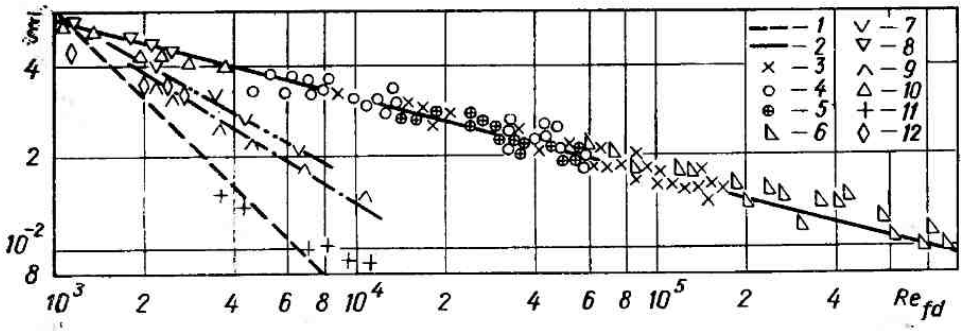


РИС. 18.8. Данные по гидравлическому сопротивлению при течении высокотемпературного (нагретого до 4000 К) воздуха в каналах различного поперечного сечения [7, 11]

1 — по закону Хагена—Пуазейля, *2* — по закону Блазиуса; *3*, *4*, *5* — труба ∅ 21,5 мм, *6* — 20 × × 100; *7*, *8* — 2 × 20; *9*, *10* — 1 × 20; *11*, *12* — 2 × 20 мм; *3*, *7*, *9*, *11* — изотермическая продувка, *5* — воздух, нагретый до температуры выше 2500 К

для первого ряда

$$\mathrm{Nu}^*_{fa} = 0{,}144\ \mathrm{Re}^{0{,}7}_{fa}, \tag{18.13}$$

для глубинных рядов

$$\mathrm{Nu}^*_{fa} = 0{,}177\ \mathrm{Re}^{0{,}7}_{fa}. \tag{18.14}$$

Представленные на рис. 18.7 данные для первого ряда круглых цилиндров с радиальными ребрами прямоугольного профиля такого же размера (6×2 мм) располагаются на 17% ниже результатов для ребристых стержней.

Показатель степени при числе Re для всех случаев остается одинаковым. Как видно из рис. 18.7, с уменьшением числа Re_{fa} число Nu для первого и последующих рядов в пучке всегда больше, чем для одиночного ряда при тех же параметрах ребра.

18.6. Гидравлическое сопротивление в каналах

Результаты измерения среднего гидравлического сопротивления в каналах при температурах газов на входе до 4000 К и скоростях до 1000 м/с (дозвуковых) для всех представленных на рис. 18.8 случаев сопоставлены с законом Блазиуса для турбулентного течения в трубах [11]. Коэффициент гидравлического сопротивления определялся по перепаду давления с учетом влияния торможения потока, средней температуры и скорости по длине канала.

Как видно из рис. 18.8, данные по гидравлическому сопротивлению, полученные при установившемся турбулентном течении в трубах круглого и прямоугольного сечения при $d_э > 20$ мм, для всего исследованного интервала температур совпадают между собой, за исключением данных для щелевых каналов. С уменьшением температуры потока данные приближаются к зависимости Хагена—Пуазейля (пунктир) для ламинарного течения в каналах. Подобные выводы получены и для результатов по теплообмену.

Влияния температурного фактора при турбулентном течении не обнаруживается. С увеличением числа Re ($>10^5$) наблюдается небольшое отклонение результатов вверх, т. е. ближе к закону Прандтля.

Подобные результаты получены и при обобщении данных для пучка стержней с боковыми ребрами. При обобщении по общепринятой методике использовалось число Eu, определяемое по среднеарифметической температуре пучка (6-рядного) и эквивалентному диаметру щелей (3 мм) между ребрами. Длина щелей сечением 6×2 мм равна 18 мм. Результаты в интервале температур 1000—3000 К хорошо совпадают с данными, полученными в случае изотермической продувки, и могут быть представлены в виде зависимости

$$\mathrm{Eu}_f = 52{,}2\ \mathrm{Re}_{fd}^{-0{,}33}, \tag{18.15}$$

в которой значения множителя и степени при числе Re совместимы со значениями, представленными в гл. 14 настоящей книги. Следовательно. повышение температуры газов при холодной стенке не вносит значительных изменений в зависимость (18.15). Сопоставление этой зависимости с законом Блазиуса для стабилизированного течения в каналах показывает, что в зависимости от числа Re в щелевых теплообменниках с короткими отрезками каналов ($x/d_э < 6$), расстояние между которыми 4 мм, гидравлическое сопротивление увеличивается более чем на 70% по сравнению с гладкой трубой. Примерно в таких же пределах увеличивается и теплообмен (рис. 18.7).

Таким образом, при охлаждении высокотемпературных двухатомных газов в пучках ребристых труб гидравлическое сопротивление меняется так же, как и при умеренных температурах.

Глава 19

ТЕПЛООБМЕН ПРИ НАЛИЧИИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

19.1. Конвективно-диффузионный теплообмен

Во многих теплообменных аппаратах, применяемых в энергетике и химической промышленности, теплообмен сопровождается различными химическими реакциями. В зависимости от условий работы аппаратов химические реакции происходят либо на поверхности теплообмена (гетерогенные реакции), либо в объеме теплоносителя (гомогенные реакции). Выделяемая или поглощаемая теплота этих реакций значительно изменяет поток энергии, переносимый через пограничный слой. Химические реакции всегда сопровождаются конвективно-диффузионным переносом вещества к месту реагирования в пограничном слое или на поверхности. При этом в большинстве случаев скорость диффузии вещества и скорость химических реакций различны. В зависимости от их соотношения различают два предельных состояния химически реагирующей среды — замороженное и равновесное.

При скорости химической реакции, значительно меньшей скорости конвективно-диффузионного переноса реагирующего вещества, можно считать, что химические реакции в объеме пограничного слоя не происходят. Таким образом, в данном предельном случае, соответствующем бесконечной скорости диффузии, концентрация компонентов смеси в пограничном слое обусловливается лишь процессами диффузии. Такой пограничный слой принято называть замороженным. Если границей замороженного пограничного слоя служит каталитическая поверхность, то на ней протекают все химические реакции. При этом скорость реагирования определяется как условиями диффузии на поверхности, так и кинетикой самих реакций.

Другим предельным случаем состояния химически реагирующей среды является равновесное состояние, соответствующее локальному химическому равновесию между возникновением и исчезновением отдельных компонентов. Достигается это при скорости гомогенной химической реакции, значительно превышающей скорость конвективно-диффузионного переноса массы. В данном предельном случае бесконечных скоростей химических реакций концентрация компонентов полностью определяется локальными параметрами среды — ее температурой и давлением. Для описания такого равновесного пограничного слоя достаточно знать лишь поле температуры.

При конечных скоростях химических реакций нарушается равновесное состояние реагирующей среды. Перенос энергии в такой среде определяется как кинетикой химических реакций, так и процессами диффузии.

Учет переноса энергии химических превращений в процессе теплообмена удобно выполнять на основе баланса тепловых потоков на стенке

$$q_\Sigma = q_к + q_х, \tag{19.1}$$

согласно которому результирующий конвективно-диффузионный тепловой поток равен сумме чисто конвективной $q_к$ и химической $q_х$ составляющих теплового потока. Движущей силой конвективного теплообмена является пере-

пад температур, а движущей силой теплообмена, обусловленного химическими превращениями,— перепад энергий химических превращений. При этом конвективная составляющая в уравнении (19.1) выражается через коэффициент конвективной теплоотдачи α и перепад температур ΔT:

$$q_{\text{к}} = \alpha (T_f - T_w) = \alpha \Delta T. \tag{19.2}$$

Конвективный тепловой поток также можно выразить через перепад энтальпий Δh_T замороженной смеси:

$$q_{\text{к}} = \alpha \frac{h_{Tf} - h_{Tw}}{\bar{c}_p} = \frac{\alpha}{\bar{c}_p} \Delta h_T, \tag{19.3}$$

где $\bar{c}_p = \Delta h_T / \Delta T$ — осредненное значение теплоемкости в данном интервале температур.

Поток массы i-го компонента через пограничный слой реагирующей среды определяется коэффициентом конвективно-диффузионного переноса массы β и перепадом концентраций i-го компонента Δc_i:

$$q_{mi} = \beta \Delta c_i. \tag{19.4}$$

Тогда в уравнении (19.1) химическая составляющая теплового потока

$$q_{\text{х}} = \sum_i q_{mi} h_{\text{х}i} = \beta \Delta h_{\text{х}}, \tag{19.5}$$

где $\Delta h_{\text{х}} = \sum_i \Delta c_i h_{\text{х}i}$ — перепад энергии химических превращений смеси, а $h_{\text{х}i}$ — теплота образования i-го компонента.

Представим баланс тепловых потоков (19.1) в виде

$$q_\Sigma = q_{\text{к}} (1 + q_{\text{х}}/q_{\text{к}}). \tag{19.6}$$

С учетом (19.3) и (19.5) получим

$$\frac{q_{\text{х}}}{q_{\text{к}}} = \Lambda \frac{\Delta h_{\text{х}}}{\Delta h_T}, \tag{19.7}$$

где

$$\Lambda = \bar{c}_p \frac{\beta}{\alpha} \tag{19.8}$$

— параметр пропорциональности между диффузионным и конвективным переносами энергии.

Введем определение коэффициента теплоотдачи химически реагирующей среды, выраженного через перепад температур

$$\alpha_\Sigma = q_\Sigma / \Delta T \tag{19.9}$$

или через перепад полных энтальпий

$$\alpha_\Sigma^* = q_\Sigma \bar{c}_p / \Delta h, \tag{19.10}$$

где полная энтальпия с учетом энергии химических превращений

$$\Delta h = \Delta h_T + \sum_i \Delta c_i h_{\text{х}i}. \tag{19.11}$$

Тогда с учетом уравнений (19.3), (19.7) и (19.9) уравнение баланса энергии (19.6) можно представить в виде уравнения подобия

$$\text{Nu}_\Sigma = \text{Nu} \left(1 + \Lambda \frac{\Delta h_{\text{х}}}{\Delta h_T} \right), \tag{19.12}$$

а с учетом (19.10) —

$$\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{*} = \mathrm{Nu}\left[1 + (\Lambda - 1)\frac{\Delta h_{\text{х}}}{\Delta h}\right], \tag{19.13}$$

где Nu — число Нуссельта, соответствующее конвективной составляющей $q_{\text{к}}$ теплового потока, а $\Delta h_{\text{х}}/\Delta h_T$ и $\Delta h_{\text{х}}/\Delta h$ характеризуют потенциальные возможности энергии химических превращений и зависят от вида теплоносителя, его температуры и давления.

Уравнения (19.12) и (19.13) используются для расчетов конвективно-диффузионного теплообмена в химически реагирующих средах как при ламинарном, так и при турбулентном обтекании поверхностей различной геометрии и любом направлении теплового потока. При этом соответствующим образом должны быть определены значения Nu и Λ. Зависимости для расчета Nu представлены в разделах, посвященных конвективному теплообмену в нереагирующей среде. Параметр Λ определяется либо экспериментально, либо путем численного решения уравнений пограничного слоя. Эти вопросы подробно исследовались и в ИФТПЭ.

Ниже рассматривается определение параметра Λ для различных состояний химически реагирующей среды в процессе теплообмена.

19.2. Замороженный пограничный слой

В зависимости от соотношения скорости химических реакций и скорости диффузионного переноса вещества к поверхности реагирования гетерогенные химические реакции могут протекать в кинетической, переходной или диффузионной области реагирования. Кинетической области реагирования соответствуют условия, при которых скорость реакций обусловливается их кинетикой. Эти условия реализуются при скоростях переноса массы, значительно превышающих скорости химических реакций. Такие условия, как правило, применяются для определения скорости химических реакций. В переходной области скорость реакций зависит как от законов химической кинетики, так и от интенсивности переноса массы. Диффузионной области реагирования соответствуют условия, при которых скорости реакций значительно превышают скорость диффузионного переноса масс. В этих условиях концентрации компонентов на поверхности не зависят от кинетики химических реакций и определяются лишь температурой стенки. Поэтому можно считать, что на поверхности действительны условия локального термодинамического равновесия.

Если ограничиться кругом задач, при решении которых можно пренебречь дино- и термодиффузионными эффектами, а также эффектами переноса массы и энергии, связанными с диффузией в многокомпонентных смесях, то уравнения энергии (3.13) и массы (3.16) для плоского обтекания пластины можно представить в виде

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right), \tag{19.14}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial c_i}{\partial x} + v\frac{\partial c_i}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{i\,\mathrm{mix}}\frac{\partial c_i}{\partial y}\right) \tag{19.15}$$

с соответствующими граничными условиями.

На изотермической поверхности в случае бесконечной скорости поверхностных реакций устанавливается концентрация реагирующих компонентов,

соответствующая условиям локального термодинамического равновесия, т. е. применимы условия $c_{iw} = \text{const}$.

Решение системы уравнений (19.14), (19.15) совместно с уравнением неразрывности и движения в случае ламинарного потока среды с постоянными физическими свойствами дает следующие уравнения подобия [1]:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}333\,\mathrm{Re}^{0{,}5}\mathrm{Pr}^{0{,}33}, \tag{19.16}$$

$$\mathrm{Sh} = 0{,}333\ \mathrm{Re}^{0{,}5}\mathrm{Sc}^{0{,}33}. \tag{19.17}$$

При таком ламинарном течении имеем соотношение

$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Sh} = \mathrm{Le}^{-0{,}33}. \tag{19.18}$$

С другой стороны, всегда соблюдается равенство

$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Sh} = \Lambda/\mathrm{Le}. \tag{19.19}$$

Сопоставление выражений (19.18) и (19.19) для ламинарного течения в плоском замороженном пограничном слое дает

$$\Lambda = \mathrm{Le}^{1-n}, \tag{19.20}$$

где n — показатель степени при числе Pr или Sc в выражениях (19.16) и (19.17). Для продольно-обтекаемой пластины показатель степени n несколько зависит от абсолютных величин чисел Pr и Sc [2]. Таким образом, при плоском обтекании пластины реагирующим на поверхности потоком с постоянными физическими свойствами параметр Λ описывается выражением (19.20).

Дж. Фей и Ф. Риддел при изучении обтекания критической точки затупленных тел [3] получили

$$\Lambda = \mathrm{Le}^{0{,}63}. \tag{19.21}$$

Это свидетельствует о том, что параметр Λ незначительно зависит от геометрических особенностей потока. При выводе зависимости (19.21) предполагалось, что число Le в пограничном слое является постоянной величиной.

Учет переменности теплофизических свойств в пограничном слое показывает, что параметр Λ несколько зависит от направления теплового потока и от изменения теплофизических свойств [2]. Более детально влияние переменных физических свойств теплоносителя на величину параметра Λ рассмотрено в работе [4].

Для замороженных турбулентных слоев также используется зависимость вида (19.20), но с другими значениями показателя степени n. Согласно работе [5], для замороженного турбулентного пограничного слоя $0 < n < 0{,}33$, однако для точного определения n необходим эксперимент. При отсутствии более надежных данных значение n принимается равным показателю степени при числе Pr в уравнениях подобия для турбулентного теплообмена.

Необходимо отметить, что параметр Λ учитывает влияние химических реакций на конвективный теплообмен лишь при температурных условиях, соответствующих завершению реакции всей смеси на каталитической поверхности, т. е. при условиях, когда скорость химических реакций значительно превышает скорость диффузионного переноса массы.

В переходной области реагирования скорость гетерогенных реакций определяется не только законами кинетики, которым подчиняется химическая реакция, но и гидродинамикой потока, характеризующей механизм переноса

вблизи поверхности. Этот усложняющий фактор появляется потому, что перед вступлением в химическую реакцию реагирующие вещества должны быть перенесены к поверхности реагирования, причем сам процесс переноса определяется гидродинамикой системы.

Проблема учета влияния механизма переноса массы на скорость химической поверхностной реакции, а также влияния последней на перенос энергии является достаточно сложной, так как граничные условия на поверхности становятся нелинейными.

Универсального метода решения такой задачи нет ввиду разнообразия химических реакций и гидродинамических условий. Задача существенно упрощается, если процесс химической реакции принять стационарным.

При стационарном процессе должно соблюдаться равенство скоростей химической реакции и диффузионно-конвективного переноса вещества:

$$\beta\,(c_f - c_w) = \tilde{K} c_w^r. \tag{19.22}$$

Здесь $\tilde{K}$ — константа химической реакции, зависящая от температуры поверхности, r — порядок реакции, β — коэффициент массоотдачи реагирующего компонента.

Такой способ определения концентрации на поверхности при коэффициенте массоотдачи, не зависящем от расстояния, согласно предположению, обоснованному Д. А. Франк-Каменецким, принято называть методом «равнодоступной поверхности», или «квазистационарным» методом [6]. Из равенства (19.22) следует, что

$$1 - \frac{c_w}{c_f} = \frac{\tilde{K}}{\beta}\left(\frac{c_w}{c_f}\right)^r c_f^{r-1}, \tag{19.23}$$

или в безразмерной форме:

$$W = Z\,(1 - W)^r. \tag{19.24}$$

Таким образом, в случае конечной скорости поверхностной реакции, для которой концентрация реагирующего компонента при локальном химическом равновесии на стенке равна нулю, наряду с определяющими числами Re и Sc, характеризующими любую задачу переноса массы, появляются параметры [7]

$$Z = Kc_f/q_{m\,\text{диф}} = q_{m\,\text{кин}}/q_{m\,\text{диф}}, \tag{19.25}$$

$$W = q_m/q_{m\,\text{диф}}, \tag{19.26}$$

где $q_{m\,\text{диф}}$ и $q_{m\,\text{кин}}$ — потоки массы в диффузионной и кинетической областях реагирования соответственно. При принятых допущениях

$$q_{m\,\text{диф}} = \beta c_f. \tag{19.27}$$

Параметр каталитической активности Z, выраженный через известные скорости химической реакции и диффузии вещества, является основным определяющим параметром задач такого класса. Параметр W, равный отношению истинной скорости реакции к скорости диффузии вещества, называется параметром эффективности поверхностных реакций. Зависимость параметра W от параметра Z для поперечно-обтекаемой пластины представлена на рис. 19.1.

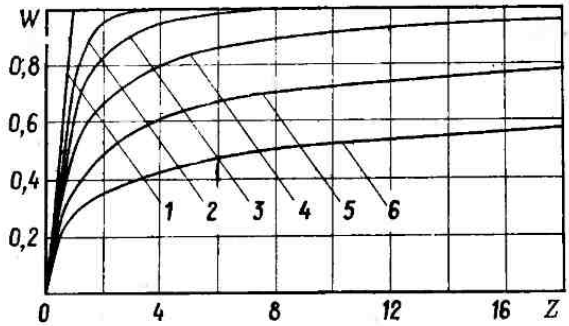


РИС. 19.1. Зависимость параметра W от Z для поперечно-обтекаемой пластины при порядках гетерогенной реакции r, равных 0 (*1*), $^1/_4$ (*2*), $^1/_2$ (*3*), 1 (*4*), 2 (*5*), 4 (*6*)

С учетом параметра W тепловой поток, обусловленный химическими превращениями, равен

$$q_x = W q_{m\,диф} h_x, \tag{19.28}$$

где h_x — энтальпия химической реакции.

С учетом зависимостей (19.27) и (19.28) при конечных скоростях каталитических реакций уравнения подобия (19.12) и (19.13) можно представить в следующем виде:

$$\mathrm{Nu}_\Sigma = \mathrm{Nu}\left(1 + W\Lambda \frac{c_f h_x}{\Delta h_{T\,ст}}\right) \tag{19.29}$$

или

$$\mathrm{Nu}_\Sigma^* = \mathrm{Nu}\left[1 + (W\Lambda - 1)\frac{c_f h_x}{\Delta h}\right]. \tag{19.30}$$

Нетрудно заметить, что введение безразмерного параметра эффективности поверхностных реакций W позволяет представить уравнения подобия (19.29) и (19.30) в виде, не зависящем от неизвестной истинной концентрации реагирующего компонента на стенке c_{w}, если учитывать выражения (19.24) и (19.25).

Примером рассматриваемого класса химических реакций может служить окисление водорода на платиновом катализаторе, если пренебречь цепным характером данной реакции:

$$H_2 + {}^1/_2O_2 \rightleftarrows H_2O + h_x. \tag{19.31}$$

Для описания более сложных химических реакций недостаточно одного параметра эффективности поверхностных реакций. Так, в случае реакции окисления аммиака на платиновом катализаторе, проходящей по уравнениям

$$NH_3 + {}^5/_4O_2 \rightarrow NO + {}^3/_2H_2O + h_{x1}, \tag{19.32}$$

$$NH_3 + {}^3/_4O_2 \rightleftarrows {}^1/_2H_2 + {}^3/_2H_2O + h_{x2}, \tag{19.33}$$

скорость параллельной реакции (19.33) учитывается параметром избирательности катализатора [8].

Зависимости вида (19.29) или (19.30) для определения теплообмена при наличии гетерогенных химических реакций можно использовать для расчета различных химических реакторов.

19.3. Равновесный пограничный слой

В большинстве случаев процессы термической диссоциации — рекомбинации можно рассматривать в приближении локального химического равновесия. При этом состав реагирующей среды в каждой точке пограничного слоя определяется локальной температурой. Решение уравнения (3.13) значительно упрощается, если использовать эффективные значения коэффициента теплопроводности λ^* и теплоемкости c_p^* для химически реагирующей среды (гл. 2), и сводится к учету влияния переменности физических свойств теплоносителя на теплообмен. Однако и в равновесном пограничном слое можно разграничить роль молекулярной теплопроводности и атомарной диффузии в процессе теплообмена, если описывать теплообмен зависимостью вида (19.12) или (19.13).

В такой постановке задачи теплообмен при обтекании передней критической точки высокотемпературным диссоциированным ламинарным потоком воздуха, находящимся в равновесном состоянии, впервые был исследован в работе [3]. Расчет теплообмена проведен в интервале чисел $\mathrm{Le} = 1{,}0 \div 2{,}0$ в предположении его постоянства поперек пограничного слоя. Получено, что теплообмен в этих условиях описывается уравнением вида (19.12) или (19.13) при величине параметра

$$\Lambda = \mathrm{Le}^{0{,}52}, \tag{19.34}$$

которая впоследствии была подтверждена как теоретическими, так и экспериментальными работами других авторов.

Величина параметра Λ для ламинарного теплообмена продольно-обтекаемой пластины потоком бинарного диссоциированного газа определена в работе [9]. Получено, что в определенном диапазоне числа Le она соответствует зависимости (19.34) (рис. 19.2). Расчеты показывают, что, кроме числа Le, на величину параметра Λ влияют и переменные физические свойства потока. При степенных зависимостях физических свойств от температуры выражения для параметра Λ в бинарной смеси реагирующих газов даны в работе [9]. При более сложных температурных зависимостях физических свойств этот вопрос рассмотрен в работе [4].

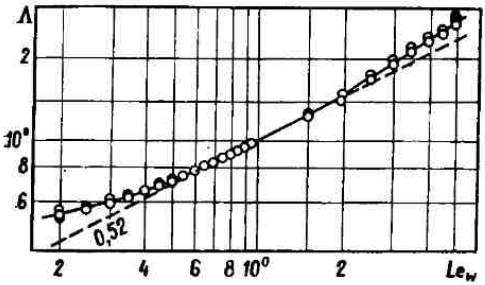
Выражения параметра Λ, полученные для бинарной смеси, можно использовать и при обтекании пластины многокомпонентным потоком диссоциированных продуктов сгорания [4, 10]. С учетом теплофизических свойств продуктов сгорания и значений числа Le (см. гл. 2) в случае ламинарно-обтекаемой пластины диссоциированными продуктами сгорания следует пользоваться зависимостью

$$\Lambda = \mathrm{Le}_w^l \left(\frac{\mathrm{Le}_f}{\mathrm{Le}_w}\right)^n \left(\frac{c_{pf}}{c_{pw}}\right)^{-0{,}52}, \tag{19.35}$$

где

$$l = 0{,}52 + 0{,}078 \ln \mathrm{Le}_w, \qquad n = 0{,}29 + 0{,}12 \ln \mathrm{Le}_w.$$

Зависимость (19.35) подтверждена нами экспериментально [11]. Значения параметра Λ, определенные по уравнению (19.35) в зависимости от температуры потока продуктов сгорания, приведены на рис. 19.3. Экспериментально исследовалась также средняя теплоотдача цилиндра, поперечно-обтекаемого потоком диссоциированных продуктов сгорания [12]. При температурах потока, превышающих 2000 К (т. е. выше температуры начала заметной диссоциации), экспериментальные значения коэффициента теплоотдачи



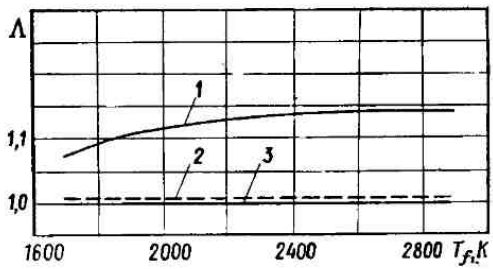
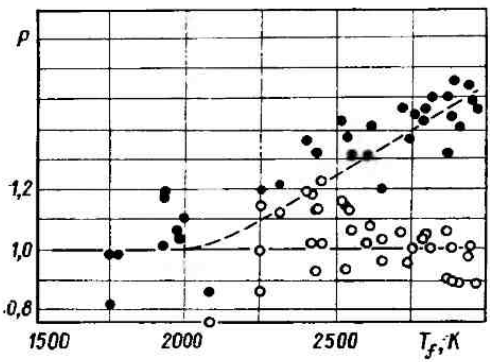


РИС. 19.2. Зависимость параметра Λ от числа Льюиса Le

Кружки — данные для равновесной бинарной смеси, ламинарно обтекающей плоскую поверхность, пунктир — по данным работы [3]

РИС. 19.3. Зависимость параметра Λ от температуры равновесных продуктов сгорания, обтекающих плоскую поверхность

Расчет для ламинарного (*1*) и турбулентного (*2*) обтекания, экспериментальные данные для турбулентного обтекания по работе [11] (*3*)



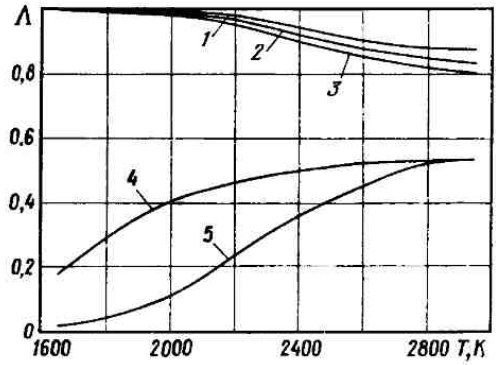


РИС. 19.4. Зависимость теплообмена цилиндра от температуры равновесных продуктов сгорания

Черные кружки — обобщение по температурному перепаду $P = \alpha_\Sigma/\alpha$, светлые — по перепаду полных энтальпий $P = \overset{*}{\alpha}_\Sigma/\alpha$

РИС. 19.5. Зависимость параметра Λ от температуры равновесных продуктов сгорания при стабилизированном турбулентном теплообмене в круглой трубе

1—3 — расчет при определяющей температуре потока на оси трубы при $\mathrm{Re}_f = 7{,}5\cdot10^3$, $1{,}5\cdot10^4$, $3\cdot10^4$ соответственно; *4*, *5* — расчет и эксперимент соответственно при определяющей среднемассовой температуре потока в определенном сечении трубы

α_Σ, определенного через перепад температур, значительно отличаются от коэффициента чисто конвективной теплоотдачи α. Использование коэффициента теплоотдачи $\overset{*}{\alpha}_\Sigma$, определенного через перепад полных энтальпий, позволяет в первом приближении полностью учесть энергию рекомбинации в процессе теплообмена (рис. 19.4) при величине параметра Λ, близкой к 1.

В отличие от ламинарного обтекания при турбулентном обтекании пластины потоком равновесных продуктов сгорания при числах $\mathrm{Re}_f > 2\cdot10^5$ параметр Λ, согласно расчетным данным, практически не зависит от значе-

ния числа Le и от изменения физических свойств в пограничном слое, поэтому можно принять

$$\Lambda = 1. \tag{19.36}$$

В этом случае уравнение теплообмена (19.13) принимает вид

$$\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{*} = \mathrm{Nu}, \tag{19.37}$$

т. е. теплообмен можно описать обычными зависимостями для нереагирующей смеси, если коэффициент теплоотдачи определяется по перепаду полных энтальпий (19.10).

Такой вывод согласуется с экспериментальными данными по теплообмену пластины и начального участка прямоугольного канала при турбулентном течении диссоциированных продуктов сгорания [11], с данными экспериментального исследования турбулентного обтекания передней критической точки, полученными С. Н. Шориным и др. [13], и с результатами расчетов в работах [4, 14] (рис. 19.3).

Величина параметра Λ мало отличается от единицы и в случае теплоотдачи стабилизированного турбулентного потока диссоциированных продуктов сгорания в круглой трубе [15], если за определяющую температуру принята температура потока на оси трубы (рис. 19.5). Однако при обобщении данных по среднемассовой температуре потока параметр Λ меньше единицы.

Результаты экспериментального исследования теплообмена различных по глубине рядов пучков труб различной компоновки [4], обтекаемых диссоциированным равновесным потоком продуктов сгорания при $\mathrm{Re}_f < 10^3$, показывают, что теплоотдача труб почти не зависит от степени диссоциации потока, если коэффициент теплоотдачи определяется через перепад полных энтальпий. Это свидетельствует о том, что параметр Λ в данном случае теплообмена близок к 1.

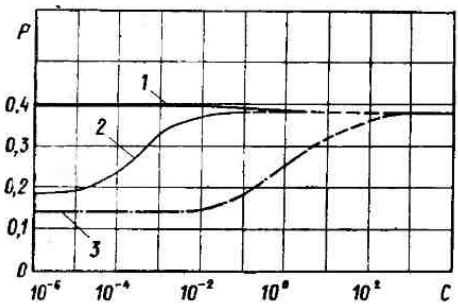
Таким образом, при $\Lambda = 1$ при равновесии реакций теплоотдачу (независимо от условий обтекания) можно определить по общепринятым уравнениям конвективного теплообмена, если коэффициент теплоотдачи определять по перепаду полных энтальпий.

Имеются и другие методы учета влияния равновесных химических реакций на теплообмен. В работе Б. С. Петухова и В. Д. Виленского [16] для учета влияния на теплообмен и трение равновесных химических реакций в диссоциированном потоке воздуха введены некоторые функции от полных энтальпий. В работе В. И. Макарявичюса [4] для этого предлагается использовать зависимости, в которых переменность теплофизических свойств учитывается путем использования их эффективных значений.

19.4. Пограничный слой при наличии химических реакций конечной скорости

Основной особенностью пограничного слоя при конечных скоростях химических реакций является соизмеримость характерных времен последних τ_x и характерных времен пребывания реагирующей среды в зоне реакции τ. Состояние такой среды, согласно работе [3], можно охарактеризовать параметром скорости рекомбинации C, представляющим собой отношение этих времен:

$$C = \tau/\tau_x. \tag{19.38}$$



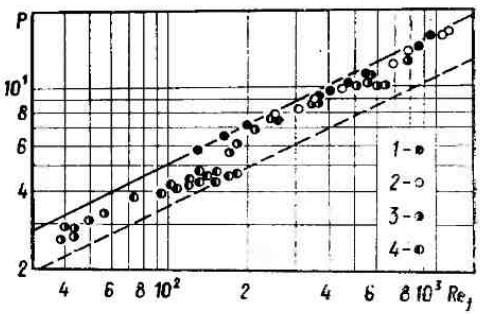


РИС. 19.6. Зависимость фактора теплообмена от параметра рекомбинации в потоке [3]

1 — полный тепловой поток к каталитической стенке, *2* — к некаталитической стенке, *3* — часть теплового потока, передаваемого к каталитической стенке теплопроводностью. $P = \mathrm{Nu}/\mathrm{Re}^{0,5}$

РИС. 19.7. Теплообмен поперечно-обтекаемого цилиндра в потоке продуктов сгорания при разном времени контакта реагирующего потока с поверхностью ($\tau = 10^3\ d/U_0$)

1 — $\tau > 0{,}1$; *2* — $\tau = 0{,}05 \div 0{,}1$; *3* — $\tau = 0{,}002 \div 0{,}05$; *4* — $\tau < 0{,}002$. Сплошная линия — по (19.40); $\Phi = 1$; пунктир — то же, $\Phi = 0$. $P = \mathrm{Nu}^*_{\Sigma f}/\mathrm{Pr}_f^{0,37}$

В зависимости от величины параметра C теплоотдача диссоциированного потока изменяется от значения, соответствующего равновесному пограничному слою, до значения, соответствующего замороженному пограничному слою при отсутствии химических реакций на поверхности (рис. 19.6) [3]. Если для описания теплообмена при конечных скоростях реакций использовать уравнения вида

$$\mathrm{Nu}_\Sigma = \mathrm{Nu}\left(1 + \Phi\Lambda\frac{\Delta h_x}{\Delta h_T}\right), \tag{19.39}$$

$$\mathrm{Nu}^*_\Sigma = \mathrm{Nu}\left[1 + (\Phi\Lambda - 1)\frac{\Delta h_x}{\Delta h}\right], \tag{19.40}$$

то величина параметра Φ в зависимости от величины параметра C будет лежать в интервале $0 < \Phi < 1$. Это означает, что в уравнениях (19.39), (19.40) условиям обтекания поверхности, на которой не происходят химические реакции, замороженным потокам соответствует значение параметра $\Phi = 0$, а равновесному течению — $\Phi = 1$.

Для определения параметра Φ при любых значениях параметра C нужны данные о кинетике химических реакций и условиях обтекания поверхности. Однако для большинства реагирующих сред при разных температурах и давлениях такие данные отсутствуют. При известной кинетике химических реакций зависимость параметра Φ от C можно рассчитать. Например, для диссоциированного воздуха в определенном интервале температур и при условии обтекания передней критической точки зависимость параметра Φ от C можно определить по кривым, приведенным на рис. 19.6. Если же кинетика химических реакций неизвестна, эмпирическое выражение для оценки параметра Φ можно найти из анализа экспериментальных данных о теплообмене, полученных в реагирующей среде при неравновесных условиях обтекания. Экспериментальное исследование теплообмена при поперечном обтекании одиночного цилиндра неравновесным потоком диссоциированных продуктов сгорания выполнено в ИФТПЭ. Неравновесные условия обтекания создавались уменьшением времени контакта $\tau = d/U_0$ путем увеличения скорости потока

U_0 и уменьшения диаметра обтекаемого цилиндра d. Если результаты экспериментов, проведенных в условиях равновесия, следуют зависимости (11.43), то при сокращении времени контакта наблюдается уменьшение теплообмена (рис. 19.7). При анализе этих экспериментальных данных, выполненном на основе зависимости (19.40), получено, что параметр неравновесности Ф в данном случае выражается эмпирической зависимостью

$$\Phi = (1 + 0{,}1296\, F^{-0{,}753})^{-1}, \tag{19.41}$$

где

$$F = 10^{10} \frac{d}{U_0} \exp\left(-\frac{3 \cdot 10^4}{T_f}\right). \tag{19.42}$$

Учет уравнения (19.41) в (19.40) обеспечивает хорошее совпадение опытных данных с зависимостью (11.42) для нереагирующего потока.

Аналогичная методика обобщения результатов теплообмена при турбулентном течении в трубе неравновесного потока диссоциированной четырехокиси азота N_2O_4 использована Б. С. Петуховым с сотр. в работе [17].

Влияние неравновесности реагирующего потока на теплообмен можно учесть и другими методами. Так, в работе [4] параметр Ф введен в уравнения для определения некоторых эффективных интегральных свойств теплоносителя — коэффициентов теплопроводности $\hat{\lambda}$ и теплоемкости $\hat{c}_p$. Но и в данном случае зависимость для Ф, полученная при анализе экспериментальных данных, в принципе совпадает с зависимостью (19.41).

Вопросы теплообмена в химически неравновесных потоках приобретают важное практическое значение в связи с возможностью использования этих процессов в химической технологии.

Глава 20

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА С ИЗЛУЧЕНИЕМ

20.1. Основные определения и законы равновесного излучения

В теплообменных аппаратах наряду с конвективным переносом энергии важную роль играет перенос энергии излучением. Перенос энергии излучением имеет принципиальное отличие от переноса энергии кондукцией или конвекцией. Если перенос энергии кондукцией и конвекцией в любой точке среды характеризуется локальными градиентами температуры, то перенос энергии излучением зависит от распределения температуры во всем объеме. Такой интегральный характер переноса излучения связан с природой носителей энергии излучения. Носителями энергии излучения являются электромагнитные волны, спектр частот которых соответствует энергетическим уровням частиц среды. Так, при больших температурах газов ($T > 3000$ К) процессы излучения обусловлены переходами электронов с одних энергетических уровней на другие, при которых газы излучают или поглощают в ультрафиолетовой, видимой и ближней инфракрасной областях спектра. При умеренных температурах ($T < 3000$ К) процессы переноса энергии излучением в основном обусловливаются переходами между связанными атомными или молекулярными состояниями от одного энергетического уровня к другому. Эти связанно-связанные переходы сопровождаются поглощением или испусканием фотона атомом или молекулой газа. Коэффициент поглощения при таком процессе представляет собой пикообразную функцию от энергии фотона. т. е. соответствует линейчатому спектру. Поскольку при связанно-связанных переходах в молекулярных газах одновременно изменяются вращательное и колебательное состояния молекул, то образуются колебательно-вращательные полосы, состоящие из множества перекрывающихся линий. Эти полосы находятся в диапазоне спектра от 15 до 20 мкм. Полосы чисто вращательных линий находятся в дальней инфракрасной области спектра (от 20 до 1000 мкм).

Теория переноса излучения основана на понятии локального термодинамического равновесия, т. е. предполагается, что в любом элементарном объеме состояние газа можно характеризовать его температурой T. Понятие о локальном термодинамическом равновесии необходимо и для определения переносных свойств теплового излучения. Справедливость допущения о локальном термодинамическом равновесии детально рассмотрена в работах [1, 2].

Равновесное излучение энергии можно описать с помощью фотонов, энергия которых всегда равна $h\nu$, где h — постоянная Планка ($h = 6{,}6256 \times 10^{-27}$ эрг·с), а ν — частота излучения. Частоту излучения можно также охарактеризовать длиной волны λ или волновым числом $\omega = 1/\lambda$. Эти параметры связаны между собой соотношением

$$\nu = c/\lambda = c_0/n_\omega\lambda = c_0\omega/n_\omega, \tag{20.1}$$

где c_0 — скорость света в вакууме ($c_0 = 2{,}9979 \cdot 10^{10}$ см/с), а n_ω — показатель преломления среды, в которой распространяется излучение. Для газов $n_\omega \approx 1$.

В теплофизике в качестве основной характеристики поля излучения используется спектральная интенсивность излучения I_ω. Тогда количество энергии, проходящее в направлении $\mathbf{r}$ через единицу поверхности dA, перпендикулярной этому направлению, в телесном угле $d\Omega$, в интервале волновых чисел $d\omega$ за время dt, будет следующим:

$$dE \equiv I_\omega (A, \mathbf{r}, t)\, d\Omega\, d\omega\, dt\, (\mathbf{N}\mathbf{r})\, dA. \tag{20.2}$$

Количество энергии излучения, приходящееся на единицу объема и единицу интервала частот, называется объемной спектральной плотностью энергии излучения:

$$U_\omega \equiv \frac{1}{c} \int_0^{4\pi} I_\omega\, d\Omega. \tag{20.3}$$

Спектральный радиационный тепловой поток $q_{\text{р},\omega}$ представляет собой плотность результирующего потока энергии излучения, проходящего через поверхность, произвольно ориентированную относительно системы координат (рис. 20.1); он равен

$$q_{\text{р},\omega} = \int_0^{\Omega=4\pi} I_\omega \cos\Theta\, d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} I_\omega \cos\Theta \sin\Theta\, d\varphi, \tag{20.4}$$

где φ — азимутальный угол.

Все спектральные величины, проинтегрированные по всему спектру, называются интегральными или полными. Так, интегральная интенсивность излучения

$$\hat{I} = \int_0^\infty I_\omega\, d\omega, \tag{20.5}$$

а полный радиационный тепловой поток

$$q_\text{р} = \int_0^\infty q_{\text{р},\omega}\, d\omega \tag{20.6}$$

и т. п.

Распределение энергии излучающего тела по частотам связано как с температурой, так и с физической структурой тела. Однако существуют условия, в которых спектральное распределение энергии зависит лишь от температуры T и соответствует максимально возможному тепловому излучению при этой температуре. Такое излучение называется равновесным или излучением абсолютно черного тела. Спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела описывается законом излучения Планка:

$$B(T) = \frac{2c_0^2\omega^3 h}{\exp(c_0\omega h/kT) - 1}, \tag{20.7}$$

где $k = 1{,}38054 \cdot 10^{-16}$ эрг/К — постоянная Больцмана.

Согласно функции Планка (20.7), спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела для любой частоты растет с увеличением абсолютной

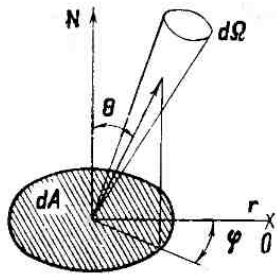


РИС. 20.1. К определению радиационного теплового потока

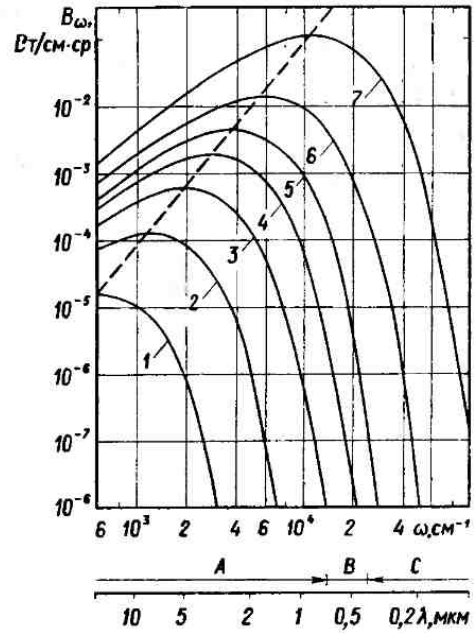


РИС. 20.2. Распределение спектральной интенсивности излучения абсолютно черного тела в вакууме при разных температурах T

1 — 300, *2* — 600, *3* — 1000, *4* — 1500, *5* — 2000, *6* — 3000, *7* — 6000 К. Пунктир — волновые числа, соответствующие максимуму излучения при данной температуре. *A* — инфракрасная область (0,7—1000 мкм), *B* — видимая область (0,4—0,7 мкм), *C* — ультрафиолетовая область спектра

температуры (рис. 20.2). Кроме того, каждой температуре соответствует частота, при которой интенсивность излучения максимальна. Положение максимума интенсивности излучения определяется законом смещения Вина:

$$\lambda_{\max} T = \frac{T}{\omega_{\max}} = 2897{,}6 \text{ мкм} \cdot \text{К}. \tag{20.8}$$

Так как интенсивность излучения абсолютно черного тела является только функцией температуры, то объемная спектральная плотность энергии его излучения

$$U_{B,\omega} = \frac{1}{c_0} \int_0^{4\pi} B(T)\, d\Omega = \frac{4\pi B(T)}{c_0}. \tag{20.9}$$

Интегральная объемная плотность энергии излучения абсолютно черного тела

$$\hat{U}_B = \int_0^\infty U_{B,\omega}\, d\omega = \frac{4\pi}{c_0} \int_0^\infty B(T)\, d\omega = \frac{4\sigma}{c_0} T^4, \tag{20.10}$$

где

$$\sigma \equiv \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c_0^2} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4) \tag{20.11}$$

— постоянная Стефана—Больцмана.

Соответственно полная энергия излучения абсолютно черного тела, испускаемая в единицу времени единичной поверхностью,

$$q_{\text{р},B} = \frac{c_0}{4} \hat{U}_B = \sigma T^4 \tag{20.12}$$

называется интегральной плотностью потока излучения абсолютно черного тела.

На практике абсолютно черное тело реализуется внутри вакуумированной полости с равномерно прогретой поверхностью ($T = \text{const}$), имеющей небольшое отверстие (рис. 20.3). Ввиду малости отверстия выходящее из полости излучение не может нарушить ее термодинамического равновесия.

Для изолированных изотермических полостей, заполненных различными однородными средами, находящимися в термодинамическом равновесии, действителен закон Кирхгофа, по которому:

а) излучение однородно, изотропно и неполяризованно,

б) отношение I_ω/n_ω является постоянной величиной для всех сред,

в) спектральная интенсивность излучения равна отношению массовых коэффициентов излучения и поглощения ($I_\omega = j_\omega/\varkappa_\omega$),

г) величина $j_\omega/n_\omega^2\varkappa_\omega$ является постоянной для всего объема в такой полости и равна интенсивности излучения абсолютно черного тела.

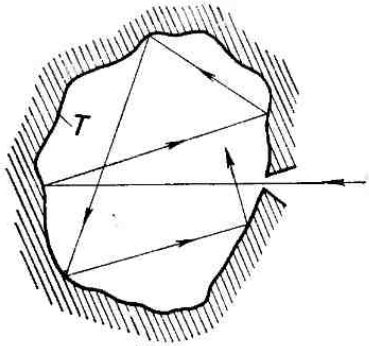


РИС. 20.3. Модель абсолютно черного тела

Из последнего утверждения следует равенство

$$j_\omega = n_\omega^2 \varkappa_\omega B(T), \qquad (20.13)$$

которое положено в основу уравнения переноса излучения (3.14). Уравнение действительно в приближении локального термодинамического равновесия.

Массовый коэффициент излучения j_ω и массовый коэффициент поглощения $\varkappa_\omega$ характеризуют «переносные свойства» излучающих сред и в расчетах переноса тепла излучением играют такую же роль, как и коэффициент теплопроводности в процессе переноса тепла или коэффициент вязкости в процессе переноса импульса.

Излучение реальных тел отличается от законов излучения абсолютно черных тел. При исследовании процессов переноса излучения необходимо учитывать взаимодействие излучения с границей двух сред. При макроскопическом исследовании процессов переноса излучения рассматривается не поведение каждого луча на границе раздела двух сред в отдельности, а поведение статистически большого количества лучей. В связи с этим все поверхности делятся на оптически гладкие и оптически шероховатые. На практике большинство поверхностей не являются оптически гладкими. Их оптические характеристики описываются феноменологическими коэффициентами, характеризующими поглощательную, отражательную и излучательную способности поверхности. Для многих поверхностей весьма реально диффузионное приближение, когда отражаемая или излучаемая энергия распределяется равномерно по всем направлениям. Это приближение применяется во всех задачах, рассмотренных в настоящей работе.

При описании оптических свойств поверхностей между коэффициентами поглощательной (a_ω), отражательной (r_ω) и пропускательной (t_ω) способностей существует зависимость

$$a_\omega + r_\omega + t_\omega = 1. \qquad (20.14)$$

В условиях термодинамического равновесия поверхности со средой

$$a_\omega = e_\omega, \tag{20.15}$$

где e_ω — излучательная способность.

Для непрозрачной поверхности $t_\omega = 0$. Для абсолютно черной поверхности коэффициенты отражательной и пропускательной способностей равны нулю, следовательно,

$$a_\omega = e_\omega = 1. \tag{20.16}$$

Спектральная интенсивность излучения абсолютно черной поверхности определяется по формуле

$$I_\omega (T_w) = n_\omega^2 B (T_w). \tag{20.17}$$

Для нечерной, но непрозрачной поверхности спектральная интенсивность на стенке равна

$$I_\omega (T_w) = n_\omega^2 e_\omega B (T_w) = n_\omega^2 (1 - r_\omega) B (T_w). \tag{20.18}$$

Для большинства инженерных задач об излучении в газовых средах показатель преломления n_ω очень близок к единице и его влиянием можно пренебречь.

Рекомендации по определению оптических свойств твердых тел можно найти в работах [3—8].

20.2. Коэффициенты поглощения непрерывного и линейчатого излучения в газах

При высоких температурах происходят диссоциация и ионизация молекул или атомов газа. Излучение такого высокотемпературного газа или плазмы обусловлено рядом элементарных процессов, называемых свободно-свободными или связанно-свободными переходами. Так как электроны или ионы в первоначальном состоянии могут приобрести любую кинетическую энергию, то коэффициент поглощения таких процессов является ее непрерывной функцией. Такое непрерывное излучение высокотемпературных газов, как правило, приходится на ультрафиолетовую или видимую область спектра. Вследствие связанно-связанных переходов на непрерывный спектр коэффициентов поглощения накладываются линии или полосы дискретного спектра.

Расчеты коэффициента поглощения или излучения в непрерывном спектре относятся к квантовой физике. Они выполнены только для атомов относительно простой структуры. В связи с этим в данной работе ограничимся рассмотрением лишь основных процессов, которые приводят к поглощению или к излучению.

Процесс поглощения при свободно-свободных переходах между двумя состояниями электрона, происходящий при их взаимодействии с полем заряженных или нейтральных частиц, можно представить в следующем виде:

$$\mathrm{M} + e^- + h\nu \rightarrow \mathrm{M} + e^-, \tag{20.19}$$

где $h\nu$ может принимать положительное значение, а M — быть положительным или отрицательным ионом, а также атомом или молекулой. Соответственно эти процессы называются тормозным излучением в поле положительного иона, в поле отрицательного иона или в поле нейтральных частиц. Коэф-

фициент поглощения таких процессов — непрерывная функция (рис. 20.4).

Большой вклад в непрерывную функцию коэффициента поглощения вносят также связанно-свободные переходы, при которых поглощение фотона атомом или молекулой приводит к фотоионизации или к фотодиссоциации атома или молекул. Возможны и обратные процессы, называемые фоторекомбинацией.

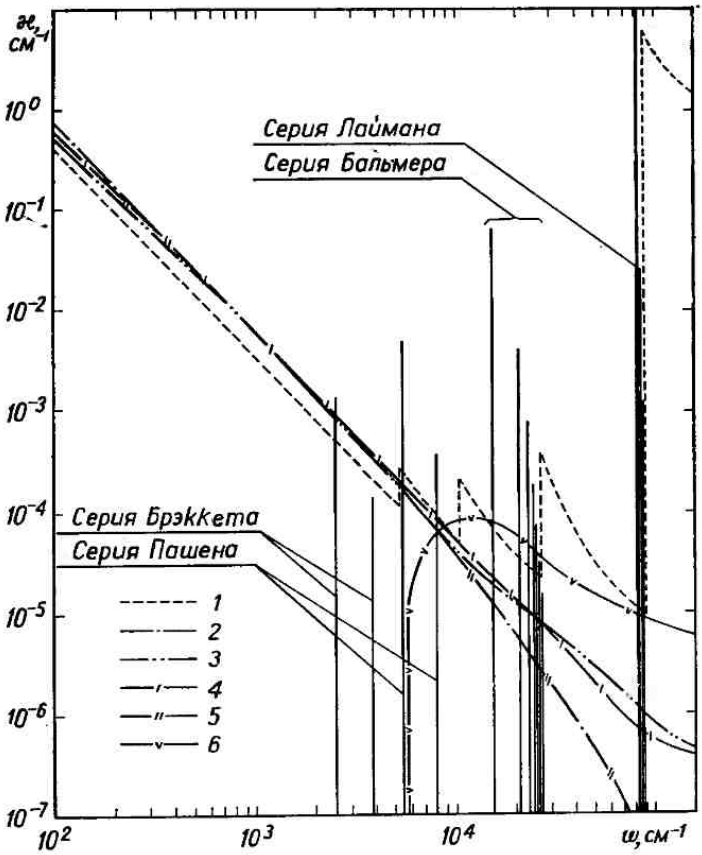


РИС. 20.4. Зависимость коэффициента поглощения $\varkappa$ водорода от волнового числа ω при $p = 0{,}101$ МПа и $T = 10\,000$ К для отдельных радиационных процессов

1 — фотоионизация атомов;
2—5 — тормозное излучение в полях положительных ионов, атомов, молекул и отрицательных ионов соответственно;
6 — фотоионизация отрицательных ионов.

Вертикальные отрезки указывают серии спектральных линий

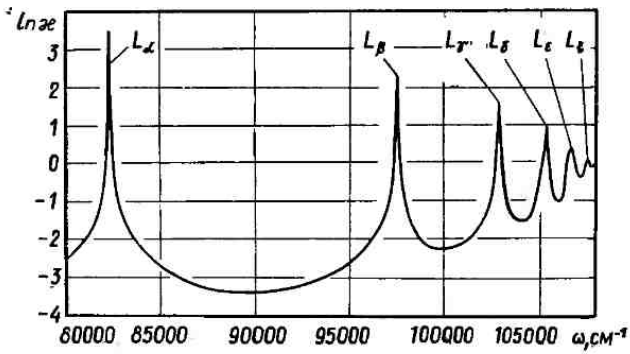


РИС. 20.5. Коэффициент поглощения в спектральных линиях серии Лаймана в водороде при температуре 10 000 К и давлении 0,101 МПа

Процесс поглощения, обусловленный связанно-свободными переходами (или фотоионизацией) в атоме, можно представить в виде

$$M + h\nu \rightarrow M^{+} + e^{-}, \tag{20.20}$$

где энергия фотона должна превышать энергию ионизации. Коэффициент поглощения такого процесса описывается пилообразной функцией (рис. 20.4). Пороги коэффициента поглощения соответствуют энергии ионизации для каждого начального энергетического состояния. Связанно-свободные переходы, вызываемые меньшим изменением энергии, чем энергия ионизации, запрещены.

Важным процессом также является фотоотрыв электрона от отрицательных ионов, представляемый в виде

$$M^{-} + h\nu \rightarrow M + e^{-}. \tag{20.21}$$

Процесс, обратный свободно-связанному переходу и называемый фоторекомбинацией, представляется в следующем виде:

$$M^{+} + e^{-} \rightarrow M + h\nu, \qquad M + e^{-} \rightarrow M^{-} + h\nu, \tag{20.22}$$

где M — любой атом. Отличительной чертой этих процессов является индуцированное излучение, соответствующее следующим процессам:

$$M^{+} + e^{-} + h\nu \rightarrow M + 2h\nu, \qquad M + e^{-} + h\nu \rightarrow M^{-} + 2h\nu. \tag{20.23}$$

Последние процессы детально исследованы в связи с их важностью при излучении высокотемпературного воздуха [2, 9, 10].

Процессы излучения, вызываемые электронными переходами, соответствуют линейчатому спектру. Например, спектральные линии, соответствующие электронным переходам в атоме водорода, объединяются в несколько серий, называемых серией Лаймана ($n_2 = 1, n_1 = 2, 3, \ldots$), серией Бальмера ($n_2 = 2,\ n_1 = 3, 4, \ldots$), серией Пашена ($n_2 = 3, n_1 = 4, 5, \ldots$), серий Брэкета ($n_2 = 4,\ n_1 = 5, 6, \ldots$) и т. д.

В плотной плазме контур линий в основном определяется линейным эффектом Штарка. Характерная зависимость контура линий от волновых чисел представлена на рис. 20.5.

Электроны в молекулах могут принадлежать как одному атому, так и нескольким соседним атомам. Такие электроны часто встречаются в органических многоатомных молекулах. Их электронное состояние трудно описать с помощью квантовых чисел. Кроме того, необходимо учитывать взаимодействие электронных, колебательных и вращательных состояний. Вследствие этого электронные спектры молекул, как правило, очень сложны. Однако в переносе энергии эти процессы не играют существенной роли.

Суммарный коэффициент поглощения плазмы определяется как сумма коэффициентов поглощения в непрерывном спектре и в линиях:

$$\varkappa_{\omega} = \sum_i \varkappa_{ff,\,i} + \sum_i \varkappa_{bf,\,i} + \sum_i \varkappa_{l,\,i}. \tag{20.24}$$

Соответственно спектральная оптическая толщина слоя газов, излучающих в непрерывном и линейчатом спектрах, определяется выражением, соответствующим закону Бэра:

$$\tau_0^R = \int_0^R \varkappa_{\omega}\, dr. \tag{20.25}$$

Сводка зависимостей для определения коэффициента поглощения водородной плазмы дана в работе [11], а коэффициента поглощения аргона — в работе [12]. Наиболее детально коэффициент поглощения воздушной плазмы исследован в работе [10].

20.3. Излучение в полосах молекулярных газов

При умеренных температурах ($T < 3000$ К) основной вклад в перенос энергии излучением вносят молекулярные газы. Поглощение и излучение молекулярных газов сосредоточены в сравнительно узких интервалах спектра, называемых колебательно-вращательными полосами, которые находятся в основном в инфракрасной области спектра.

Каждая колебательно-вращательная полоса состоит из некоторого набора спектральных линий, которые можно характеризовать их положением (например, волновым числом центра линии ω_0). Наиболее простую структуру имеют полосы поглощения двухатомных молекул. Поскольку в основе микроскопического механизма молекулярного спектра лежит представление о вращательном и колебательном движении молекулы, то для количественного описания структуры полос поглощения двухатомных молекул можно использовать разные модели молекул (модель жесткого ротатора, модель ангармонического осциллятора и т. п.) [13]. Спектры линейных (CO_2) и нелинейных (H_2O, SO_2) трехатомных молекул отличаются значительно большей сложностью. Так, инфракрасный спектр CO_2, образованный колебательно-вращательными переходами, при комнатной температуре состоит примерно из десятка полос. С ростом температур появляются новые линии и спектр поглощения дополнительно усложняется [14]. Спектр водяного пара еще более сложен, чем спектр CO_2, а его расчет слишком сложен даже для современных ЭВМ. Кроме того, определенный таким образом коэффициент поглощения практически невозможно использовать, так как интегрирование по спектру требует огромных затрат времени ЭВМ. Поэтому при практических расчетах излучения используются модели групп линий, приближенно описывающие свойства реального спектра в небольших интервалах волновых чисел (от 10 до 50 см$^{-1}$).

Любой узкий интервал спектра в пределах полосы образован множеством спектральных линий (рис. 20.6). Для приближенного описания спектральных свойств в узком интервале частот предложено большое количество разных моделей [7—9, 13, 15—18]. Наиболее широкое применение

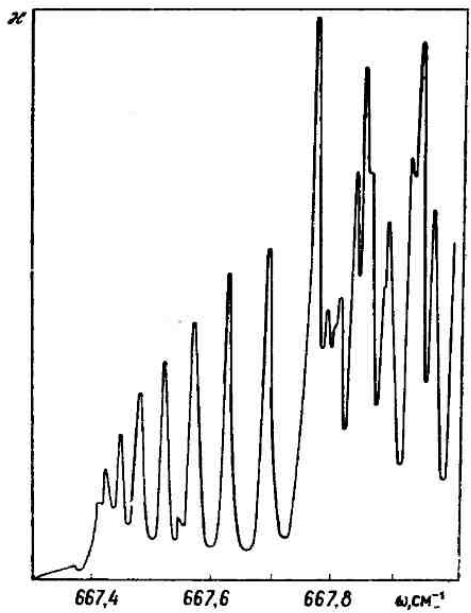


РИС. 20.6. Пример вращательной структуры участка полосы CO_2 в окрестности 15 мкм при $T = 1000$ К по данным работы [14]

Коэффициент поглощения — в произвольных единицах

получила статистическая модель Мейера—Гуди, в которой предполагается как случайное расположение линий в полосе, так и случайное распределение их интенсивности [13]. Модель Мейера—Гуди допускает, что линии в полосе имеют лоренцовский контур.

Согласно модели Мейера—Гуди, спектральное пропускание группы линий равно

$$D = \exp\left[-CR\left(1 + CR/\beta\right)^{-1/2}\right], \tag{20.26}$$

где первый параметр вращательной структуры полос

$$C \equiv S/d, \tag{20.27}$$

а второй —

$$\beta = \pi\gamma/d. \tag{20.28}$$

В выражениях (20.27) и (20.28) S — интенсивность линий, d — среднее расстояние между линиями в шкале волновых чисел, γ — полуширина спектральных линий в этой же шкале. Так как

$$D = \exp\left(-\tau\right), \tag{20.29}$$

модель Мейера—Гуди дает следующую зависимость для оптической толщины слоя изотермических молекулярных газов:

$$\tau = CR\left(1 + CR/\beta\right)^{-1/2}. \tag{20.30}$$

Широкое распространение модельного представления спектра привело к тому, что все экспериментальные работы по оптическим свойствам газов практически сводятся к определению параметров вращательной структуры C и β [9, 16]. При получении зависимости (20.26) используется предположение о том, что в рассматриваемом участке спектра $\Delta\omega$ можно учесть вклад далеких крыльев линий, не попадающих в диапазон волновых чисел $\Delta\omega$. В действительности для описания пропускания или поглощения в полосе используются различные частотные зависимости $C(\omega)$ и $\beta(\omega)$.

В наиболее широко используемой модели широких полос Эдвардса допускается, что расстояние между линиями в полосе d мало зависит от волнового числа. Для первого параметра вращательной структуры полос принята произвольная частотная зависимость в виде экспоненциальной огибающей полосы [9, 19]:

$$C = C_0 \exp\left[-\left|\omega - \omega_0\right|/A_0\right]. \tag{20.31}$$

Параметры корреляции C_0 и A_0 определяются через некоторые температурные функции, отражающие, в сущности, три области изменения закона поглощения в зависимости от оптической длины пути: линейную, квадратного корня и логарифмическую.

Любые аналитические выражения огибающих полос весьма далеки от реальности. Основное их достоинство состоит в том, что они дают возможность точного или приближенного интегрирования по спектру в пределах полосы [20]. Однако при этом возникают определенные сложности при учете перекрытий полос разных газов. Этого недостатка нет у численных методов расчета поглощения или пропускания в полосах. Самой трудоемкой операцией при расчетах численными методами на ЭВМ является интегрирование по спектру. Для оптимальности расчета требуются простые зависимости для определения оптических свойств среды. В таких расчетных схемах удобно

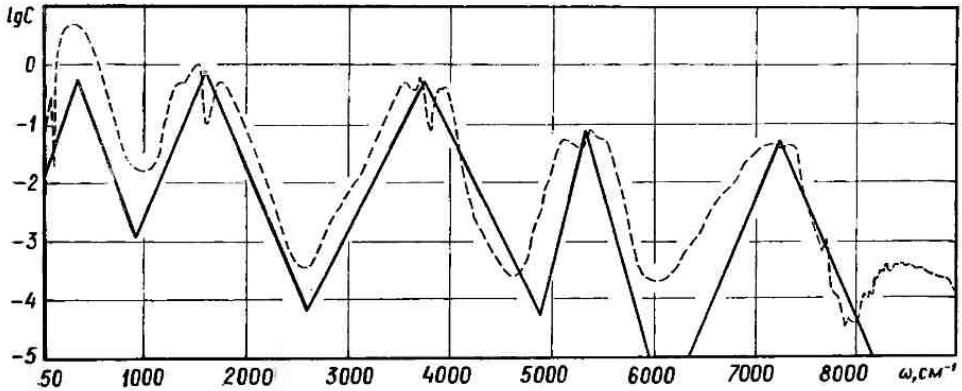


РИС. 20.7. Зависимость от волнового числа первого параметра вращательной структуры полос C для водяного пара при $T = 1000$ К согласно широкополосной модели Эдвардса (сплошная кривая) и данным работы [16] (пунктир)

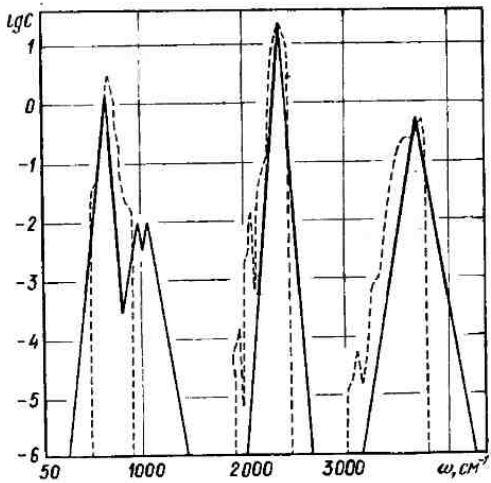


РИС. 20.8. Зависимость от волнового числа первого параметра вращательной структуры полос C для углекислого газа при $T = 1000$ К согласно широкополосной модели Эдвардса (сплошная кривая) и данным работы [16] (пунктир)

использовать многоступенчатые огибающие полос. Параметры корреляции для зависимости (20.31), соответствующие симметричной многоступенчатой огибающей полос, получены в работах [18, 21].

Общим недостатком всех перечисленных моделей является то, что все они содержат ряд параметров корреляции, определяемых по наилучшему соответствию имеющимся экспериментальным данным, следовательно, их применимость обоснована лишь в диапазоне параметров, охваченном экспериментами.

Наиболее детальные результаты экспериментального исследования оптических свойств H_2O, CO_2, CO, OH, NO и некоторых других газов приведены в работе [16]. Они затабулированы в зависимости от температуры и волновых чисел для интервалов волновых чисел до 10 см$^{-1}$. Однако для их использования необходимы мощные ЭВМ с большой оперативной памятью.

На рис. 20.7 и 20.8 сопоставляются зависимости от волнового числа для первого вращательного параметра полос водяного пара и углекислого газа. Несмотря на существенное отличие спектральных величин, интегральные характеристики излучения, даваемые разными моделями, совпадают в пределах точности экспериментов (~20—30%).

Основной особенностью оптических свойств молекулярных газов, имеющих полосы поглощения, является то, что для любого интервала волновых чисел величиной 10 см$^{-1}$ и более нельзя определить истинный коэффициент поглощения. Согласно модельным представлениям, для таких участков спектра можно получить лишь оптическую толщину слоя. При использовании статистической модели Мейера—Гуди оптическая толщина изотермического слоя в узком интервале спектра определяется по уравнению (20.30), которое, согласно работе [22], можно рассматривать как некоторую суперпозицию оптических толщин в приближении слабых и сильных линий. В приближении слабых линий оптическая толщина слоя

$$\tau_{сл} = CR, \tag{20.32}$$

а в приближении сильных линий —

$$\tau_{сил} = \sqrt{\beta CR}. \tag{20.33}$$

Нетрудно заметить, что выражение

$$\tau = \tau_{сл}\,(1 + \tau_{сл}^2/\tau_{сил}^2)^{-1/2} \tag{20.34}$$

соответствует оптической толщине, даваемой моделью Мейера—Гуди (20.30), и одновременно удовлетворяет предельным выражениям оптической толщины в приближении слабых и сильных линий.

В работе М. Тамониса [18] показано, что для слоя смеси изотермических молекулярных газов предельные выражения оптических толщин можно представить в виде

$$\tau_{сл} = \sum_{m=1}^{M} C_m R, \tag{20.35}$$

$$\tau_{сил} = \Big(\sum_{m=1}^{M} \beta_m C_m R\Big)^{1/2}, \tag{20.36}$$

где m соответствует суммированию по роду газа.

Для определения оптической толщины слоя неоднородных молекулярных газов в настоящее время в основном используются идеи приближения Кертиса—Годсона, согласно которым пропускательная способность неоднородного слоя заменяется пропускательной способностью эквивалентного слоя однородного газа [9, 13, 15—18, 23].

Согласно аппроксимации Кертиса—Годсона для неоднородной среды, параметры вращательной структуры полос осредняются по формулам

$$\tau_{сл} = \langle CR\rangle = \int_0^R C\,dr, \tag{20.37}$$

$$\tau_{сил} = \sqrt{\langle \beta CR\rangle} = \sqrt{\int_0^R \beta C dr}, \tag{20.38}$$

а истинная оптическая толщина определяется по уравнению (20.34).

20.4. Излучение полусферического слоя газов

В практических расчетах излучения пользоваться дифференциальным выражением для спектральной интенсивности не всегда удобно. Чаще всего используется интегральная форма уравнений интенсивности в виде [24]

$$I_\omega(r) = I_\omega(r_0)\exp(-\tau_{r_0}^r) + \int_0^{\tau_{r_0}^r} B(r_1)\exp(-\tau_{r_1}^r)\,d\tau_{r_1}^r, \qquad (20.39)$$

где r_0 — некоторая начальная точка на луче, в которой известна спектральная интенсивность $I_\omega(r_0)$, а оптическая толщина слоя между двумя точками r_1 и r вдоль луча равна

$$\tau_{r_1}^r = \int_{r_1}^{r} \varkappa_\omega\,dr_2. \qquad (20.40)$$

В случае молекулярных газов следует пользоваться выражением (20.34). Согласно уравнению (20.39), интенсивность излучения слоя газов вдоль луча (в отсутствие внешних источников) равна

$$I_\omega(r) = \int_0^{\tau_{r_0}^r} B(r_1)\exp(-\tau_{r_1}^r)\,d\tau_{r_1}^r, \qquad (20.41)$$

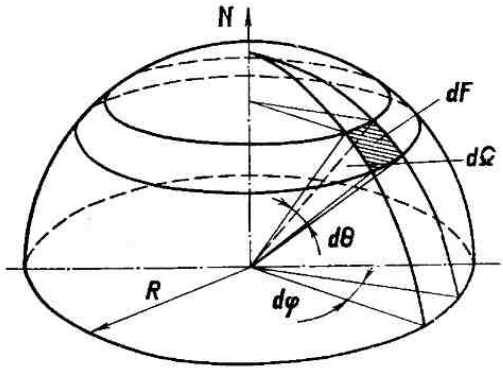


РИС. 20.9. К расчету излучения полусферы

а плотность радиационного теплового потока от изотермической и изотропной полусферы радиусом R, согласно уравнению (20.4) и (20.6) (рис. 20.9),—

$$q_p = \pi\int_0^\infty \int_0^{\tau_0^R} B(\tau)\exp(-\tau_{r_1}^R)\,d\tau_{r_1}^R = \pi\int_0^\infty B(T)\,[1-\exp(-\tau_0^R)]\,d\omega. \qquad (20.42)$$

Отношение плотности теплового потока собственного излучения слоя к радиационному тепловому потоку от абсолютно черной среды в теплотехнике называется степенью черноты или полной излучательной способностью газов:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{\sigma T^4}\int_0^\infty B(T)\,[1-\exp(-\tau_0^R)]\,d\omega. \qquad (20.43)$$

Полная излучательная способность является основной интегральной характеристикой оптических свойств газов. Она определяется по спектральным оптическим свойствам. Если пренебречь эффектом перекрытия полос и допустить, что функция Планка $B(T)$ в пределах полосы не зависит от волнового числа ω, то

$$\varepsilon \simeq \frac{\pi}{\sigma T^4}\sum_i B_i(T)\int_0^\infty [1-\exp(-\tau_0^R)]\,d\omega = \frac{\pi}{\sigma T^4}\sum_i B_i\hat{A}_i, \qquad (20.44)$$

где $\hat{A}_i$ — интегральное поглощение i-й полосы.

Полная излучательная способность газов, как правило, приводится в виде номограмм в зависимости от температуры и оптической плотности среды. Широкое применение получили номограммы для водяного пара, углекислого газа и окиси углерода, составленные Хоттелем [25]. В результате новых спектроскопических исследований номограммы полной излучательной способности многих газов были уточнены [16].

Интегральные оптические характеристики газов пока находят широкое применение в тепловых расчетах котельной техники и других теплотехнических установок, в которых спектральные особенности излучения объемов газов и их окружающих поверхностей несущественны. Наряду с этим появляются такие теплотехнические сооружения, как каналы МГД-генераторов, электродуговые подогреватели и т. п., в которых должны учитываться спектральные оптические свойства среды и окружающих поверхностей.

20.5. Одномерное приближение радиационного потока

Уравнение переноса лучистой энергии (3.14) содержит в себе функцию источника излучения $B(T)$ и коэффициент поглощения $\varkappa$, через которые интенсивность излучения I_ω связана с температурным полем. Таким образом, интенсивность излучения в любой точке можно определить только при совместном решении уравнений переноса излучения с уравнениями поля (температуры, концентрации и т. п.). В настоящее время такая задача еще трудно разрешима.

Важное значение в выяснении закономерностей переноса лучистой энергии имеют расчеты радиационного теплового потока при заранее заданных температурных и концентрационных полях (фундаментальная постановка задачи). Такие расчеты в общем случае должны основываться на уравнениях (3.14) и (20.4) с применением значений соответствующих оптических параметров среды и ограничивающих поверхностей. Расчет радиационного теплового потока изотермической среды в объемах сложной геометрической формы по этим уравнениям связан с большими математическими трудностями определения многократных интегралов. Поискам достаточно точных и простых методов расчета посвящены многочисленные исследования, обзоры которых приведены в работах [7, 8, 18, 24, 26—29]. Множество существующих методов расчета обусловлено весьма широким классом задач, в которых необходимо учитывать перенос излучения, начиная от излучения в звездах, атмосферах планет и кончая разными теплотехническими сооружениями, работающими как при криогенных, так и при высоких температурах.

Все существующие приближенные методы расчета излучения основаны либо на упрощении учета спектральных оптических свойств среды, либо на упрощении учета геометрических особенностей излучающей среды. К первой группе методов в первую очередь следует отнести все методики расчета излучения в приближении серого или квазисерого газа [26—29]. При детальном учете спектральных оптических свойств, как правило, приходится прибегать к приближенным методам при интегрировании выражения (20.4) по объему. Из таких методов наиболее широко применяется одномерное приближение радиационного теплового потока в объемах с некоторой степенью симметрии. Широко используется одномерное приближение в бесконечном плоскопараллельном слое и в цилиндрическом объеме бесконечной длины. При одномерном приближении предполагается, что изменение температуры в направлении одной из осей координат значительно больше, чем в направлении

других. В этих условиях учет некоторых свойств симметрии излучающего объема позволяет значительно упростить интегрирование по телесному углу.

При учете оптических свойств среды на уровне, изложенном в предыдущих разделах, реальные расчеты радиационного теплового потока можно осуществить лишь при значительных упрощениях.

При расчетах полного радиационного теплового потока q_p спектр делится на $(N-1)$ интервал произвольной длины, а каждый интервал — еще на

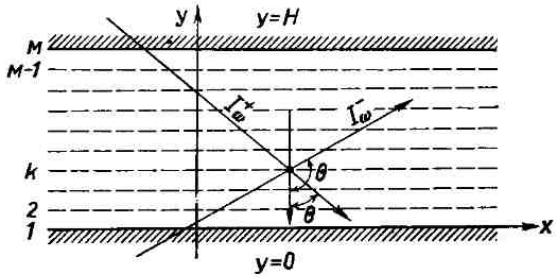


РИС. 20.10. К расчету излучения плоского слоя между бесконечными пластинами

$(L(n)-1)$ равных частей. Применение метода прямоугольников для интегрирования по спектру позволяет получить зависимость

$$q_p = \int_0^\infty q_{p,\omega}\, d\omega = \sum_{n=1}^{N-1} \frac{\omega_n - \omega_{n-1}}{L(n)-1} \sum_{i=1}^{L(n)-1} q_{p,\omega}. \qquad (20.45)$$

При одномерном приближении при расчете излучения в плоском слое между параллельными бесконечными пластинами (рис. 20.10) пренебрегается влиянием градиента температур по координате x по сравнению с градиентами температур по координате y. Это позволяет заменить интегрирование по азимутальному углу φ в уравнении (20.4) расчетом экспоненциальной интегральной функции

$$E_n(\tau) = \int_0^1 z^{n-2} \exp(-\tau/z)\, dz. \qquad (20.46)$$

Тогда спектральный поток излучения по координате y будет иметь вид [18]:

$$q_{p,\omega}(y) = q^w_{p,\omega}(y) + 2\pi \int_{\tau_0^y}^{\tau_0^H} B(\tau_1) E_2(\tau_y^{y_1})\, d\tau_1 - 2\pi \int_0^{\tau_0^y} B(\tau_1) E_2(\tau_{y_1}^y)\, d\tau_1, \qquad (20.47)$$

где спектральная оптическая толщина при излучении в континууме и линиях определяется согласно (20.25), а для сред с полосатым спектром — согласно (20.34).

В выражении (20.47) величина $q^w_{p,\omega}(y)$ соответствует потоку излучения в точке k, обусловленному излучением ограничивающих стенок. Для определения этой величины удобно разделить спектральную интенсивность излучения на две составляющие: связанную с лучами, направленными вверх,— I^-_ω, для которых угол Θ имеет значения от $\pi/2$ до π, и связанную с лучами, направленными вниз,— I^+_ω, для которых угол Θ имеет значения от 0 до $\pi/2$ (рис. 20.10). Тогда в случае абсолютно черных стенок ($a_\omega = 1$) поток, обус-

ловленный их излучением, определяется по уравнению

$$q^{w}_{\text{р},\,\omega}(y) = 2\pi\,[I^{+}_{H}E_3(\tau^{H}_{y}) - I^{-}_{0}E_3(\tau^{y}_{0})]. \qquad (20.48)$$

В более общем случае диффузно отражающих и излучающих стенок при учете затухания и отражения различных лучей величина этого потока определяется из выражения [18]

$$\begin{aligned} q^{w}_{\text{р},\,\omega}(y) = \frac{2\pi}{1 - 4r_{\omega,\,H}r_{\omega,\,0}E_3^2(\tau^{H}_{0})} \Big\{ & e_{\omega,\,H}I^{+}_{H}E_3(\tau^{H}_{y}) - e_{\omega,\,0}I^{-}_{0}E_3(\tau^{y}_{0}) + \\ & + e_{\omega,\,0}I^{-}_{0}E_3(\tau^{H}_{0})\,2r_{\omega,\,H}E_3(\tau^{H}_{y}) - e_{\omega,\,H}I^{+}_{H}E_3(\tau^{H}_{0})\cdot 2r_{\omega,\,0}E_3(\tau^{y}_{0}) + \\ & + 2r_{\omega,\,H}E_3(\tau^{H}_{0} - \tau^{y}_{0}) \int_0^{\tau^{H}_{0}} B(\tau_1)\,E_2(\tau^{H}_{0} - \tau_1)\,d\tau_1 - \\ & - 2r_{\omega,\,0}E_3(\tau^{y}_{0}) \int_0^{\tau^{H}_{0}} B(\tau_1)\,E_2(\tau_1)\,d\tau_1 + \\ & + 4r_{\omega,\,0}r_{\omega,\,H}E_3(\tau^{H}_{0})\,E_3(\tau^{H}_{y}) \int_0^{\tau^{H}_{0}} B(\tau_1)\,E_2(\tau_1)\,d\tau_1 - \\ & - 4r_{\omega,\,0}r_{\omega,\,H}E_3(\tau^{H}_{0})\,E_3(\tau^{y}_{0}) \int_0^{\tau^{H}_{0}} B(\tau_1)\,E_2(\tau^{H}_{0} - \tau_1)\,d\tau_1 \Big\}. \end{aligned} \qquad (20.49)$$

При численном определении интегралов в выражениях (20.47) и (20.49) толщина слоя делится на $(M-1)$ участков разной длины с таким расчетом, чтобы в пределах каждого интервала интенсивность излучения абсолютно черного тела $B(\tau_i)$ можно было считать постоянной. Это позволяет свести интегрирование по оптической толщине к определению конечных сумм [18, 30].

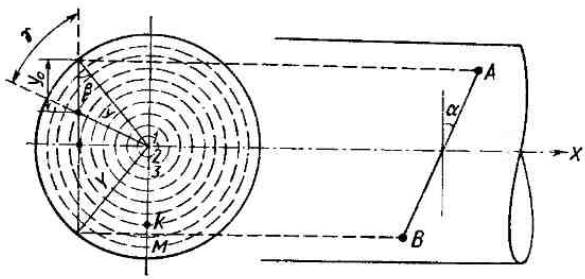


РИС. 20.11. К расчету излучения цилиндрического объема бесконечной длины

В случае бесконечного цилиндрического объема, заполненного излучающей и поглощающей средой, интегрирование по углу φ целесообразно заменить интегрированием по углу γ (рис. 20.11). Метод такого интегрирования впервые был предложен Кэстеном [31]. В отличие от плоского слоя для цилиндрического объема радиационный тепловой поток имеет более сложное выражение:

$$q_{\text{р},\,\omega}(y) = 4 \int_{\gamma=0}^{\gamma=\pi/2} \cos\gamma\,(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5)\,d\gamma, \qquad (20.50)$$

где

$$q_1 = I_Y D_3 (\tau_y^Y \sin\gamma + \tau_y^y \sin\gamma), \tag{20.51}$$

$$q_2 = -I_Y D_3 (\tau_y^Y), \tag{20.52}$$

$$q_3 = -\int_y^Y D_2 (\tau_y^{y_1}) B(y_1)\, d\tau_y^{y_1}, \tag{20.53}$$

$$q_4 = \int_{y\sin\gamma}^Y D_2 (\tau_y^y \sin\gamma + \tau_y^{y_1} \sin\gamma) B(y_1)\, d\tau_y^{y_1}, \tag{20.54}$$

$$q_5 = \int_{y\sin\gamma}^y D_2 (\tau_{y_1}^y) B(y_1)\, d\tau_y^{y_1}. \tag{20.55}$$

В выражениях (20.50)—(20.55) использованы следующие символические записи для оптической толщины и ее производной:

$$\tau_{y_i}^{y_j} = \int_{y_i}^{y_j} d\tau_{y_i}^{y_1} = \int_{y_i}^{y_j} \frac{\varkappa\, dy_1}{\sqrt{1-(y/y_1)^2 \sin^2\gamma}} = \int_{y_i}^{y_j} \varkappa d \sqrt{y_1^2 - y^2 \sin^2\gamma}, \tag{20.56}$$

$$\frac{d\tau_y^{y_1}}{dy_1} = \frac{\varkappa}{\sqrt{1-(y/y_1)^2 \sin^2\gamma}} = \varkappa \frac{d\sqrt{y_1^2 - y^2\sin^2\gamma}}{dy_1}, \tag{20.57}$$

где y_i и y_j соответствуют пределам интегрирования по радиусу сечения цилиндрического объема.

Выражения (20.50)—(20.55) получены с учетом симметрии бесконечного цилиндрического объема и содержат в себе интегральную функцию

$$D_n(\tau) = \int_0^{\pi/2} (\cos^{n-1}\alpha) \exp(-\tau/\cos\alpha)\, d\alpha. \tag{20.58}$$

В дальнейшем, как и в случае плоского слоя, используется деление радиуса на $(M-1)$ частей произвольной длины. С учетом того, что в пределах одного кольцевого участка величина $B(y)$ меняется слабо, аналитическое интегрирование функции $D_2(\tau)$ по толщине слоя в каждом из кольцевых участков дает возможность представить составляющие радиационного теплового потока (20.51)—(20.55) в цилиндрическом объеме в виде конечных сумм [18, 30].

Интегрирование выражения (20.50) по углу γ осуществляется по пятиточечной схеме Гаусса, а интегрирование по оптической толщине τ вдоль радиуса — методом прямоугольников.

Рассмотренные выражения для бесконечных плоского и цилиндрического слоев удобно применять при исследовании закономерностей радиационного переноса энергии, хотя во многих случаях (с точки зрения геометрических форм) такие условия не соответствуют реальным теплотехническим устройствам. В общем случае радиационный тепловой поток на заданной поверхности F в замкнутом объеме произвольной формы необходимо рассчитывать по уравнению (20.4). Естественно, что в таких случаях следует искать приближенное решение задачи. Некоторые возможности использования одномерных уравнений радиационного теплового потока для расчета излучения в объемах сложной формы рассмотрены в работе [18].

20.6. Параметры подобия сложного теплообмена

Основные особенности движения прозрачных и излучающих сред можно охарактеризовать некоторыми безразмерными параметрами подобия.

Основные числа подобия для излучающей среды рассмотрены в работах С. Шорина [32] и Бай Ши-и [24]. Ввиду интегрального характера процессов теплообмена в излучающих средах трудно сохранить инвариантность большого количества чисел подобия. Строгое моделирование процессов для селективно излучающих сред конечной оптической толщины практически нереально.

В последние годы для исследования закономерностей процессов взаимодействия между различными видами переноса энергии успешно используются принципы относительного моделирования, когда в качестве определяющих критериев применяются отношения некоторых величин, найденных без учета процессов взаимодействия. Такие принципы моделирования в задачах радиационной газовой динамики впервые были предложены Л. Биберманом [33] для описания сложного теплообмена в критической точке плохо обтекаемого тела. В работах М. Тамониса обоснована применимость приближенного моделирования сложного теплообмена при течении излучающих сред в каналах [18, 34].

Суть процессов взаимодействия излучения с другими видами переноса энергии заключается в том, что тепловой поток при сложном теплообмене q_Σ отличается от суммы тепловых потоков $q_\Sigma^0 = q_к^0 + q_р^0$, определенной без учета их взаимодействия. Для нахождения $q_к^0$ можно воспользоваться известными зависимостями конвективного теплообмена, а $q_р^0$ определить в фундаментальной постановке задачи.

Все процессы переноса энергии обусловливаются изменением полной энтальпии среды, которое при сложном теплообмене можно представить в следующем виде:

$$\Delta h^* = \Delta h + \Delta h_р, \tag{20.59}$$

где $\Delta h_р$ — изменение радиационной энтальпии, Δh — изменение энтальпии среды, обусловленное ее термическим состоянием, кинетической энергией среды, энергией химических превращений и т. п. Величину Δh можно представить в виде

$$\Delta h = c_{pm}\Delta T + U^2/2 + \Delta h_х + \ldots \tag{20.60}$$

Согласно работе Л. Бибермана [33], полный тепловой поток при сложном теплообмене q_Σ можно разложить в ряд Тейлора по тепловому потоку q_Σ^0 в отсутствие взаимодействия с другими видами переноса энергии. Если учесть, что это взаимодействие будет исчезать при приближении Δh^* к Δh, то разложение q_Σ в ряд можно записать в следующем виде:

$$q_\Sigma = q_\Sigma^0 + \left.\frac{dq_\Sigma}{dh^*}\right|_{\Delta h^* \approx \Delta h} (\Delta h^* - \Delta h). \tag{20.61}$$

При условии $\Delta h^* \to \Delta h$ приведенное уравнение можно существенно упростить:

$$\frac{q_\Sigma}{q_\Sigma^0} = 1 + \frac{d \ln q_\Sigma^0}{d \ln h} \frac{\Delta h_р}{\Delta h}. \tag{20.62}$$

Таким образом, отношение q_Σ/q_Σ^0 является функцией от безразмерного параметра

$$\chi \equiv \frac{d \ln q_\Sigma^0}{d \ln h} \frac{\Delta h_р}{\Delta h}. \tag{20.63}$$

В действительности линейная зависимость q_Σ/q_Σ^0 от χ может сохраниться лишь при небольших его значениях. Поэтому реальную зависимость этого отношения от χ необходимо определять по теоретическим или экспериментальным результатам сложного теплообмена. Таким образом, величина χ, определенная через известные величины, может служить критерием подобия в процессах сложного теплообмена.

При определении параметра χ отношение энтальпийных перепадов $\Delta h_р/\Delta h$ удобнее выразить через плотности тепловых потоков. Это позволяет получить характерные выражения параметра χ для различных условий течения излучающего газа. С этой целью рассмотрим баланс приращений тепловых потоков, который в общем случае можно представить в виде уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{q}_{м,д} + \operatorname{div} \mathbf{q}_{т,д} + \operatorname{div} \mathbf{q}_р + \operatorname{div} (\rho \mathbf{U} \Delta h) = q_{и,с}, \tag{20.64}$$

где вектор теплового потока, обусловленного молекулярной диффузией,

$$\mathbf{q}_{м,д} = \rho \mathbf{V}_{м,д} \Delta h, \tag{20.65}$$

вектор теплового потока, обусловленного турбулентной диффузией,

$$\mathbf{q}_{т,д} = \rho \mathbf{V}_{т,д} \Delta h \tag{20.66}$$

и вектор теплового потока, обусловленного радиационным переносом энергии,

$$\mathbf{q}_р = \rho c_0 \Delta h_р. \tag{20.67}$$

Остальные члены в уравнении (20.64) означают дивергенцию конвективного переноса энергии и мощность внутренних источников энергии среды. В зависимости от преобладающей роли тех или других процессов баланс приращений тепловых потоков можно существенно упростить. Рассмотрим наиболее важные частные случаи.

При ламинарном течении излучающей среды без внутренних источников энергии баланс приращений векторов тепловых потоков

$$\operatorname{div} \mathbf{q}_{м,д} + \operatorname{div} \mathbf{q}_р + \operatorname{div} (\rho \mathbf{U} \Delta h) = 0. \tag{20.68}$$

С учетом выражений для векторов тепловых потоков уравнение (20.68) можно представить в следующем виде:

$$\operatorname{div} \left[\mathbf{q}_р \left(1 + \frac{\rho V_{м,д} \Delta h}{\rho c_0 \Delta h_р} \right) \right] = - \operatorname{div} (\rho \mathbf{U} \Delta h). \tag{20.69}$$

Учитывая, что

$$(\rho V_{м,д} \Delta h)/(\rho c_0 \Delta h_р) \gg 1,$$

и опуская символические операции с отдельными величинами с сохранением лишь размерных величин, можно получить соотношение подобия

$$\frac{q_р^0}{H} \frac{\rho V_{м,д} \Delta h}{\rho c_0 \Delta h_р} \sim \frac{\rho U \Delta h}{H} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta h_р}{\Delta h} \sim \frac{q_р^0}{\rho U \Delta h}, \tag{20.70}$$

где допущено, что $V_{м.д}/c_0 \approx \text{const}$.

Таким образом, для ламинарного течения излучающей среды без внутренних источников энергии параметр подобия χ принимает следующий вид:

$$\chi_{\mathrm{I}} \equiv \frac{d \ln q_{\Sigma}^{0}}{d \ln h} \frac{q_{\mathrm{p}}^{0}}{\rho U \Delta h}. \tag{20.71}$$

При обтекании тел сверхзвуковыми потоками газа изменение полной энтальпии в основном обусловливается ее кинетической энергией $U^2/2$. В этом случае

$$\chi_{\mathrm{I}} \equiv \frac{d \ln q_{\Sigma}^{0}}{d \ln h} \frac{2 q_{\mathrm{p}}^{0}}{\rho U^{3}}. \tag{20.72}$$

Аналогичный параметр, отличающийся от (20.72) постоянным множителем, был использован в работе Л. Бибермана [33].

Если изменение полной энтальпии среды в основном определяется ее термическим состоянием, то

$$\chi_{\mathrm{I}} \equiv \frac{d \ln q_{\Sigma}^{0}}{d \ln (\theta_{0}-1)} \frac{q_{\mathrm{p}}^{0}}{\rho U c_{p,m} (T_{f}-T_{w})}, \tag{20.73}$$

где

$$\theta_{0} = T_{f}/T_{w}. \tag{20.74}$$

С другой стороны, аналогичный анализ уравнения (20.68) для гидродинамически стабилизированного течения дает

$$\rho U \Delta h \sim q_{\Sigma}^{0}. \tag{20.75}$$

Тогда из уравнений (20.70) и (20.71) следует

$$\chi_{\mathrm{I}} \equiv \frac{\theta_{0}-1}{\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0}} \frac{d \mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0}}{d \theta_{0}} \frac{\mathrm{Nu}_{\mathrm{p}}^{0}}{\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0}}, \tag{20.76}$$

где параметр подобия сложного теплообмена при ламинарном стабилизированном течении выражен через числа Нуссельта.

При турбулентном течении среды без внутренних источников энергии аналогичный анализ баланса приращений векторов тепловых потоков с учетом, что для турбулентного течения $V_{\text{т.л}}/U \approx \mathrm{const}$, дает

$$\frac{\Delta h_{\mathrm{p}}}{\Delta h} \sim \frac{q_{\mathrm{p}}^{0}}{\rho \Delta h} \equiv \mathrm{St}_{\mathrm{p}}^{0}. \tag{20.77}$$

В знаменателе выражения (20.77) опущена скорость света c_0 как постоянная величина, но, несмотря на это, данное отношение может рассматриваться как некоторое число Стантона для радиационного теплообмена. Тогда для турбулентного течения излучающей среды без внутренних источников энергии параметр подобия χ примет следующий вид:

$$\chi_{\mathrm{II}} \equiv \frac{\Delta h}{\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0}} \frac{d \mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0}}{d h} \mathrm{St}_{\mathrm{p}}^{0}. \tag{20.78}$$

В зависимости от роли отдельных процессов переноса энергии возможны различные модификации параметра χ_{II}. Если изменение полной энтальпии

определяется ее термическим состоянием, то $\Delta h = c_{p,m}(T_f - T_w)$ и

$$\chi_{\text{II}} \equiv \frac{\theta_0 - 1}{\mathrm{Nu}_\Sigma^0} \frac{d\,\mathrm{Nu}_\Sigma^0}{d\theta_0} \mathrm{St}_\text{р}^0. \tag{20.79}$$

В общем случае производную в выражениях для параметра сложного теплообмена χ всегда можно определить численно при незначительном изменении аргумента. Данная величина в общем случае учитывает темп роста теплоотдачи в зависимости от изменения полной энтальпии. Для определения производных теплового потока по полной энтальпии удобно пользоваться безразмерными выражениями

$$\mathrm{Nu}_\text{к}^0 = \mathrm{Nu}_{\text{к},0}^0 (T_f/T_w)^{m_\text{к}} \tag{20.80}$$

и

$$\mathrm{Nu}_\text{р}^0 = \mathrm{Nu}_{\text{р},0}^0 (T_f/T_w)^{m_\text{р}}. \tag{20.81}$$

С учетом $\Delta h = c_{p,m}(T_f - T_w)$ производную, входящую в выражения для параметра χ, можно представить в следующем виде:

$$\frac{\Delta h}{\mathrm{Nu}_\Sigma^0} \frac{d\,\mathrm{Nu}_\Sigma^0}{dh} = \frac{m_\text{к}\,\mathrm{Nu}_\text{к}^0 + m_\text{р}\,\mathrm{Nu}_\text{р}^0}{\mathrm{Nu}_\Sigma^0} \frac{\theta_0 - 1}{\theta_0}. \tag{20.82}$$

Таким образом, при определении параметра χ открывается широкая возможность использования хорошо изученных закономерностей конвективного теплообмена в неизлучающих средах.

Аналогичным образом можно получить параметры подобия при сложном теплообмене и для других конкретных задач. В частности, использование параметров подобия может быть перспективным при анализе задач радиационно-кондуктивного теплообмена, которые детально изучены Н. Рубцовым с сотр. [35, 36], Р. Сессом и С. Тивари [37], а также другими исследователями. Автор совместно с М. Тамонисом и В. Шидлаускасом успешно применил параметры подобия сложного теплообмена при анализе результатов расчета неподвижной дуги в водородной плазме [38].

20.7. Ламинарный конвективно-радиационный теплообмен в плоском канале

Как известно, взаимодействие конвективного и радиационного теплообмена в общем случае описывается системой интегро-дифференциальных уравнений. К настоящему времени известны лишь попытки получения частных решений этих уравнений.

Впервые задача о течении серого газа в плоском канале из двух бесконечных параллельных диффузно излучающих пластин была решена Р. Вискантой [39]. При решении задачи принималось, что поле скорости известно и соответствует распределению скорости при стабилизированном ламинарном течении неизлучающего газа в канале:

$$\frac{u}{\overline{U}} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\eta^2. \tag{20.83}$$

В общем случае стабилизированное течение излучающего газа в плоском канале описывается системой уравнений

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\frac{2\mu_w}{s}\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=s}, \tag{20.84}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\frac{\partial q_{\text{р}}}{\partial y}-\frac{\rho u c_p g_w y}{\int\limits_0^y \rho u c_p dy}\frac{T_w-T}{T_w-\overline{T}}, \tag{20.85}$$

где, следуя работе Р. Висканты [39], уравнение энергии в частных производных сведено к полным дифференциальным уравнениям по координате y, отсчитанной от середины канала. Рассмотрим взаимодействие конвективного и радиационного теплообмена для селективно излучающего газа в постановке, аналогичной приведенной в работе Р. Висканты [39]. Если учесть, что скорость движения среды выражается уравнением (20.83), то отпадает необходимость решения уравнений движения (20.84). Уравнение энергии (20.85) для плоского ламинарного слоя значительно упрощается и может быть представлено в следующем виде [18]:

$$d^2S_\theta/d\eta^2=\Phi(\eta), \tag{20.86}$$

где

$$\Phi=-\frac{sq_w}{\lambda_w T_w}\frac{\rho c_p u}{\int\limits_0^1 \rho c_p u d\eta}\frac{1-\theta}{1-\bar\theta}+\frac{\partial\bar q_{\text{р}}}{\partial\eta}, \tag{20.87}$$

$$\theta=T/T_w, \tag{20.88}$$

$$\bar q_{\text{р}}=q_{\text{р}}s/\lambda_w T_w, \tag{20.89}$$

$$\eta=y/s. \tag{20.90}$$

Вспомогательная функция S_θ в уравнении (20.86) определяется по дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial S_\theta}{\partial\eta}=\frac{\lambda}{\lambda_w}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}. \tag{20.91}$$

Прибавив, как и в случае решения задачи кондуктивно-радиационного теплообмена, к обеим частям уравнения (20.86) по S_θ, рассмотрим правую часть уравнения как функцию координаты η:

$$\frac{\partial^2 S_\theta}{\partial\eta^2}+S_\theta=S_\theta^0(\eta)+\Phi(\eta). \tag{20.92}$$

Для итерационного решения уравнения (20.92) можно использовать такой же метод, как и для решения задачи кондуктивно-радиационного теплообмена. При этом граничные условия будут следующими:

$$\text{при } \eta=1 \quad \theta=1, \tag{20.93}$$

$$\text{при } \eta=0 \quad \frac{\partial\theta}{\partial\eta}=0. \tag{20.94}$$

Интегрирование выражения (20.92) по координате η с учетом граничных условий (20.93) и (20.94) дает [18]

$$\theta=1-\frac{\bar q_w}{1-\bar\theta}\int\limits_0^\eta G_1(\eta_1)\,d\eta_1+\int\limits_0^\eta G_2(\eta_1)\,d\eta_1-C_2\int\limits_0^\eta\frac{\lambda_w}{\lambda}\sin\eta_1\,d\eta_1, \tag{20.95}$$

где

$$G_1(\eta) = \frac{\lambda_w}{\lambda}\left[\frac{\sin\eta}{\overline{Q}}\int_0^\eta (1-\theta)\rho c_p u \sin\eta_1\, d\eta_1 + \frac{\cos\eta}{\overline{Q}}\int_0^\eta (1-\theta)\rho c_p u \cos\eta_1\, d\eta_1\right], \tag{20.96}$$

$$G_2(\eta) = \frac{\lambda_w}{\lambda}\left[\sin\eta\int_0^\eta S_\theta^0 \sin\eta_1\, d\eta_1 + \cos\eta\int_0^\eta S_\theta^0 \cos\eta_1\, d\eta_1 + \right.$$

$$\left. + \sin\eta\int_0^\eta \overline{q}_p(\eta_1)\cos\eta_1\, d\eta_1 - \cos\eta\int_0^\eta \overline{q}_p(\eta_1)\sin\eta_1\, d\eta_1 - \overline{q}_p(\eta)\right], \tag{20.97}$$

$$\overline{Q} = \int_0^\eta \rho c_p u\, d\eta. \tag{20.98}$$

Как видно, для однозначного решения задачи ранее принятых условий (20.93) и (20.94) недостаточно.

Необходимо дополнительно знать среднемассовую температуру

$$\overline{\theta} = \frac{1}{\overline{Q}}\int_0^1 \rho c_p u \theta\, d\eta. \tag{20.99}$$

Для нулевого приближения задается поле температур, полученное при решении той же задачи для неизлучающего газа. Численное интегрирование проводится путем равномерного деления координаты η на 200—300 участков. Как и в случае кондуктивно-радиационного теплообмена, радиационный поток определяется с использованием деления толщины слоя на 20 участков с последующей интерполяцией.

В случае постоянных значений физических свойств решение уравнения энергии дает величину Nu = 7,541, что хорошо согласуется с величиной, полученной другим методом [39].

Расчеты показывают, что при ламинарном стабилизированном течении излучение потока способствует сильному выравниванию температурного поля. В связи с этим градиент температуры около стенок канала возрастает, т. е. взаимодействие радиационного и конвективного переносов энергии приводит к увеличению конвективной теплоотдачи. При больших плотностях радиационного

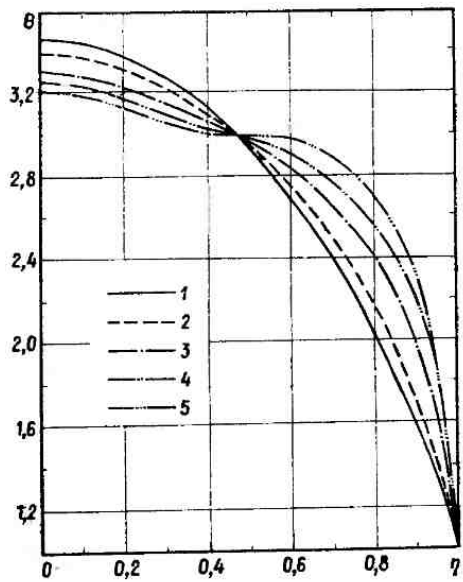


РИС. 20.12. Влияние толщины слоя водяного пара при среднемассовой температуре 1500 К на распределение температур при стабилизированном ламинарном течении в плоских каналах высотой, равной соответственно 0,1 (*1*), 5 (*2*), 15 (*3*), 100 (*4*) и 500 см (*5*)

теплового потока конвективный теплообмен может увеличиться в несколько раз по сравнению с теплообменом, определенным для того же газа без учета излучения. С ростом толщины ламинарного плоского слоя появляется перегиб температурного поля, обусловленный запиранием излучения центральных слоев газа (рис. 20.12).

Радиационный тепловой поток, рассчитанный для распределения температур в неизлучающем газе в аналогичных условиях, как правило, бывает больше потока, получаемого в условиях взаимодействия радиационного и

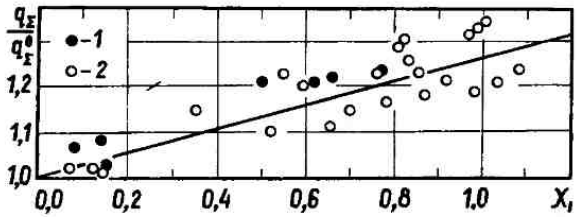


РИС. 20.13. Зависимость сложного теплообмена при ламинарном стабилизированном течении излучающего газа в плоском канале от определяющего параметра χ_I

1 — углекислый газ,
2 — водяной пар

конвективного переносов энергии. Таким образом, выравнивание температурного поля при сложном теплообмене приводит к некоторому уменьшению радиационного теплового потока, которое при ламинарном течении не компенсирует увеличения конвективной теплоотдачи, поэтому в результате взаимодействия суммарный тепловой поток возрастает примерно до 30% по сравнению с суммарным тепловым потоком, определенным без учета их взаимодействия. Результаты расчета сложного теплообмена обобщены с помощью параметра χ_I (уравнение 20.73) (рис. 20.13). В исследованном диапазоне параметров может быть использована линейная зависимость

$$q_\Sigma/q_\Sigma^0 = 1 + 0{,}255\chi_I. \tag{20.100}$$

которая с точностью $\pm 10\%$ описывает все расчетные результаты при ламинарном течении в плоском канале. Отметим, что на разбросе расчетных результатов сильно сказывается определение производной в выражении для параметра χ_I.

20.8. Турбулентный конвективно-радиационный теплообмен в каналах

Поскольку перенос тепла излучением и конвекцией в цилиндрическом объеме часто встречается на практике, его величину очень важно знать при расчетах различных камер сгорания. В данной работе для определения радиационного теплового потока используются зависимости (20.45) и (20.50)—(20.57).

Газодинамически стабилизированное турбулентное течение в цилиндрическом канале (рис. 20.11) описывается уравнениями [18]:

$$\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu + \rho\varepsilon_\tau)\, y\, \frac{\partial u}{\partial y}\right] = \frac{2\mu_w}{Y}\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=Y}, \tag{20.101}$$

$$\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\lambda + \frac{\rho c_p \varepsilon_\tau}{\mathrm{Pr}_t}\right) y\, \frac{\partial T}{\partial y}\right] = \frac{1}{y}\frac{\partial (y q_\mathrm{p})}{\partial y} - \frac{q_w Y}{\int\limits_0^Y \rho u c_p y\, dy}\, \frac{T_w - T}{T_w - \overline{T}}. \tag{20.102}$$

Рассмотрим турбулентное стабилизированное течение в трубе, которое описывается уравнениями движения (20.101) и энергии (20.102) при следующих граничных условиях:

$$\text{при } \eta = 1 \quad u = 0, \quad \theta = 1, \tag{20.103}$$

$$\text{при } \eta = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0. \tag{20.104}$$

Используя вспомогательные функции вязкости

$$\frac{\partial S_u}{\partial \eta} = \left(\frac{\mu}{\mu_w} + \frac{\rho \varepsilon_\tau}{\mu_w}\right) \frac{\partial u}{\partial \eta}, \tag{20.105}$$

теплопроводности

$$\frac{\partial S_\theta}{\partial \eta} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_w} + \frac{\rho c_p \varepsilon_\tau}{\lambda_w \operatorname{Pr}_t}\right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \tag{20.106}$$

а также безразмерные величины (20.88)—(20.90), уравнения движения (20.101) и энергии (20.102) можно представить в виде

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\eta \frac{\partial S_u}{\partial \eta}\right) + S_u = S_u + 2 \frac{\partial u}{\partial \eta}\bigg|_{\eta=1}, \tag{20.107}$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\eta \frac{\partial S_\theta}{\partial \eta}\right) + S_\theta = S_\theta + \Phi, \tag{20.108}$$

где

$$\Phi = -\frac{Y q_w}{\lambda_w T_w} \frac{\rho c_p u}{\int\limits_0^1 \rho c_p u \eta \, d\eta} \frac{1 - \theta}{1 - \bar{\theta}} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial (\eta \bar{q}_p)}{\partial \eta}. \tag{20.109}$$

Как и в задачах для плоского канала, допустим, что правые части уравнений (20.107), (20.108) определены по скоростному и температурному полям предыдущих итераций. Это допущение позволяет рассматривать эти уравнения как негомогенные уравнения Бесселя нулевого порядка. Общее решение уравнения

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\eta \frac{\partial S}{\partial \eta}\right) + S = f(\eta) \tag{20.110}$$

можно записать в следующем виде:

$$S = C_1(\eta) J_0(\eta) + C_2(\eta) Y_0(\eta). \tag{20.111}$$

Определив методом вариации постоянных неизвестные функции $C_1(\eta)$ и $C_2(\eta)$, получим

$$S = -J_0(\eta) \int\limits_0^\eta f(\eta_1) Y_0(\eta_1) Z(\eta_1) \, d\eta_1 + C_1 J_0(\eta) +$$

$$+ Y_0(\eta) \int\limits_0^\eta f(\eta_1) J_0(\eta_1) Z(\eta_1) \, d\eta_1 + C_2 Y_0(\eta), \tag{20.112}$$

где

$$Z(\eta) = [J_1(\eta) Y_0(\eta) - J_0(\eta) Y_1(\eta)]^{-1}. \tag{20.113}$$

Производная искомой функции

$$\frac{\partial S}{\partial \eta} = J_1(\eta)\int_0^\eta f(\eta_1) Y_0(\eta_1) Z(\eta_1)\, d\eta_1 - C_1 J_1(\eta) -$$

$$- Y_1(\eta)\int_0^\eta f(\eta_1) J_0(\eta_1) Z(\eta_1)\, d\eta_1 - C_2 Y_1(\eta), \qquad (20.114)$$

где Y_0, Y_1 — функции Бесселя первого рода, J_0, J_1 — функции Бесселя второго рода.

Для соблюдения условия симметрии (20.104) в уравнениях энергии и движения необходимо, чтобы

$$\text{при } \eta = 0 \quad \partial S/\partial \eta = 0. \qquad (20.115)$$

Из выражения (20.114) следует, что условие (20.115) всегда выполняется в случае

$$C_2 = 0. \qquad (20.116)$$

Использование вспомогательных функций (20.105), (20.106) позволяет получить выражение для поля скорости и температуры в виде, удобном для итеративного решения задачи [18].

Турбулентная вязкость в приближении гипотезы Прандтля описывается, согласно работе [40], уравнением

$$\varepsilon_\tau = n^2 Y \left|\frac{\partial u}{\partial \eta}\right| [0{,}14 - 0{,}08\eta^2 - 0{,}06\eta^4]^2, \qquad (20.117)$$

где демпфирующий фактор n определяется по формуле Ван-Дриста

$$n = 1 - \exp\left[-(1-\eta)\frac{Yu_*}{A^+\nu}\right] \qquad (20.118)$$

при $A^+ = 26$.

Уравнения (20.107), (20.108) решаются при заданных значениях среднемассовой скорости

$$\bar{U} = \frac{G}{\pi Y^2 \rho_w} = \frac{2}{\rho_w}\int_0^1 \rho u \eta\, d\eta \qquad (20.119)$$

и среднемассовой температуры, определяемой выражением

$$\bar{\theta} = \int_0^1 \rho c_p u \theta \eta\, d\eta \Big/ \int_0^1 \rho c_p u \eta\, d\eta. \qquad (20.120)$$

Решение данной системы уравнений при отсутствии излучения и турбулентной диффузии в потоке с постоянными физическими свойствами дает значение Nu = 3,678, что соответствует известным результатам в случае ламинарного течения.

Проведенные расчеты показывают, что излучение потока при турбулентном стабилизированном течении приводит к изменениям температурного поля, которые значительно отличаются от аналогичных изменений при ламинарном течении. При турбулентном течении излучение, как правило, приводит к некоторому снижению температур в пристенных зонах канала и возрастанию температур в центре канала по сравнению с температурным

распределением неизлучающего газа при тех же условиях. Величина этих изменений зависит как от толщины излучающего слоя, так и от условий движения среды. Некоторое возрастание температуры в центре канала обусловлено эффектом запирания излучения пристенными слоями газа. При турбулентном течении среды изменение температурных полей слабее, чем при ламинарном течении. Перераспределение температур при турбулентном течении приводит к тому, что сложный теплообмен несколько уменьшается по сравнению с суммой тепловых потоков q_{Σ}^{0}, рассчитанных без учета взаимодействия конвекции с излучением. Более заметное влияние эффектов сложного теплообмена можно ожидать при больших диаметрах каналов. Очевидно, эти эффекты также будут связаны с турбулентной структурой потока. В настоящих расчетах, проведенных при $\mathrm{Pr}_t = 1$, принималось, что турбулентные характеристики течения не зависят от процессов излучения. Правильность таких допущений можно проверить лишь экспериментально.

Экспериментальное исследование сложного теплообмена при течении продуктов сгорания углеводородного топлива проводилось в прямоугольном канале сечением 102 × 147 мм и в цилиндрическом канале диаметром 150 мм [18]. Наряду с суммарной теплоотдачей, определяемой калориметрированием, измерялась лучистая составляющая теплообмена с помощью узкоугольных радиометров.

Для обобщения результатов сложного теплообмена использован полученный выше определяющий параметр для турбулентного течения среды

$$\chi_{\mathrm{II}} = \frac{T_f - T_w}{T_f} \frac{m_{\mathrm{к}} \mathrm{Nu}_{\mathrm{к}}^{0} + m_{\mathrm{р}} \mathrm{Nu}_{\mathrm{р}}^{0}}{\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0}} \mathrm{St}_{\mathrm{р}}^{0}. \tag{20.121}$$

Суммарная теплоотдача при отсутствии конвективно-радиационного теплообмена Nu_{Σ}^{0}, входящая в параметр подобия (20.121), определяется по закону аддитивности

$$\mathrm{Nu}_{\Sigma}^{0} = \mathrm{Nu}_{\mathrm{к}}^{0} + \mathrm{Nu}_{\mathrm{р}}^{0}. \tag{20.122}$$

При расчете теплообмена в начальном участке прямоугольного канала учитывается зависимость турбулентного числа Pr_t от температурных условий и турбулентности потока. Предполагается, что для нагретых газов турбулентность потока остается такой же, как и при продувке холодным воздухом, а температура T_f в центре потока по длине канала не меняется и равна среднемассовой температуре на входе в канал.

Экспериментально очень трудно определить радиационный тепловой поток $q_{\mathrm{р}}^{0}$ (или $\mathrm{Nu}_{\mathrm{р}}^{0}$) в отсутствие его взаимодействия с конвекцией. Однако, как показано в [18], при толщине слоя излучающего газа, равной высоте канала, величина $q_{\mathrm{р}}^{0}$ весьма незначительно зависит от характера распределения температуры, что позволяет определить ее расчетным путем по среднемассовой температуре потока в отдельных секциях канала.

Радиационное число Стантона $\mathrm{St}_{\mathrm{р}}^{0} \equiv q_{\mathrm{р}}^{0}/\rho_f (h_f - h_w)$ определяется по полному перепаду энтальпий, т. е. для диссоциированных продуктов сгорания учитывается перепад энергии химических превращений. Практически перепад энтальпий определяется по уравнению

$$h_f - h_w = c_{p,m}^{*} (T_f - T_w), \tag{20.123}$$

в котором при расчетах эффективной теплоемкости $c_{p,m}^{*}$ учитывается вклад энергии химических превращений.

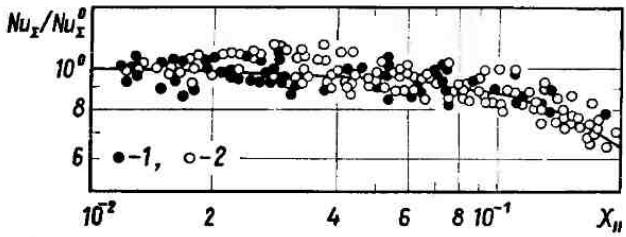


РИС. 20.14. Зависимость относительного сложного теплообмена продуктов сгорания от определяющего параметра χ_{II}

1 — прямоугольный канал сечением 102 × 147 мм; сплошная кривая соответствует зависимости (20.141); *2* — круглый канал диаметром 150 мм

При определении показателя степени температурной зависимости радиационного теплообмена $m_р$ учитывается то обстоятельство, что радиационный тепловой поток находится в приближенной степенной зависимости от температуры.

В результате анализа экспериментов по сложному теплообмену получена зависимость

$$Nu_\Sigma/Nu_\Sigma^0 = 1 - 3{,}76\chi_{II}^{1{,}47}, \qquad (20.124)$$

действительная как для начального участка прямоугольного канала, так и на некотором расстоянии от входа в цилиндрический канал.

Как следует из проведенных экспериментов, взаимодействие радиационного и конвективного теплообмена приводит к некоторому уменьшению теплоотдачи (рис. 20.14).

Анализ сложного теплообмена показал, что существует тесная связь между чисто конвективным теплообменом и радиационным теплообменом, рассчитанным без учета процессов взаимодействия различных видов переноса энергии.

Использование параметров подобия сложного теплообмена существенно облегчает расчеты теплообмена в излучающих потоках.

Глава 21

СОЗДАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

21.1. Интенсификация теплообменных процессов

Интенсификация процессов теплообмена и повышение энергетической эффективности устройств, в которых эти процессы протекают, являются лейтмотивом развития конвективных теплообменных аппаратов. Решение вопросов особенно актуально для газовых теплообменников, для которых характерны низкие тепловые потоки.

Задачи интенсификации теплообмена сводятся к уменьшению габаритов и массы теплообменных устройств или к снижению температурного напора по сравнению с их величиной, которая достигается в данных условиях обычными путями. Если увеличение скорости потока в пределах, допустимых на практике, не обеспечивает получения необходимых габаритов теплообменного устройства или заданной температуры стенок, то необходима интенсификация теплообмена методами, которые обеспечат уменьшение габаритов при умеренном увеличении суммарных потерь мощности на прокачку теплоносителей через теплообменные аппараты.

Выделяются два направления интенсификации. Одно из них связано с увеличением теплового потока без учета дополнительных потерь энергии.

Второе направление связано с увеличением теплового потока при заданной величине энергии, затрачиваемой на перекачку теплоносителя, т. е. с увеличением эффективности теплоотдачи. Оно становится особенно важным для стационарно работающих теплообменных аппаратов большой мощности.

Теплообменные аппараты, в которых используется выбранный метод интенсификации теплообмена, должны быть пригодны для серийного производства, достаточно надежны и эффективны в эксплуатации.

Как известно, при взаимодействии твердой теплопередающей непроницаемой поверхности с омывающим ее потоком образуется пограничный слой, оказывающий основное сопротивление теплопредаче. Чем больше толщина теплового пограничного слоя и чем ниже теплопроводность теплоносителя, тем меньше теплоотдача. Увеличить теплосъем можно разными путями, в первую очередь подбором теплоносителя, поскольку $Nu \sim Pr^n$.

Определив теплоноситель с учетом его теплофизических свойств, можно рассматривать вопрос интенсификации теплообмена за счет выбора надлежащего гидродинамического режима. Наивыгоднейшим в отношении теплообмена гидродинамическим режимом является турбулентный или переходной режим в пограничном слое, но естественное развитие турбулентности начинается при весьма высокой скорости потока, а следовательно, и значительном гидравлическом сопротивлении. Поэтому во многих случаях для интенсификации конвективного теплообмена необходима либо искусственная турбулизация пограничного слоя, позволяющая перенести процесс теплообмена из ламинарной области в турбулентную, либо уменьшение толщины или разрушение пограничного слоя [1].

Поскольку $\alpha \infty U^m$, наибольшего прироста теплоотдачи можно достичь с увеличением скорости теплоносителя, особенно в условиях турбулентного течения. Представленные в работе [2] данные по исследованию местной теплоотдачи труб показывают (рис. 21.1), что с увеличением скорости потока, а соответственно и числа Re значительно возрастает коэффициент теплоотдачи по периметру трубы. Вместе с тем для достижения больших скоростей потока теплоносителя приходится затрачивать большие мощности энергии на его прокачку. Поэтому применяются искусственные способы интенсификации теплоотдачи.

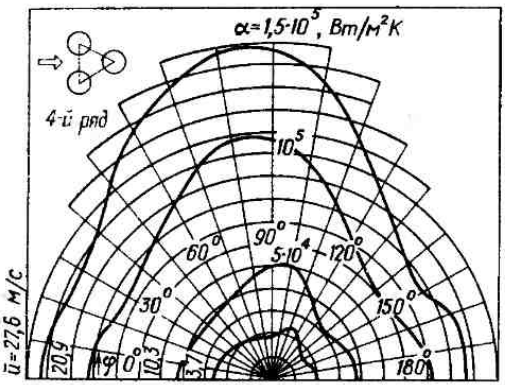


РИС. 21.1. Данные по местной теплоотдаче гладкотрубных пучков при различных скоростях потока

Методы интенсификации конвективного теплообмена можно разделить на пассивные, активные и сложные.

К пассивным методам относятся: применение оребренных и других развитых поверхностей теплообмена на стороне теплоносителя с низким коэффициентом теплоотдачи, использование разных турбулизирующих планок, завихрителей или шероховатых поверхностей теплообмена, уменьшающих толщину пограничного слоя или разрушающих его.

Активные методы требуют применения дополнительной внешней энергии. К этим методам относятся: перемешивание или соскребание теплоносителя с поверхности теплообмена механическими средствами; использование вибрации или вращения теплоотдающей поверхности, вследствие чего толщина пограничного слоя уменьшается или значительно увеличивается скорость обтекания поверхности, что ведет к интенсификации теплообмена; озвучивание потока с частотой от 1 Гц до частот ультразвука; использование электрического поля, под действием которого в диэлектрическом потоке теплоносителя возникают силы, ускоряющие конвективное движение, отсасывание нагретой жидкости через пористую поверхность и другие способы [1, 3].

Сложные методы имеют место при одновременном использовании не менее двух отдельных методов интенсификации конвективного теплообмена, например в случае применения шероховатых труб со вставками, закручивающими поток, вибрирующих оребренных труб и т. д.

Одним из эффективных путей интенсификации теплообмена является искусственная турбулизация потока. Турбулизация потока значительно сказывается на теплообмене при ламинарном пограничном слое.

В гл. 11 показано, что при поперечном обтекании трубы ее среднюю теплоотдачу можно увеличить до 55% в основном за счет турбулизации ламинарного пограничного слоя, развивающегося в лобовой части трубы (рис. 11.25). Вместе с тем с развитием турбулентного пограничного слоя уменьшается вихревая зона отрыва и гидравлическое сопротивление падает. При турбулентном течении применение прямой турбулизации потока менее выгодно. Например, турбулизатор в трубе в несколько раз сильнее увеличивает перепад давления, чем теплоотдачу, а протяженность зон действия этого турбулизатора не превышает 10—12 диаметров.

Важным фактором на пути увеличения теплосъема является подбор оптимальной геометрии и типа теплообменной поверхности. Условия работы теплообменника априорно определяют тип поверхности. Так, при больших давлениях наиболее приемлемы круглые трубы, при малых коэффициентах теплоотдачи — различные оребренные поверхности и т. д. Технология обработки алюминия и других металлов дает возможность сконструировать каналы любых форм, и в настоящее время наиболее качественным примером этого служат пластинчатые теплообменники.

Первый шаг к обеспечению наивыгоднейшей работы поверхности аппарата — проектирование его по возможности с наименьшим проходным сечением, так как $\alpha \sim 1/d^{1-m}$. Уменьшение проходного сечения и дробление тока на малые струйки значительно увеличивают эффективность теплоотдачи.

Используя критерий St/c_f (см. гл. 9), можно сравнивать поверхности различного типа. Анализ показывает, что наиболее выгодными являются сжатые поперечно-обтекаемые пучки, тонкие каналы с малым знакопеременным градиентом давления, поверхности, оребренные продольными коротки ми ребрами.

Если коэффициент теплоотдачи одного теплоносителя значительно превышает коэффициент теплоотдачи другого теплоносителя, то следует применять оребрение. В настоящее время разработано много конструкций оребренных труб как с поперечными, так и с продольными ребрами. Эффективными являются ребра, которые дают малое гидравлическое сопротивление.

Одним из эффективных путей интенсификации теплообмена труб пучков при поперечном обтекании газовым теплоносителем является ошиповка поверхности труб. Применяются цилиндрические, конические, параболические и каплеобразные шипы. Более подробно данный вопрос освещен в гл. 14.

Все шире применяются шероховатые трубы. Суть интенсификации теплообмена посредством применения шероховатых поверхностей заключается в разрушении элементами шероховатости вязкого подслоя при турбулентном движении, а также в повышении неустойчивости пограничного слоя, вследствие чего при прочих равных условиях переход из ламинарного течения в турбулентное на шероховатой поверхности наступает при меньшем числе Re, чем на гладкой. Это весьма важно для жидкостей с числом $\mathrm{Pr} > 1$, когда основное сопротивление сосредоточено в вязком подслое. Тогда шероховатость малой величины разрушает тепловое сопротивление, но образование небольших застойных вихревых зон незначительно сказывается на гидравлическом сопротивлении.

Представленные в гл. 9 результаты экспериментов и расчетов (рис. 9.17) показывают, что при турбулентном пограничном слое для жидкостей с числом $\mathrm{Pr} > 5$ особенно выгодно использовать специально подобранную шероховатость высотой, соответствующей переходному режиму, при котором элементы шероховатости частично выступают из вязкого подслоя.

Теплоотдача шероховатых поверхностей рассмотрена в гл. 9, пучков труб — в гл. 13, а каналов — в гл. 17. Так как ламинарный пограничный слой на поверхности гладкой трубы существует в ее лобовой части, а шероховатость, как отмечалось выше, может вызвать переход в турбулентный режим течения, то наибольшей интенсификации теплоотдачи можно достичь путем нанесения шероховатости на лобовую часть трубы.

В ИФТПЭ исследован шахматный пучок труб ($a \times b = 1{,}25 \times 1.25$), оребренных в лобовой части продольными ребрами (элементами шероховатости) (рис. 21.2). На поверхности лобовой части каждой трубы располага-

лось по 6 или 8 круглых ребер диаметром 0,5 мм. Относительная шероховатость $k/d = 0{,}01$, а отношение расстояния между ребрами к их высоте составляло ~ 20, поэтому поток, оторвавшийся от элемента шероховатости, присоединялся не к следующему элементу шероховатости, а к поверхности трубы. Из рис. 21.2 видно, что теплоотдача оребренных таким образом труб, особенно при больших Re, совпадает, а разница в средней теплоотдаче оребренных и гладкотрубных пучков с увеличением Re возрастает, достигая при $\mathrm{Re} = 2 \cdot 10^5$ максимальной величины — 35%.

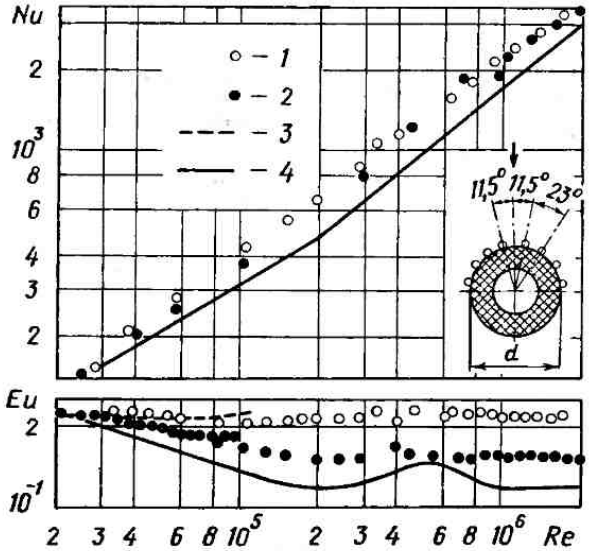
Гидравлическое же сопротивление таких пучков труб сильно различается. Если сопротивление пучка труб с восемью элементами шероховатости хорошо совпадает с сопротивлением пучка шероховатых труб с той же относительной шероховатостью на всей поверхности [4], то сопротивление пучка труб с шестью элементами шероховатости значительно меньше (рис. 21.2).

Следовательно, при оребрении соответствующим образом только лобовой части трубы можно значительно интенсифицировать теплоотдачу, потеряв при этом меньше мощности на преодоление сопротивления, чем в случае полностью шероховатых труб.

На рис. 21.3 представлена конструкция трубы с частично развитой теплообменной поверхностью, разработанная в ИФТПЭ [5]. Цель применения трубы данной конструкции — интенсификация теплообмена — достигается тем, что интенсификаторы (*1*) выполнены в виде наклонных желобков (*2*), образующих в поперечном сечении трубы гармоники. При обтекании данной волнистой поверхности в теплоносителе образуются вихри, что увеличивает его перемешивание, уменьшает толщину вязкого подслоя и интенсифицирует теплообмен по всей длине боковых частей трубы, выравнивая тем самым распределение коэффициента теплоотдачи по периметру трубы.

Для интенсификации теплообменных процессов в компактных аппаратах с продольно-обтекаемыми пучками труб в работе [6] предложено использовать трубы с поперечными кольцевыми канавками, изготовленными накаткой (рис. 21.4). Преимущества этого способа интенсификации теплообмена по сравнению с другими способами следующие: а) образующиеся внутри трубы диафрагмы после накатки снаружи кольцевых канавок существенно интенсифицируют теплообмен в трубе, б) технологически способ осуществляется несложно, к тому же не надо менять существующую технологию сборки трубчатых теплообменников, в) он применим при больших удельных тепловых потоках и в тесных пучках труб, поскольку не увеличивает наружного диаметра труб. Применение данного способа интенсификации теплообмена наиболее целесообразно в диапазоне относительных шагов труб $s/d = 1{,}1 \div 1{,}3$. В пучках с $s/d > 1{,}3$ оптимальная интенсификация в межтрубном пространстве обеспечивается при высотах кольцевых диафрагм внутри трубы выше оптимальных и, следовательно, при значительных потерях давления внутри трубы. Оптимальная же интенсификация теплообмена внутри трубы дает незначительную его интенсификацию снаружи труб.

В кожухотрубных теплообменниках для интенсификации теплообмена применяются винтообразно закрученные продольно- и поперечно-обтекаемые трубы. В работе [7] экспериментально исследовано распределение составляющих осредненной скорости и характеристик турбулентности в межтрубном пространстве теплообменника из винтообразно закрученных труб. Установлено, что причинами интенсификации теплоотдачи являются сложные течения в межтрубном пространстве от ядра потока к стенке и от стенки в ядро, приводящие к непрерывному обмену массами теплоносителя в поперечном



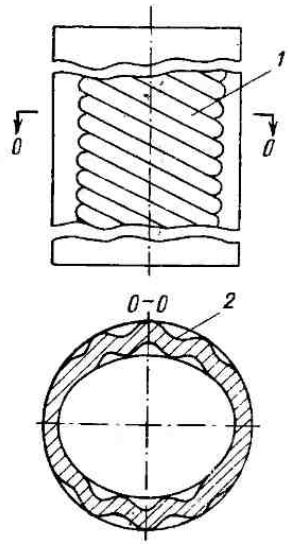


РИС. 21.2. Зависимость средней теплоотдачи трубы пятого ряда пучка и гидравлического сопротивления пучков от Re

1, 2 — пучок оребренных труб с восемью и шестью ребрами соответственно; *3* — пучок шероховатых труб, $d = 50$ мм, $k/d = 0{,}0105$ [4]; *4* — пучок гладких труб

РИС. 21.3. Схема трубы с частично волнистой поверхностью

1 — интенсификаторы, *2* — наклонные желобки

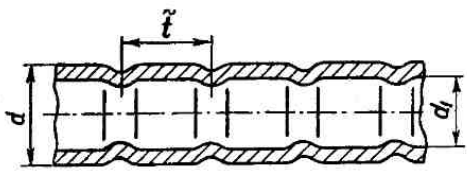


РИС. 21.4. Продольный разрез трубы с канавками

d — наружный диаметр труб, d_1 — диаметр кольцевой канавки, $\tilde{t}$ — шаг кольцевых канавок

сечении пучка, а также существенная турбулизация потока по сравнению с гладкотрубным пучком, обусловленная еще и неравномерностью скорости в ядре потока.

На рис. 21.5 представлена схема кожухотрубного теплообменного аппарата повышенной эффективности, предназначенного для использования на предприятиях химической промышленности, где требуется обеспечить высокую интенсификацию процессов теплообмена и перемешивание теплоносителей при их циркуляции по трубам и в межтрубном пространстве [8]. Аппарат состоит из винтообразно закрученных профильных труб (*1*), закрепленных прямыми круглыми концами в трубных досках (*2*). Профиль труб выполнен в виде овала. Трубы соприкасаются в местах максимального размера овала, что обеспечивает высокую вибропрочность конструкции аппарата. При циркуляции теплоносителей по трубам и в межтрубном пространстве осуществляется спиральная закрутка потоков. Теплоотдача теплообменника данной конструкции на 50% выше, а объем на 30% меньше по сравнению с гладкотрубным теплообменником.

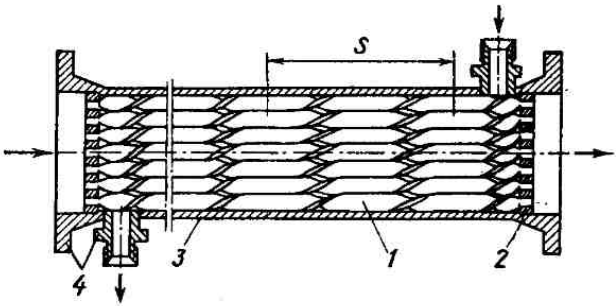


РИС. 21.5. Схема кожухотрубного теплообменного аппарата из винтообразно закрученных труб

1 — труба,
2 — трубные доски,
3 — кожух,
4 — коллекторы подвода и отвода теплообменивающихся сред

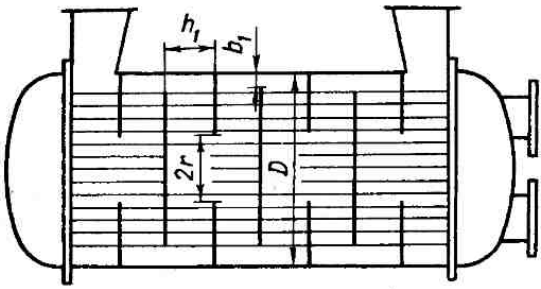


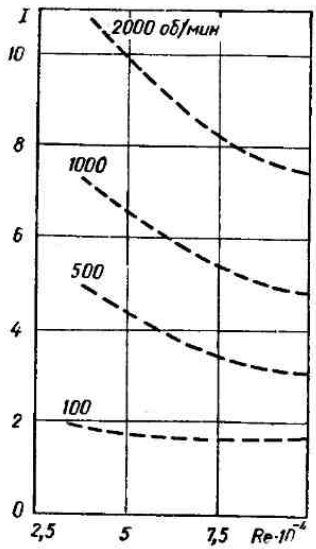
РИС. 21.6. Схема кожухотрубного аппарата с перегородками типа «диск—кольцо»

Возможность повышения коэффициента теплоотдачи в кожухотрубных теплообменниках ограничивает межтрубное пространство, так как пучки труб можно уплотнять только до определенного предела, обусловленного технологией изготовления. Поэтому в кожухе устанавливаются перегородки разной конструкции, увеличивающие скорость и изменяющие направление потока теплоносителя по отношению к трубам пучка.

В работе [9] проанализировано влияние расстояния между перегородками h_1, радиуса отверстия кольцевой перегородки r и расстояния между кожухом и сегментной или дисковой перегородкой b_1 на теплоотдачу и сопротивление кожухотрубных аппаратов с сегментными перегородками и перегородками типа «диск—кольцо» (рис. 21.6). Анализ показывает, что в случае применения перегородок типа «диск—кольцо» с увеличением h_1 коэффициент теплоотдачи уменьшается и в зависимости от величин массового расхода m, b_1 и r становится постоянным при $h_1 > 1{,}0$ м. Аналогично на α влияют расстояния b_1 и r. С ростом массового расхода m коэффициент теплоотдачи увеличивается. Для аппаратов с сегментными перегородками зависимость α от b_1 и h_1 имеет аналогичный характер, однако в этом случае с уменьшением расстояния между перегородками коэффициент теплоотдачи растет быстрее, чем в аппаратах с перегородками типа «диск—кольцо».

В кожухотрубных теплообменниках также применяются стержневые перегородки, позволяющие избежать вибраций пучка труб. В аппаратах с такими перегородками теплоотдача выше, чем в обычных аппаратах с пластинчатыми перегородками при аналогичных перепадах давления; к тому же отсутствуют застойные зоны в межтрубном пространстве.

В кожухотрубных аппаратах, особенно типа «жидкость—газ», для обеспечения в трубах и межтрубном пространстве одинаковых предельных значений коэффициентов теплоотдачи в межтрубном пространстве устанавливаются перегородки, а внутри труб — разные вставки, которые турбулии-



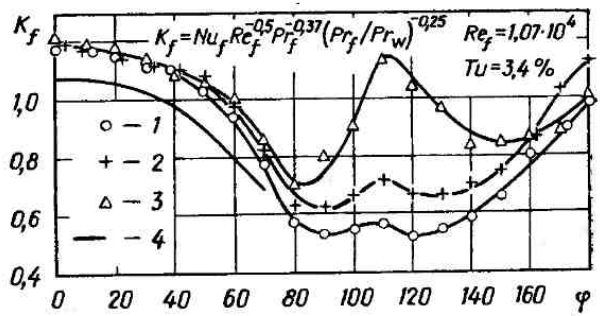


РИС. 21.8. Зависимость от виброскорости местной теплоотдачи поперечно-обтекаемой трубы при $Re_a = 0$ (*1*), $2{,}2 \cdot 10^3$ (*2*), $8 \cdot 10^3$ (*3*)

4 — теоретическое решение

РИС. 21.7. Интенсификация теплообмена в ламинарном пограничном слое при $\delta = 1{,}27$ мм

$I = Nu_{скр}/Nu$. Числа у кривых — угловая скорость соскребывающих лопастей

руют пристенный слой потока и тем самым снижают термическое сопротивление. Применяются вставки разных типов: в виде дисков, колец, диафрагм, спиралей, винтообразно закрученной проволоки и т. д.

Для интенсификации вынужденного конвективного теплообмена в работе [10] предложен метод механического удаления газообразного пограничного слоя путем его соскребания. Для этого вблизи поверхности теплообмена размещают вращающуюся лопасть, которая периодически проходит вдоль поверхности и эффективно соскребает пограничный слой, обеспечивая снижение термического сопротивления.

Установлено, что основное влияние на интенсификацию теплообмена оказывает скорость соскребания (рис. 21.7), а величина зазора между лопастью скребка и поверхностью пластины в исследованном диапазоне его изменения от 0,7 до 3,8 мм влияет сравнительно слабо. Интенсификация теплообмена этим методом обусловлена турбулентным течением между скребком и поверхностью пластины. Данный метод позволяет интенсифицировать теплообмен в 11 раз, что значительно больше, чем в случае перехода к турбулентному течению при тех же числах Re.

Целесообразность широкого применения специальных устройств, вызывающих вибрацию поверхностей теплообмена в промышленных теплообменниках, в случае вынужденной конвекции маловероятна, так как получаемая интенсификация теплообмена не окупает затраты используемой энергии.

В работе [11] исследовано влияние вынужденных вибраций на местную и среднюю теплоотдачу трубы, поперечно-обтекаемой потоком воды, в интервале Re от 10^4 до $2 \cdot 10^5$ при изменении частоты вибраций трубы от 0 до 20 Гц, относительной амплитуды A/d от 0,02 до 0,075 и амплитудного значения виброскорости $u_a = 2\pi A f$ (A и f — амплитуда и частота колебаний трубы соответственно) от 0 до 0,24 м/с. Колебания трубы возбуждались поперек потока, и виброскорость была направлена перпендикулярно потоку.

Как видно из рис. 21.8, увеличение местной теплоотдачи с виброскоростью в основном происходит в области угла φ от 40 до 140° и достигает 30% при $Re_a = 8 \cdot 10^3$. С достижением $Re > 10^5$ в исследованном интервале вибрационного числа Рейнольдса ($Re_a = u_a d/\nu$) влияния колебаний на теплообмен не обнаружено.

Среднюю теплоотдачу от поперечно-обтекаемой вибрирующей трубы можно обобщить приведенной в гл. 13 формулой, заменив число Re приведенным числом Рейнольдса ($Re_s = \sqrt{Re_f^2 + Re_a^2}$) в степени 0,72. Увеличение показателя степени при числе Re от 0,6 при стационарно установленной трубе до 0,72 при колеблющейся трубе объясняется в основном влиянием колебательного движения трубы.

Влияние на теплообмен трубы и пластины ультразвуковых волн частотой 27—697 кГц, перпендикулярных потоку, при вынужденной конвекции экспериментально исследовалось в работе [12]. Скорость потока воды или масла изменялась от 0,07 до 1,0 м/с. Максимальное увеличение теплоотдачи, достигавшее 80%, было получено на тонкой пластине в условиях стоячих волн, где с увеличением интенсивности ультразвука теплообмен повышается, а с ростом скорости потока при той же интенсивности ее влияние понижается. Анализ результатов, полученных при частоте 697 кГц, показал, что теплообмен улучшается вследствие турбулизирующего действия микротечений у поверхности теплообмена. С увеличением скорости потока турбулизирующее действие поля ультразвуковых волн становится незначительным по сравнению с турбулизирующим действием самого потока. Поэтому применение ультразвука для интенсификации конвективного теплообмена имеет смысл только при низких скоростях потока.

Возможны и другие методы интенсификации теплообменных процессов и повышения общей эффективности теплообменных аппаратов. Так, в качестве конвективных тепловоспринимающих поверхностей парогенераторов часто применяются мембранные поверхности. С применением мембранных поверхностей уменьшаются капитальные и эксплуатационные расходы по сравнению с гладкотрубными пучками. Поскольку отсутствуют дистанционирующие элементы, можно уменьшить поперечный шаг мембранных пучков, увеличив этим скорость потока в пучке и интенсивность теплообмена. Для интенсификации теплообмена в аппаратах с мембранной поверхностью применяются различные виды проставок между трубами: сегментные, z-образные, гофрированные и т. д.

В системах вентиляции и кондиционирования воздуха, в радиаторах транспортных машин, в разных отраслях промышленности применяются трубчато-пластинчатые и пластинчатые теплообменники [13—15].

В целом интенсификация процесса теплообмена в значительной степени способствует созданию компактных теплообменников.

21.2. Компактные теплообменники

С развитием автотранспорта, авиации и ряда областей техники возник новый тип теплообменных аппаратов — компактные теплообменники, обеспечивающие большой удельный теплоотвод при сравнительно малом их объеме и весе. Компактность теплообменника β характеризуется поверхностью теплообмена в единице объема теплообменника. В рекуператорах

$$\beta = (F_н + F_о)/V, \tag{21.1}$$

где $F_н$ — нагреваемая поверхность, $F_о$ — охлаждаемая поверхность, V — общий объем теплообменника.

В регенераторах

$$\beta = F_н/V_н = F_о/V_о, \tag{21.2}$$

где $V_н$ — объем теплообменника со стороны нагрева, $V_о$ — объем со стороны охлаждения.

Четко определенной границы между компактными и некомпактными теплообменниками нет. Раньше компактными считались теплообменники с $\beta > 200$ м²/м³, а теперь эта величина возросла до $\beta > 700$ м²/м³ [16]. Компактность теплообменников, применяемых в современной энергетике, составляет 150 м²/м³. Они изготовляются из труб диаметром до 40 мм, которые работают при больших давлениях и температурах.

При работе теплообменников в чистых средах их компактность можно увеличить до 300 м²/м³ путем уменьшения диаметра труб до 6—12 мм. Применение пластмассовых труб диаметром 2,5 мм позволяет повысить компактность до 650 м²/м³. В современных автомобилях компактность радиаторов, изготовленных из оребренных труб малого диаметра, доходит до 1100 м²/м³, а компактность пластинчато-ребристых теплообменников можно довести до 5000 м²/м³ и более.

Поскольку

$$Q/\Delta t = k\beta V, \tag{21.3}$$

то в общем случае при одинаковом коэффициенте теплопередачи k, чем компактнее теплообменник, тем больше тепла отводится от удельного его объема. Компактность сама по себе является залогом высокой эффективности теплообменной поверхности, так как сечения каналов компактной поверхности малы, а коэффициент теплоотдачи всегда изменяется обратно пропорционально эквивалентному диаметру канала.

С увеличением компактности теплообменника, как правило, уменьшается удельный расход металла на единицу передаваемого тепла. Применение компактных теплообменников оправдывает себя в том случае, если одним из теплоносителей служит газ, а сами теплоносители достаточно чисты и не вызывают коррозии поверхностей.

Пути увеличения компактности теплообменников зависят от их назначения и конструкции. В пучках круглых труб основным путем увеличения компактности является уменьшение диаметра труб. В связи с этим в ИФТПЭ исследовалась теплоотдача труб малого диаметра ($d_{вн} = 0{,}4 \div 7$ мм) в поперечном потоке газа с температурой от 1300 до 3200 К [17]. Кроме того, в потоке воды процессы теплообмена исследовались в трубах, внутри которых устанавливались разные завихрители потока [18]. Более подробно процессы теплообмена в пучках труб рассмотрены в гл. 13 и 14, а в трубах и каналах — в гл. 16 и 17.

Так как вопрос создания компактных трубчатых теплообменников тесно связан с выбором вариантов наиболее эффективного расположения труб, надо отметить предложенный в работе [19] способ использования в пучках спаренных труб вместо одиночных. Сопоставление результатов работы [19] с нашими данными [20] показывает (рис. 21.9), что при высоких числах Re ($\mathrm{Re} \approx 2600$) теплоотдача пары труб почти вдвое выше соответствующих значений, полученных в аналогичных шахматных пучках, составленных из одиночных труб, т. е. каждая труба в паре работает почти как одиночная.

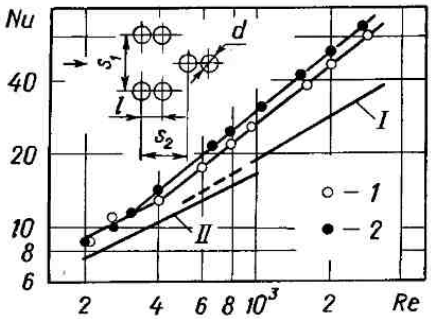


РИС. 21.9. Данные по средней теплоотдаче спаренных труб

1 — $l/d = 1{,}12$,
2 — $l/d = 1{,}50$ [19],
I, II — по данным [20];
$s_1 = 60$ мм,
$s_2 = 67{,}5$ мм, $d = 25$ мм

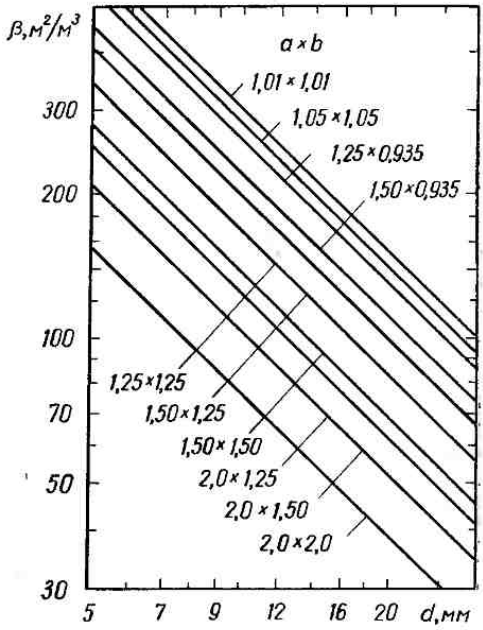


РИС. 21.10. Номограмма компактности пучков в зависимости от диаметров труб и шагов

Компактность же пучка из спаренных труб почти вдвое выше компактности обычных пучков.

На рис. 21.10 представлена номограмма компактности пучков при шахматном расположении в зависимости от диаметра труб и шагов. Однако увеличение компактности пучков труб с точки зрения энергетической эффективности имеет свои пределы. На основе анализа совокупности положительных и отрицательных факторов, действующих при повышении компактности коридорных симметричных ($a = b$) пучков, в работе [21] получено, что оптимальным будет пучок, имеющий относительные шаги $a \times b \approx 1{,}1 \times 1{,}1$. Дальнейшее уменьшение шагов не эффективно. В средах, где есть опасность загрязнения теплообменника, приходится работать с менее эффективными компоновками.

Из представленного в гл. 14 материала видно, что эффективный способ увеличения теплоотдачи со стороны газа и компактности в целом состоит в использовании ребер с этой же стороны. В последнее время возросло количество создаваемых компактных теплообменников с различного вида оребренными поверхностями со стороны обоих теплоносителей. Оребрение применяется не только в теплообменниках типа «газ—газ», но и в теплообменниках «жидкость—газ», причем ребра могут быть как сплошными, так и прерывистыми.

Наиболее высокая компактность достигается в пластинчато-ребристых теплообменниках [13, 14], состоящих из пакета плоских пластин, между которыми находятся соединяющие их ребра. Оба теплоносителя движутся между чередующимися парами пластин, причем течение теплоносителей может быть противоточным или перекрестным. Конструкции пластинчато-ребристых теплообменников таковы, что теплообмен может происходить между несколькими теплоносителями одновременно.

В компактных теплообменниках высокая эффективность теплообмена на поверхности достигается не только вследствие малых диаметров каналов, но и их своеобразной геометрии, способствующей получению более высокого коэффициента теплоотдачи при данном расходе теплоносителя. Применение прерывистых ребер и поверхностей способствует отрыву пограничного слоя, уменьшению его толщины или работе теплообменной поверхности в одном из наиболее эффективных режимов, т. е. переходном из ламинарного в турбулентный (см. разд. 9.2).

Пучки труб, криволинейные и волнистые поверхности способствуют отрыву пограничного слоя и вихревому течению, значительно увеличивающему теплоотвод. Некоторые из рассмотренных в разд. 21.1 методов интенсификации теплоотдачи применяются и в компактных теплообменниках. Например, использование винтообразно закрученных продольно-обтекаемых труб позволяет за счет одновременной интенсификации теплообмена при течении внутри труб и в межтрубном пространстве уменьшить объем теплообменника приблизительно в 1,5 раза.

Эффективность компактных теплообменников определяется не только уменьшением объема, но и уменьшением удельного веса, расхода материала, более низких затрат труда на их производство. Поэтому компактные теплообменники все шире применяются в транспортных системах, в криогенной технике, в различных электронных установках, в энергетике и в установках химической и нефтяной промышленности.

Весьма перспективны для изготовления компактных теплообменников углеграфитовые материалы, пластмассы, керамика. Хотя коэффициент теплопроводности полимерных материалов $\lambda = 0{,}1 \div 0{,}35$ Вт/(м·К) примерно в 150 раз меньше, чем стали, и в 1000 раз меньше, чем латуни, влияние коэффициента теплопроводности на общий коэффициент теплопередачи (см. уравнение (1.25)) в ряде случаев незначительно и тем меньше, чем меньше хотя бы один из коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2, а также толщина стенки δ. При более высоких коэффициентах теплоотдачи (порядка 5000 Вт/(м²·К)) коэффициенты теплоотдачи теплообменников из полимерных материалов ниже, чем из металлических. Применение пластмассовых труб малого диаметра позволяет конструировать гибкие компактные теплообменники, объем которых в 4—5 раз меньше объема металлических теплообменников той же производительности, а масса в 4—8 раз меньше.

Для создания более совершенных конструкций компактных теплообменников необходимо изыскивать и внедрять новые способы интенсификации теплообмена, разрабатывать методы расчета локальных параметров теплоотдающих поверхностей, применять новые материалы и новейшую технологию изготовления теплообменников, всемерно стандартизировать, унифицировать и нормализовать узлы, детали и материалы теплообменников, широко применять ЭВМ для определения оптимальных вариантов компактных теплообменников.

21.3. Загрязнение теплообменных поверхностей

Способность теплообменных аппаратов, работающих в реальных условиях, передавать тепло от одного теплоносителя к другому со временем ухудшается ввиду загрязнения теплообменных поверхностей разными нежелательными теплоизолирующими веществами. При обтекании твердой теплообменной поверхности однофазным потоком жидкости происходят кристаллиза-

ция растворенных в жидкости солей, отложение суспендированных твердых макрочастиц, оседание продуктов химических реакций, происходящих в теплоносителе, коррозия теплообменной поверхности, биологическое загрязнение.

Наиболее часто кристаллизуются соли кальция — карбонаты, фосфаты, сульфаты, а также соли магния, кремния и т. д. Если в растворе преобладает одна соль, то образуются твердые отложения, в которых отдельные частицы крепко связаны между собой и с поверхностью теплообмена. Если в растворе много солей, то при их оседании на поверхности теплообмена между группами кристаллов разных солей образуются пустоты, в которых могут оседать суспендированные частицы, уменьшающие крепость образовавшегося слоя загрязнений.

При использовании воды из открытых водоемов на теплообменной поверхности оседают суспендированные частицы песка, глины, ила, а также продукты коррозии трубопроводов. Эти загрязнители структурно не соединяются с поверхностью, хотя могут прилипнуть достаточно прочно.

В случае биологического загрязнения происходят прилипание и произрастание на поверхности теплообмена как макроорганизмов (полипов, моллюсков и т. д.), так и микроорганизмов (бактерий, морских водорослей и т. д.) [22].

Согласно работе [23], количество вещества m, осевшего на единице площади теплообмена, выражается через термическое сопротивление загрязнения $R_з$, плотность $\rho_з$, коэффициент теплопроводности $\lambda_з$ и толщину слоя загрязнения $\delta_з$, т. е.

$$m = \rho_з \delta_з = \rho_з \lambda_з R_з. \qquad (21.4)$$

Если m или $R_з$ определить экспериментально как функцию времени τ то возможны три случая хода загрязнения:

1) прямолинейная зависимость m (или $R_з$) от времени;

2) промежуточная зависимость, когда со временем скорость образования слоя загрязнений уменьшается;

3) асимптотическая зависимость, когда значения m (или $R_з$) через некоторое время становятся независимыми от времени.

Наибольшее практическое значение имеет асимптотический процесс загрязнения, так как он указывает на возможность работы теплообменника длительное время без дополнительного загрязнения или обязательного текущего ремонта.

Загрязнение поверхности теплообмена является результатом двух одновременно протекающих процессов — отложения и уноса осадков. Скорость загрязнения

$$dR_з/d\tau \sim \Theta_0 - \Theta_у, \qquad (21.5)$$

где Θ_0 — скорость отложения загрязнений, $\Theta_у$ — скорость механического уноса отложений.

В работе [24] принято, что величина Θ_0 не зависит от времени, а величина $\Theta_у$ прямо пропорциональна $R_з$, т. е. $\Theta_у = bR_з$.

Интегрируя уравнение (21.5), получим формулу для определения термического сопротивления загрязнения:

$$R_з = \frac{\Theta_0}{b}[1 - \exp(-b\tau)] = R_{з\,max}[1 - \exp(-b\tau)], \qquad (21.6)$$

где $R_{з\max}$ — асимптотическое значение термического сопротивления слоя загрязнений, b — константа, определяемая экспериментально.

По толщине слой загрязнений можно разделить на три зоны (рис. 21.11): верхний слой A, состоящий из частиц, мало связанных между собой; средний слой $Б$, в котором под действием возрастающей температуры в условиях постоянного потока тепла происходит кристаллизация; нижний слой $В$, представляющий собой определенное кристаллическое образование.

Толщина и характеристики слоя загрязнений являются функцией изменяющихся величин: времени, скорости потока, температуры, давления и концентрации загрязнителя. Иногда увеличение термического сопротивления загрязнения происходит синусоидально, что объясняется довольно легким разрушением и удалением верхнего слоя под действием потока теплоносителя. Большие скорости потока, видимо, препятствуют образованию верхнего слоя, поэтому при более высоких числах Re наблюдаются значительно меньшие флуктуации значений $R_з$ во времени.

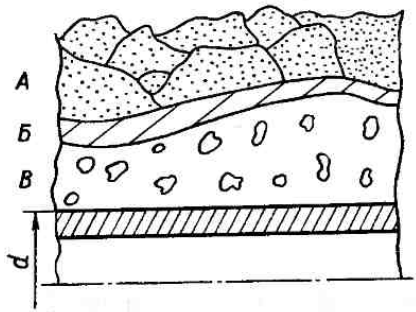


РИС. 21.11. Структура верхнего (A), среднего ($Б$) и нижнего ($В$) слоев загрязнений

Под влиянием большего давления теплоносителя образуются слои загрязнений большей плотности и, по-видимому, уменьшаются флюктуации $R_з$.

В работе [25] отмечено, что внезапное увеличение скорости потока, вызывающее снос верхнего слоя A, приводит к повышению асимптотического значения $R_з$. Это объясняется, видимо, тем, что верхний слой, улавливая некоторые продукты химических реакций, происходящих в слое $Б$, ограничивает рост нижних слоев.

На загрязнение поверхности теплообмена, обтекаемой воздушным потоком, например в радиаторах транспортных установок, в основном влияют механические примеси [15].

В энергетических установках поверхности нагрева загрязняются твердыми частицами золы, содержащимися в дымовом газе. Формирование слоя загрязнений на поверхности нагрева — результат совокупности ряда сложных физико-химических процессов. По характеру связи частиц и механической прочности слои загрязнений делятся на сыпучие, связанные рыхлые и прочные, шлаковые [26]. Частицы золы доставляются к поверхности нагрева при продольном обтекании вследствие турбулентных пульсаций, имеющих место в потоке дымовых газов в направлении к поверхности нагрева, и при поперечном обтекании вследствие прямого набегания потока на трубу.

Причиной оседания наиболее тонких фракций летучей золы может быть движение частиц из горячей части потока в направлении более холодных поверхностей за счет сил термофореза.

На процесс оседания частиц золы влияют и электростатические силы, когда поверхность трубы и частицы золы приобретают разные по знаку электростатические заряды. В этом случае частицы оседают на поверхности трубы.

Влияние концентрации золы в потоке дымовых газов сказывается лишь на времени образования установившегося слоя сыпучих отложений. Независимо от зольности топлива загрязнение стабилизируется на определенном уровне.

Загрязнение в потоке дымовых газов, как и в потоке жидкости, в значительной степени зависит от скорости потока. Число соприкосновений с трубами мелких частиц золы, которые могут оседать на поверхности, увеличивается приблизительно пропорционально скорости потока. В то же время разрушающее действие летящих крупных частиц растет пропорционально кубу скорости. Таким образом, с увеличением скорости динамическое равновесие между процессами оседания золы и разрушения осевшего слоя наступает при меньших размерах осевшего слоя.

Термическое сопротивление осевшего слоя пропорционально диаметру труб. С его уменьшением уменьшается радиус кривизны потока, обтекающего

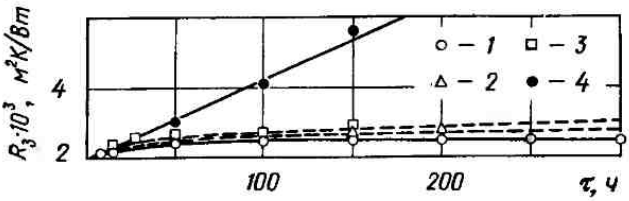


РИС. 21.12. Изменение во времени термического сопротивления слоя загрязнений на трубе с кольцевыми канавками при значениях жесткости охлаждающей воды 2,4 (*1*), 8,5 (*2*), 19 мг-экв/л (*3*) и на гладкой трубе при жесткости воды 2,4 мг-экв/л (*4*) при Re = = 1550 и t_w = 60 ÷ 107° С

трубу, и на частицы, находящиеся в потоке, действуют бо́льшие инерционные силы, которые начинают превышать силы притяжения все более и более мелких частиц золы, и, следовательно, все меньше частиц будет прилипать к поверхности нагрева.

При сравнении шахматных и коридорных пучков труб по термическому сопротивлению оказалось, что при прочих равных условиях термическое сопротивление в шахматном пучке труб вдвое меньше, чем в коридорном, ввиду отсутствия застойных зон между трубами в продольном ряду, увеличивающих кормовые и лобовые отложения.

В потоке охлаждающей воды происходит кристаллизация карбоната кальция. Этот процесс зависит от температуры, концентрации растворенной соли, величины pH и диаметра трубы. В работе [27] предложено уменьшать загрязнение карбонатами наружных поверхностей трубчатых теплообменников, используя трубы с накатными кольцевыми канавками. Из рис. 21.12 видно, что темп роста термического сопротивления слоя загрязнения на наружной поверхности труб с канавками во времени замедляется и при τ = = 100 ÷ 300 ч величина $R_з$ стабилизируется, тогда как на гладкой трубе величина этого сопротивления существенно выше и возрастает во времени. Таким образом, применение труб с кольцевыми канавками позволяет существенно уменьшить отложение солей и при жесткости воды до 20 мг·экв/л сделать трубчатые теплообменники работоспособными. Об интенсифицирующем воздействии на процесс теплообмена канавок как снаружи, так и внутри труб упоминалось в разд. 21.1. В энергетических установках для уменьшения жесткости воды применяются ионитные фильтры.

Скорость прилипания к поверхности теплообмена суспендированных частиц зависит от шероховатости поверхности, скорости потока и размеров частиц. Шероховатость увеличивает оседание частиц, а в ходе оседания карбонатных солей, коррозии или эрозии поверхности теплообмена увеличивается и сама шероховатость. Оседание суспендированных частиц часто происходит в застойных зонах межтрубного пространства кожухотрубных теплообменников. Проектирование теплообменников без застойных зон и увеличение скорости

потока предотвращают оседание этих частиц. Но с увеличением скорости возникает опасность эрозии поверхности теплообмена. Так, в пластинчатых теплообменниках, изготовленных из алюминиевой латуни, скорости потока выше 2 м/с считаются опасными в смысле возникновения эрозии.

При употреблении различных теплоносителей, особенно агрессивных, возникает вопрос защиты от коррозии металла. В потоке воды коррозия ускоряется, если pH воды ниже 6, и минимальна, если pH > 10. Процессу коррозии способствует наличие в воде растворенного кислорода. Наличие хлоридов, сульфатов и карбонатов увеличивает коррозию.

В связи с этим теплообменники специального назначения изготовляются из материалов, которые не подвергаются коррозионному воздействию данного теплоносителя. Например, на титановые трубы мало влияют агрессивные среды, и они значительно меньше загрязняются по сравнению со стальными трубами. Применяются медные трубы, покрытые с внутренней стороны титановой пленкой толщиной 0,03 мм. В таких трубах сочетаются большой коэффициент теплопроводности основного материала (меди) и значительная коррозиестойкость титановой пленки. Используются также и обычные углеродистые стали, поверхность которых путем диффузии насыщается алюминием, защищающим от агрессивных сред, мельхиоро-дюралюминиевые сплавы и др. На предприятиях химической промышленности и в воздухоподогревателях котельных агрегатов все шире применяются стеклянные трубы, позволяющие избежать низкотемпературной коррозии и загрязнения поверхностей нагрева. Высокая коррозионная стойкость, гладкость поверхности, слабость адгезии накипи к полимеру, отсутствие коррозии, меньшая удельная масса по сравнению с металлами, возможность применения гибких труб малого диаметра обеспечивают широкое применение пластмасс в теплообменных аппаратах.

Использование коррозиестойких материалов помогает бороться с явлениями коррозии и загрязнения поверхностей теплообмена и наряду с ранее приведенными методами интенсификации теплообмена способствует увеличению эффективности создаваемых теплообменных аппаратов.

21.4. Эффективность теплообменных аппаратов

Теплообменный аппарат должен обеспечивать передачу требуемого количества тепла от одного теплоносителя к другому при заданных температурах и при возможно большей интенсивности теплообмена, быть работоспособным и достаточно надежным в работе при заданных термодинамических параметрах теплоносителей, обладать достаточным запасом прочности, гарантирующим его безопасное состояние при напряжениях, возникающих как в результате давления теплоносителей, так и вследствие температурных деформаций различных частей теплообменника, быть герметичным, т. е. один теплоноситель не должен попадать в другой, а также вытекать наружу. Теплообменная поверхность и другие элементы теплообменного аппарата, омываемые агрессивными теплоносителями, должны обладать достаточной химической стойкостью. При проектировании теплообменных аппаратов следует добиваться, чтобы они были по возможности малых габаритов и обладали наименьшей удельной металлоемкостью; кроме того, расходы на их изготовление, эксплуатацию и ремонт должны быть минимальными. Особенно следует учитывать стоимость энергии на прокачку теплоносителей и затраты на соответствующее насосное оборудование.

Как видно, требования, предъявляемые к теплообменным аппаратам, разнообразны, а иногда и противоречивы. Обычно на основе сформулированной задачи подбираются одна или несколько возможных конструкций теплообменника и схемы движения теплоносителей. Исходя из предполагаемых рабочих условий, выбирают теплоносители. Производятся тепловой, гидравлический и механический расчеты выбранных аппаратов. Далее в ходе экономических расчетов сравниваются капиталовложения, эксплуатационные расходы, рентабельность и другие показатели.

В конечном итоге находим оптимальное решение задачи. Иногда [13] полученный конечный результат используется для формулировки новых исходных условий задачи при исследовании влияния отдельных параметров для оптимизации всей системы в целом, а не только для выявления оптимальной конструкции теплообменника, основанной до некоторой степени на произвольном выборе начальных требований.

Если при создании теплообменного аппарата использованы новые конструктивные решения или если теплообменник является «критичной» частью всей технологической системы, то сначала изготовляется модель теплообменника и проводятся испытания его тепловой и гидравлической эффективности, устойчивости к воздействиям вибраций, колебаний давления и температуры, разных загрязнений.

Как правило, в межтрубном пространстве реальных кожухотрубных теплообменников существуют вынужденные перетоки теплоносителя. Наличие разных технологических зазоров в теплообменнике, а соответственно и наличие холостых перетоков влияет не только на тепловые, но и на гидродинамические характеристики теплообменного аппарата.

При расчетах кожухотрубных теплообменников вначале определяется средний коэффициент теплоотдачи для поперечного обтекания идеального пучка труб без перегородок. Далее вводятся поправочные коэффициенты, учитывающие также влияние на теплоотдачу разных перетоков потока.

Среднее число $\mathrm{Nu}_к$ в межтрубном пространстве кожухотрубного теплообменника с перегородками определяется по формуле

$$\mathrm{Nu}_к = c_к \mathrm{Nu}, \tag{21.7}$$

где Nu — среднее число Нуссельта в поперечно-обтекаемом пучке труб без перегородок, определяемое по уравнениям, приведенным в гл. 13, а поправочный коэффициент равен

$$c_к = c_\beta c_l c_b. \tag{21.8}$$

Поправочный коэффициент c_β учитывает влияние на теплоотдачу отклонений потока теплоносителя от чисто поперечного обтекания труб в кожухотрубном аппарате, коэффициент c_l — влияние перетоков потока между трубами и перегородкой, а также между перегородкой и кожухом, коэффициент c_b — влияние обводных течений, возникающих между крайними трубами пучка и кожухом [28].

Таким образом, предложенный выше метод позволяет рассчитать средний коэффициент теплоотдачи в межтрубном пространстве кожухотрубного аппарата на основе данных о теплоотдаче трубы в поперечно-обтекаемом пучке труб.

Суммарное сопротивление межтрубного тракта теплообменного аппарата с перегородками типа «диск-кольцо» и шахматным расположением труб в пучке, отнесенное к скорости потока в среднем минимальном сечении пучка,

согласно работе [29], выражается уравнением

$$\Delta p_{\Sigma} = \Delta p + \Delta p_0 + \frac{n_x}{2}\Delta p_1 + \left(\frac{n_x}{2} - 1\right)\Delta p_2, \qquad (21.9)$$

где Δp_{Σ} — суммарный перепад давления в межтрубном тракте, Δp — перепад давления через пучок согласно (12.24), Δp_0 — перепад давления в патрубках, Δp_1 — перепад давления, обусловленный центральными поворотами, Δp_2 — перепад, обусловленный кольцевыми поворотами, n_x — число ходов в межтрубном тракте.

В кожухотрубном аппарате с перегородками типа «диск—кольцо» имеют место перетоки теплоносителя между кольцевыми перегородками и корпусом (в обход пучка труб) и через зазоры около труб в кольцевых и дисковых перегородках. Для учета их влияния на характеристики аппарата необходимо знать коэффициент сопротивления зазоров, согласно [29] определяемый из зависимости

$$\zeta = \frac{2\Delta p_з}{\rho u^2} = \frac{180}{\mathrm{Re}} + 1{,}55. \qquad (21.10)$$

Количество жидкости, перетекающее из хода в ход через зазоры, находится методом последовательного приближения по известным сечениям и величинам скоростей перетока теплоносителя через зазоры, определяемым соответствующими перепадами давления и коэффициентом сопротивления зазоров (21.10). Применение уплотнений, устраняющих перетоки теплоносителя между ходами, улучшает работу кожухотрубных аппаратов.

Сравнение и оценка качества различных конструкций теплообменных аппаратов являются сложной задачей прежде всего из-за необходимости учета большого количества показателей, характеризующих теплообменный аппарат. Примерная взаимосвязь рассматриваемых при этом свойств, согласно работе [15], представлена на рис. 21.13. Так как наиболее ответственным элементом теплообменника является поверхность теплообмена, то в первую очередь надо оценить основные ее свойства.

Совершенство теплообменной поверхности с энергетической точки зрения можно охарактеризовать соотношением переданного количества тепла Q через данную поверхность теплообмена и энергии N, затраченной движущейся жидкостью на преодоление сопротивления:

$$E = \frac{Q}{N} = \frac{\alpha F \Delta t}{V \Delta p} = \frac{\alpha \Delta t}{(f/F)\, u \Delta p}, \qquad (21.11)$$

где V — средний расход теплоносителя, F — площадь теплообменной поверхности, f — минимальное проходное сечение.

Из уравнения (21.11) видно, что эффективность теплообменника зависит

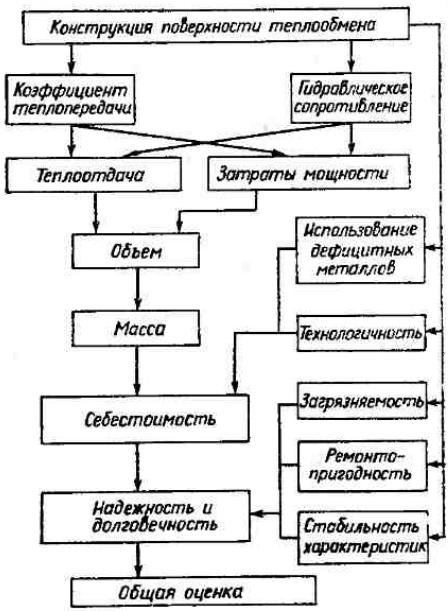


РИС. 21.13. Примерная взаимосвязь свойств теплообменников при их оценке и сравнении

от конструктивного параметра f/F, который в случае поперечно-обтекаемого пучка можно определить по формуле

$$\frac{f}{F} = \frac{(s_1 - d)\,Lz_1}{\pi d L z z_1} = \frac{a-1}{\pi z}, \tag{21.12}$$

где z_1 — количество труб в поперечном ряду, z — количество рядов.

Принимая во внимание, что $\alpha = \mathrm{Nu}_f \lambda_f / d$, $\bar{u} = \mathrm{Re}_f \nu_f / d$ и $\Delta p = \rho_f \bar{u}^2\,\mathrm{Eu}$, отнесем отношение f/F и число Eu к одному поперечному ряду труб, умножим и разделим уравнение (21.11) на величину D^2. Тогда

$$E = \frac{F_1}{f_1}\left(\frac{d}{D}\right)^2 \frac{D^2 \lambda_f \mathrm{Pr}_f^n (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p\,\Delta t}{\rho_f \nu_f^3} \frac{c}{k}\,\mathrm{Re}_f^{m-r-3}, \tag{21.13}$$

где k — постоянная, r — показатель степени в зависимости Eu от Re. Обозначив

$$E_1 = \frac{F_1}{f_1}\left(\frac{d}{D}\right)^2, \quad E_2 = \frac{D^2 \lambda_f^n \mathrm{Pr}_f^n (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p\,\Delta t}{\rho_f \nu_f^3}, \quad E_3 = \frac{c}{k}\,\mathrm{Re}_f^{m-r-3},$$

получим

$$E = E_1 E_2 E_3. \tag{21.14}$$

Для идентичности условий сравнения разных поверхностей и теплоносителей необходимо принять $\Delta t = 1°$ C, $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^p = 1$ и $D = 1$ м.

Комплекс E_1 характеризует влияние на эффективность размеров поверхности теплообмена, комплекс E_2 определяет влияние физических свойств теплоносителя на эффективность теплообмена, а комплекс E_3 выражает взаимосвязь между теплоотдачей и мощностью, затрачиваемой на преодоление сопротивления движению теплоносителя.

Известно, что теплоноситель для теплообменных устройств выбирается согласно условиям технологического процесса, но если заданной системе удовлетворяет несколько видов теплоносителей, то оптимальный теплоноситель надо подбирать путем сравнения их характеристик, уделяя особое внимание теплофизическим свойствам. Комплекс E_2 позволяет представить данные теплофизических свойств теплоносителей в простом безразмерном виде, что улучшает тепловые расчеты теплообменников.

Сравнение поперечно- и продольно-обтекаемых пучков труб по тепловой эффективности показывает, что в области $\mathrm{Re} < 10^5$ поперечно-обтекаемый пучок по сравнению с продольно-обтекаемым более эффективен и с уменьшением Re теплоотдача относительно увеличивается.

Эффективность теплоотдачи E характеризует процесс теплообмена только энергетически. Но энергетически выгоднее, чтобы процесс теплоотдачи протекал при меньших скоростях. Однако надо учитывать, что в этом случае поверхность теплообмена увеличивается. Поэтому только совместная оценка эксплуатационных и капитальных затрат может дать оптимальное решение вопроса в каждом отдельном случае. При расчете теплообменников используется такой большой объем вычислений, исходных данных и результатов, что расчет без привлечения ЭВМ даже в простейших случаях неэффективен, а в большинстве случаев практически невозможен. Поэтому при проектировании и расчете аппаратов широко используется современная вычислительная техника и соответствующее математическое обеспечение.

Методы расчета с применением ЭВМ должны отвечать некоторым требованиям. Во-первых, алгоритмы расчета теплообменников должны охватывать

не узкие специфические стороны, а обобщать широкие классы теплообменных аппаратов. Во-вторых, программы расчетов теплообменников составляются таким образом, чтобы пользователи могли применять их с минимальными затратами времени для обучения. Для этого выбирается диалоговый режим работы пользователей с программами, суть которого состоит в следующем: пользователю выводятся варианты выполнений, из которых указывается необходимый.

База данных в ЭВМ о теплообменниках позволяет накапливать информацию и результаты расчетов теплообменников, изменять или заносить новые параметры теплообменников и оперативно выдавать нужные сведения. Программы расчета теплообменников составлены по модульному принципу, что позволяет эффективно расширять или вводить исправления в программы. Передача параметров и данных между программами из пакета выполняется через базу данных. Сервисные программные средства — обсуждение базы данных теплообменников, графическое отображение информации, печать протоколов расчетов и таблиц результатов — позволяют создать единую форму представления результатов расчетов.

Принципы структурного программирования позволяют составить легко анализируемые программы (они разбиты на функциональные части и снабжены обширными комментариями), производить простую наладку. Для структурного программирования лучше всего использовать алгоритмические языки.

Подводя итоги, можно отметить следующие основные задачи в области создания наиболее эффективных теплообменников.

1. Дальнейшее развитие фундаментальных исследований процесса теплообмена в турбулентных и отрывных течениях в широком интервале чисел Прандтля и Рейнольдса.

2. Развитие методов интенсификации теплопереноса применительно к современным теплообменным аппаратам.

3. Исследование теплопереноса и гидродинамики новых перспективных теплоносителей, предназначенных для работы в различных диапазонах температур.

4. Разработка методов полной оценки влияния производственных неточностей и отклонений от заданной геометрии на эксплуатационные качества теплообменников.

5. Исследование и предотвращение процесса загрязнения поверхностей нагрева в теплообменных аппаратах.

6. Исследование влияния вызванных потоком вибраций на работоспособность конструкций теплообменных аппаратов.

7. Расширение применения новых материалов для изготовления кожухотрубных теплообменников, решение проблем оптимального размещения труб в таких аппаратах, крепления труб в трубных решетках и т. д.

8. Более широкое использование стандартных унифицированных деталей и узлов, а также новых металлов и их сплавов при конструировании теплообменников.

9. Расширение исследований по созданию теплообменных процессов и аппаратов, направленных на экономию энергии за счет использования вторичных энергетических ресурсов.

10. Создание новых усовершенствованных методов для расчета разных задач на ЭВМ с целью скорейшего внедрения полученных научных результатов в производство эффективных аппаратов, значительно повышающих производительность труда и качество продукции.

ЛИТЕРАТУРА

ГЛАВА 1

1. *Стырикович М. А., Шпильрайн Э. Э.* Энергетика: Проблемы и перспективы. М.: Энергия, 1981. 192 с.
2. *Михеев М. А.* Основы теплопередачи. 3-е изд. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1956. 392 с.

ГЛАВА 2

1. *Боришанский В. М., Кутателадзе С. С., Новиков И. И., Федынский О. С.* Жидкометаллические теплоносители. 2-е изд. М.: Атомиздат, 1967. 299 с.
2. *Шульман З. П.* Конвективный тепломассоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975. 351 с.
3. Тепло- и массообмен в неньютоновских жидкостях /Под ред. А. В. Лыкова, Б. М. Смольского. М.: Энергия, 1968. 287 с.
4. *Чиркин В. С.* Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат, 1968. 484 с.
5. *Цедерберг Н. В.* Теплопроводность газов и жидкостей. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963. 408 с.
6. *Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е.* Техническая термодинамика. 2-е изд. М.: Наука, 1979, с. 512.
7. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 712 с.
8. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания /Под ред. В. П. Глушко. М.: Наука, 1971. т. 1. 266 с.
9. *Лук-Зильберман А. И., Малышев Н. И., Жимерин Н. Г., Шапиро Р. И.* Определение равновесного состава и некоторых термодинамических свойств продуктов сгорания углеводородного топлива при высоких температурах.— Тр. ЦКТИ, 1965, вып. 60, с. 168—180.
10. *Гейдон А. Г., Вольфград Х. Г.* Пламя, его структура, излучение и температура. М.: Металлургиздат, 1959. 333 с.
11. Термодинамические свойства индивидуальных веществ/Под ред. В. П. Глушко. М.: Наука, 1962. т. 1, 1162 с. т. 2, 916 с.
12. *Рид Р., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1971. 702 с.
13. *Кессельман П. М.* К вопросу расчета теплофизических свойств реальных газов при высоких температурах.— Теплофизика высоких температур, 1964, т. 2, № 2, с. 879—884.
14. *Кессельман П. М., Литвинов А. С.* Вязкость и теплопроводность продуктов сгорания органических топлив.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Минск: 1968, т. 7, с. 121—132.
15. *Самуилов Е. В., Цителаури Н. Н.* Свойства переноса химически реагирующих газов. 1. Коэффициенты аппроксимирующих функций для эффективных сечений компонент газовых смесей, содержащих атомы H, C, N, O и их соединения.— Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, № 4, с. 754—760.
16. *Суткайтите И. Б., Мякарявичюс В. И., Тамонис М. М.* Упрощенная методика определения теплопроводности и вязкости высокотемпературных продуктов сгорания углеводородного топлива.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1973, № 6(79), с. 135—142.
17. *Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Бред Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.
18. *Свела Р. А., Брокау Р. С.* Теплоемкость и число Льюиса реагирующего газа.— Ракет. техника и космонавтика, 1966, № 1, с. 228—231.
19. *Варгафтик Н. Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
20. *Yos J. M.* Transport properties of nitrogen, hydrogen, oxygen and air to 30 000 K.— In: Res. and Advanced Develop. Div. AVCO Corp. Wilmington, 1963. 62 p.

ГЛАВА 3

1. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. 4-е изд. М.: Наука, 1973. 847 с.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 712 с.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.; Гостехиздат, 1953. 788 с.
4. *Бай Ши-и.* Динамика излучающего газа М.: Мир, 1968. 323 с.
5. *Мотулевич В. П.* Система уравнений ламинарного пограничного слоя с учетом химических реакций и различных

видов диффузии.— В кн.: Физическая газодинамика, теплообмен и термодинамика газов высоких температур. М.: Изд-во АН СССР, 1962, с. 159—170.
6. *Cebeci T., Bradshaw P.* Momentum transfer in boundary layers. Wash.; L.: 1977. 391 p.
7. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
8. *Cebeci T., Smith A. M. O.* Analysis of turbulent boundary layers. N. Y. etc.: Acad. Press, 1974. 399 p.
9. *Viskanta R.* Radiation trans'er and interaction of convection with radiation heat transfer.— Adv. Heat Transfer, 1966, vol. 3, p. 176—251.

ГЛАВА 4

1. *Гухман А. А.* Введение в теорию подобия. М.: Высш. школа. 1963. 254 с.
2. *Кирпичев М. В., Михеев М. А.* Моделирование тепловых устройств. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1936. 320 с.
3. *Макарявичюс В. И.* Теплообмен при физико-химических изменениях. Вильнюс: Мокслас, 1978. 228 с.
4. *Кутателадзе С. С., Ляховский Д. Н., Пермяков В. А.* Моделирование теплоэнергетического оборудования. М.; Л.: Энергия, 1966. 351 с.
5. *Falkner V. M., Skan S. W.* Some approximate solutions o' the boundary layer equations.— Phil. Mag., 1931, N 12, p. 865—896.
6. *Дородницын А. А.* Пограничный слой в сжимаемом газе.— ПММ, 1942, т. 6, вып. 6, с. 449—486.
7. *Белоцерковский С. М., Ништ М. И.* О моделировании турбулентного следа в идеальной среде.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977, с. 80—90.
8. *Данаев И. Т., Лисейкин В. Д., Яненко Н. Н.* О численном решении задачи обтекания тела вращения теплопроводным газом на криволинейной подвижной сетке.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: 1980, т. 2, № 1, с. 51—61.
9. *Паулавичюс Р. Б.* Двухсеточный метод решения системы дифференциальных уравнений турбулентного пограничного слоя.— В кн.: Некоторые проблемы тепло- и массообмена. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1978, с. 76—79.
10. *Жукаускас А., Жюгжда И.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Мокслас, 1979. 237 с.
11. *Жукаускас А., Шланчяускас А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1973. 327 с.
12. *Вилемас Ю., Чесна Б., Сурвила В.* Теплоотдача в газоохлаждаемых кольцевых каналах. Вильнюс: Мокслас, 1977. 255 с.

ГЛАВА 5

1. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. 4-е изд. М.: Наука, 1973. 847 с.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 712 с.
3. *Blasius H.* Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung.— ZAMM, 1908. Bd. 1. S. 1—37.
4. *Howart L.* On the solution of the laminar boundary layer equations.— Proc. Roy. Soc., 1938, vol. 164A, p. 547—579.
5. *Жукаускас А., Жюгжда И.* Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1969. 263 с.
6. *Hartree D. R.* On an equation occuring in Folkner and Skan approximate treatment of the equation of the boundary layer.— Proc. Cambr. Phil. Soc., 1937, vol. 33, p. 223—239.
7. *Воскресенский К. Д., Турилина Е. С.* Приближенная оценка нижней границы области применимости теории пограничного слоя.— В кн.: Теплообмен, гидродинамика и теплофизические свойства веществ. М., 1968, с. 236—239.
8. *Knudsen J. G., Katz D.* Fluid dynamics and heat transfer. N. Y. etc.: McGraw-Hill, 1958. 578 p.

ГЛАВА 6

1. *Pohlhausen E.* Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und kleiner Wärmeleitung.— ZAMM, 1921, Bd. 1, S. 115—126.
2. *Fischer F. D., Knudsen J. G.* Heat transfer during laminar flow past flat plates: Extension of Pohlhausens solution to low and high Prandtl-number fluids.— Chem. Engng. Progr. Symp., 1958, vol. 55, N 29, p. 83—89.
3. *Кружилин Г. Н.* Исследование теплового пограничного слоя.— ЖТФ, 1936, т. 6, вып. 3, с. 561—572.
4. *Жукаускас А. А., Жюгжда И. И.* Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1969. 261 с.
5. *Eckert E. R.* Die Berechnung des Wärmeübergangs in der laminaren Grenzschicht umströmten Körper.— VDI-Forschungsh., 1942, Bd. 416, S. 1—26.
6. *Тарг С. М.* Основные задачи теории ламинарных течений. М.; Л.: Гостехиздат, 1951. 420 с.
7. *Hara T.* Heat transfer from flat plate in longitudinal flow of water.— Trans.

Japan. Soc. Engr., 1954, vol. 20, N 92, p. 257—261.
8. *Михеев М. А.* Теплоотдача при турбулентном движении жидкости в трубах.— Изв. АН СССР. ОТН, 1952, № 10, с. 1448—1454.
9. *Швенчянас А. А., Макарявичюс В. И., Тамонис М. М., Жукаускас А. А.* Влияние физических свойств жидкости на гидродинамику и теплообмен продольно обтекаемой пластины.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1969, № 4(59), с. 149—162.
10. *Schuh H.* Über die Lösung der laminaren Grenzschichtgleichung an der ebenen Platte für Geschwindigkeits- und Temperaturfeld bei veränderlichen Stoffwerten und für Diffusionsfeld bei höheren Konzentrationen.— ZAMM, 1947, Bd. 25—27, N 2, S. 54—60.
11. *Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М.* Теория тепло- и массообмена. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961. 680 с.
12. *Жюгжда И. И., Жукаускас А. А.* Влияние необогреваемого участка на теплообмен пластины при ламинарном слое в потоке жидкостей.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1962, № 4 (31), с. 54—59.
13. *Лабунцов Д. А.* Приближенное исследование интенсивности теплообмена неизотермической плоской поверхности при ламинарном пограничном слое.— Инж.-физ. журн., 1965, т. 3, № 3, с. 403—405.
14. *Levy S.* Heat transfer to constant property laminar boundary layer flow with power function free stream velocity and wall temperature variation.— J. Aeron. Sci., 1952, vol. 19, N 5, p. 341—348.
15. *Scesa S., Levy S.* Heat transfer to constant property laminar boundary layer wedge flow with stepwise and arbitrary wall temperature variation.— Trans. ASME, 1954, vol. 76, N 2, p. 279—286.
16. *Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. М.: Энергия, 1975. 486 с.
17. *Голдштейн С.* Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости. М.: Изд-во иностр. лит., 1978. Т. 2. 407 с.

ГЛАВА 7

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 712 с.
2. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965. ч. 1. 639 с.; 1967, ч. 2, 720 с.
3. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963, 680 с.
4. *Ротта И. К.* Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1967. 232 с.
5. *Жукаускас А., Шланчяускас А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1973. 327 с.
6. *Зысина-Моложен Л. М., Кузнецова В. М.* Исследование переходного режима в пограничном слое.— Теплоэнергетика, 1969, № 7, с. 16—20.
7. *Уэллс К. С., мл.* Влияние турбулентности набегающего потока на переход в пограничном слое.— Ракет. техника и космонавтика, 1967, т. 5, № 1, с. 219—221.
8. *Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.* Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972. 342 с.
9. *Гиневский А. С., Иоселевич В. А., Колесников А. В.* и др. Методы расчета турбулентного пограничного слоя.— В кн.: Механика жидкости и газа. М.: ВИНИТИ, 1978, т. 11, с. 155—205.
10. *Launder B. E., Spalding D. B.* Lectures in mathematical models of turbulence. L.; N. Y.: Acad. Press, 1972. 169 p.
11. *Van Driest E. R.* On turbulent flow near a wall.— J. Aeron. Sci., 1956, vol. 23, N 11, p. 1007—1011.
12. *Reichardt H.* Vollständige Darstellung der turbulent Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen.— ZAMM, 1951, Bd. 31, N 7, S. 208—219.
13. *Патанкар С., Сполдинг Д.* Тепло- и массообмен в пограничных слоях. М.: Энергия, 1971. 127 с.
14. *Клаузер Ф.* Турбулентный пограничный слой.— В кн.: Проблемы механики. М.: Изд-во иностр. лит., 1956, с. 297—340.
15. *Тамонис М. М.* Радиационный и сложный теплообмен в каналах. Вильнюс: Мокслас, 1981. 250 с.
16. *Шланчяускас А. А., Пядишюс А. А.* Влияние турбулентности внешнего течения на перенос тепла в турбулентном пограничном слое.— В кн.: Теплообмен-1978: Сов. исслед. М.: Наука, 1980, с. 76—86.
17. *Reynolds A. J.* The prediction of turbulent Prandtl and Schmidt numbers.— Int. J. Heat and Mass. Transfer, 1975, vol. 18, N 9, p. 1055—1069.
18. *Kader B. A., Yaglom A. M.* Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, N 1, p. 2329—2351.
19. *Дагис Л. И., Тамонис М. М., Жукаускас А. А.* Анализ турбулентного пограничного слоя с переменными физическими свойствами потока. 4. Определение характеристик турбулентности по измерениям профилей ско-

рости и температуры в пограничном слое.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 4(101), с. 39—46.
20. *Максин П. Л., Петухов Б. С., Поляков А. Ф.* Расчет турбулентного переноса импульса и тепла при течении в трубах несжимаемой жидкости и газа с переменными физическими свойствами.— В кн.: Вопросы конвективного и радиационно-кондуктивного теплообмена. М.: Наука, 1980, с. 5—41.
21. *Ludwieg H., Tillmann W.* Untersuchungen über die Wandschubspannung in turbulenten Reibugsschichten.— Ingr-Arch., 1949, Bd. 17, N 4, S. 288—299.
22. *Schultz-Grunow F.* Neues Reibungs Widerstandsgesetz für glatte Platen.— Luftfahrtforschungen, 1940, Bd. 17, N 8, S. 239—246.
23. *Smith D. W., Walker I. H.* Skin-friction measurements in incompressible flow.— NACA Rept. R-26, 1959. 35 p.
24. *Кадер Б. А., Яглом А. М.* Универсальный закон турбулентного тепло- и массопереноса от стенки при больших числах Рейнольдса и Пекле.— ДАН СССР. 1970, т. 190, № 1, с. 65—68.
25. *Neumann I. C.* Transfert de chaleur en régime turbulent pour les grands numbers de Prandtl.— Informs aéraul. et therm., 1968, vol. 5, N 17, p. 4—20.
26. *Fortier A.* Theorie asymptotique de la couche limite turbulente. Herceg-Novi (Jugoslavia), 1968.
27. *Жукаускас А. А., Шланчяускас А. А., Улинскас Р. В., Пядишюс А. А.* Гидродинамические и тепловые измерения в турбулентном пограничном слое на пластине в потоке капельных жидкостей.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1970, с. 100—104.
28. *Макарявичюс В.* Теплообмен при физико-химических изменениях. Вильнюс: Мокслас, 1978. 228 с.
29. *Chi S. W., Spalding D. B.* Influence of temperature ratio on heat transfer to a flat plate through a turbulent boundary layer in air.— In: 3rd Int. Heat Transfer Conf. Chicago: 1966, vol. 2, p. 41—49.
30. *Попов В. Н.* Теплоотдача и сопротивление трения при продольном обтекании пластины газом с переменными физическими свойствами.— Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, № 2, с. 333—345.
31. *Вайтекунас П. П., Шланчяускас А. А., Жукаускас А. А.* Влияние переменных физических свойств газов на трение и теплообмен пластины при развитом турбулентном течении.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б. 1975, № 3(88), с. 113—126.
32. *Адомайтис И.-Э. И., Вилемас Ю. В.* Влияние изменения физических свойств газа на деформацию профилей скорости и температуры в пограничном слое продольно обтекаемого цилиндра.— В кн.: Проблемы турбулентного переноса. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР. 1979, с. 134—142.
33. *Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А.* Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1972. 220 с.
34. *Dipprey D. F., Sabersky R. H.* Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various Prandtl numbers.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1963, vol. 6, N 5, p. 329—355.
35. *Yaglom A. M., Kader B. A.* Heat and mass transfer between rough wall and turbulent fluid flow at high Reynolds and Peclet numbers.— J. Fluid Mech., 1974, vol. 62, p. 601—623.
36. *Шланчяускас А. А., Вегите Н. И.* Модель турбулентного пограничного слоя, составленная по крупномасштабным перемешиваниям.— В кн.: Пристенное турбулентное течение. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1975, с. 203—208.
37. *Дрижюс М.-Р. М., Барткус С. И., Шланчяускас А. А., Жукаускас А. А.* Сопротивление и теплоотдача шероховатой пластины при различных Pr.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 2(87), с. 91—108.
38. *Шланчяускас А. А., Дрижюс М.-Р. М.* Расчет теплообмена шероховатых поверхностей.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 1, ч. 1, с. 67—76.
39. *Себеси Т.* Ламинарный и турбулентный пограничные слои при осесимметричном обтекании тонких тел вращения потоком несжимаемой жидкости.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. D, Теорет. основы инж. расчетов, 1970, т. 92, № 3, с. 140—148.
40. *Гиневский А. С., Колесников А. В., Почкина К. А.* Экспериментальное исследование осесимметричного пограничного слоя на продольно-обтекаемом цилиндре.— Учен. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, № 4, с. 52—61.
41. *Вилемас Ю., Чесна Б., Сурвила В.* Теплоотдача в газоохлаждаемых кольцевых каналах. Вильнюс: Мокслас, 1977. 255 с.
42. *Адомайтис И.-Э. И.* Экспериментальное исследование осесимметричного обтекания цилиндра турбулизированным потоком несжимаемой жид-

кости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1979, № 5(114), с. 95—110.
43. *Дыбан Е. П., Эпик Э. Я.* Воздействие турбулентной вязкости внешнего течения на теплообмен в пограничных слоях турбулизированных потоков.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 2, с. 40—51.
44. *Симонич И. К., Брэдшоу П.* Влияние турбулентности внешнего потока на перенос тепла в турбулентном пограничном слое.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С, Теплопередача, 1978, т. 100, № 4, с. 671—677.
45. *Charnay G., Comte-Bellot G., Mathieu J.* Development of a turbulent boundary layer on a flat plate in an external turbulent flow.— 93 AGARD Conf. Proc., 1971, pap. 27, p. 27.1—27.10.
46. *Зысина-Моложен Л. М., Дергач А. А., Медведева М. А., Роост Э. Г.* Исследование развития теплового пограничного слоя в решетках профилей турбомашин.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 1, ч. 1, с. 138—151.
47. *Миронов Б. П., Васечкин В. Н., Мамонов В. Н., Ярыгина Н. И.* Тепломассообмен при повышенной внешней турбулентности в зависимости от интенсивности поперечного потока вещества.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 2, с. 158—166.
48. *Kays W. M., Moffat R. I., Thielbahr W. H.* Heat transfer to the highly accelerated turbulent boundary layer with and without mass addition.— Rept HMT-6, Stanford Univ., 1969. 32 p.
49. *Репик Е. У.* Исследование перехода турбулентного пограничного слоя в ламинарный при глубоких отрицательных градиентах давления.— Инж.-физ. журн., 1973, т. 24, № 2, с. 276—281.
50. *Леонтьев А. И., Шишов Е. В., Афанасьев В. Н., Заблоцкий В. П.* Исследование пульсационной структуры теплового турбулентного пограничного слоя в условиях ламинаризации потока.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 2, с. 136—146.
51. *Жаляускас А. Б., Пядишюс А. А.* Перенос количества движения и тепла в турбулентном пограничном слое при ускорении потока.— В кн.: Проблемы турбулентного переноса. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1979, с. 123—133.

ГЛАВА 8

1. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965. ч. 1. 639 с.; 1967. ч. 2. 720 с.
2. *Таунсенд А. А.* Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 399 с.
3. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
4. *Klebanoff P. S.* Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient.— NACA Rept. 1247, 1955, p. 1135—1153.
5. *Charnay G., Mathieu J., Comte-Bellot G.* Response of a turbulent boundary layer to random fluctuations in the external flow.— Phys. Fluids, 1976, vol. 19, N 9, p. 1261—1272.
6. *Дрижюс М.-Р. М., Барткус С. И., Шланчяускас А. А.* Структурные особенности теплообмена при турбулентном обтекании шероховатой пластины жидкостью. — Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1973, № 3(76), с. 111—118.
7. *Пядишюс А. А., Кажимекас М.-В. А., Шланчяускас А. А.* Теплоотдача пластины потоку воздуха повышенной турбулентности.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1978, № 5 (108), с. 91—99.
8. *Дыбан Е. П., Эпик Э. Я.* Воздействие турбулентной вязкости внешнего течения на теплообмен в пограничных слоях турбулизированных потоков.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск, 1980, т. 1, с. 2, с. 40—51.
9. *Жукаускас А. А., Шланчяускас А. А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1973. 327 с.
10. *Шланчяускас А. А., Вегите П. Ю.* Пространственные корреляции температурного поля в турбулентном пограничном слое различных жидкостей.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1976, № 6(97), с. 41—47.
11. *Lawn C. J.* Turbulent temperature fluctuations in liquid metals.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1977, vol. 20, N 10, p. 1035—1044.
12. *Шланчяускас А. А., Пядишюс А. А., Зигмантас Г. П.* Теплоперенос в турбулентном пограничном слое при наличии возмущений и их релаксации.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 2, с. 185—196.
13. *Hinze J. O., Sonnenberg R. E., Builtjes P. J. H.* Memory effect in a turbulent boundary-layer flow due to a relatively strong axial variation of the mean-velocity gradient.— Appl. Sci. Res. Ser. B. 1974, vol. 29, p. 1—13.
14. *Blom J.* An experimental determination of the turbulent Prandtl number in a developing temperature boundary layer: Doct. Diss. Eindhoven: 1970. 118 p.
15. *Tyldesley J. R., Silver R. S.* The prediction of the transfer properties of a turbulent fluid.— Int. J. Heat and

Mass Transfer, 1968, vol. 11, N 9, p. 1325—1340.
16. *Максин П. Л., Петухов Б. С., Поляков А. Ф.* Расчет турбулентного переноса импульса и тепла при течении в трубах несжимаемой жидкости и газа с переменными физическими свойствами.— В кн.: Вопросы конвективного и радиационно-кондуктивного теплообмена. М.: Наука, 1980, с. 5—41.

ГЛАВА 9

1. *Жукаускас А., Шланчяускас А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис. 1973. 327 с.
2. *Катинас В. И., Жюгжда И. И., Жукаускас А. А.* Исследование местной теплоотдачи пластины при переходном режиме течения.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1971, № 2(65), с. 161—171.
3. *Шлихтинг Г.* Возникновение турбулентности. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 203 с.
4. *Азизов А., Зысина-Моложен Л. М., Кузнецова В. М., Соскова И. С.* Исследование влияния температурного фактора на переход от ламинарного к турбулентному режиму течения в пограничном слое.— Инж.-физ. журн., 1969, т. 16, № 2, с. 218—225.
5. *Гольдштик М. А., Штерн В. Н.* Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1977. 366 с.
6. *Амбразявичюс А. Б., Жукаускас А. А.* Исследование теплоотдачи пластины в потоке капельной жидкости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1959. № 3(19), с. 111—121.
7. *Шланчяускас А. А., Пядишюс А. А.* Влияние турбулентности внешнего течения на перенос тепла в турбулентном пограничном слое.— В кн.: Теплообмен-1978: Сов. исслед. М.: Наука, 1980, с. 76—86.
8. *Петухов Б. С., Кириллов В. В.* К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах.— Теплоэнергетика, 1958, № 4, с. 63—69.
9. *Вилемас Ю., Чесна Б., Сурвила В.* Теплоотдача в газоохлаждаемых кольцевых каналах. Вильнюс: Минтис, 1977. 255 с.
10. *Шланчяускас А. А., Улинскас Р. В., Жукаускас А. А.* Турбулентный теплообмен пластины в потоках различных жидкостей с переменной вязкостью.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1969. № 4(59), с. 163—178.
11. *Кутателадзе С. С.* Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 415 с.
12. *Вайтекунас П. П., Шланчяускас А. А., Жукаускас А. А.* Влияние переменных физических свойств газов на трение и теплообмен пластины при развитом турбулентном течении.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 3(88), с. 113—126.
13. *Макарявичюс В.* Теплообмен при физико-химических изменениях. Вильнюс: Мокслас, 1978. 228 с.
14. *Адомайтис И.-Э. И., Чесна Б. А., Вилемас Ю. В.* Экспериментальное исследование теплоотдачи и трения цилиндра, продольно обтекаемого турбулизированным потоком воздуха с переменными физическими свойствами.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1981, № 1(122), с. 51—69.
15. *Тамонис М. М.* Радиационный и сложный теплообмен в каналах. Вильнюс: Мокслас, 1980. 250 с.
16. *Амбразявичюс А. Б., Валаткявичюс П. Ю., Кежялис Р. М.* Влияние температурного фактора на теплообмен при турбулентном течении высокотемпературного газа в начальном участке трубы.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976. т. 1, ч. 1, с. 290—293.
17. *Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.* Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972. 342 с.
18. *Шланчяускас А. А., Дрижюс М.-Р. М.* Расчет теплообмена шероховатых поверхностей.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 1, ч. 1, с. 67—76.
19. *Dipprey D. F., Sabersky R. H.* Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various Prandtl numbers.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1963, vol. 6, N 5, p. 329—355.
20. *Jaglom A. M., Kader B. A.* Heat and mass transfer between rough wall and turbulent fluid flow at high Reynolds and Peclet numbers.— J. Fluid Mech., 1974, vol. 62, pt 1, p. 604—623.
21. *Симонич И. К., Брэдшоу П.* Влияние турбулентности внешнего потока на теплоперенос в турбулентном пограничном слое.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С, Теплопередача, 1978, т. 100, № 4, с. 671—677.
22. *Дыбан Е. П., Эпик Э. Я.* Воздействие турбулентной вязкости внешнего течения на теплообмен в пограничных слоях турбулизированных потоков.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 2, с. 40—51.
23. *Пядишюс А. А., Казлаускас И.-Р. И., Жукаускас А. А.* Теплоотдача пластины ускоряющемуся потоку жидкости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 2(99), с. 49—57.

ГЛАВА 10

1. *Чжен П.* Отрывные течения. М.: Мир, 1972. т. 1. 298 с.; т. 2. 280 с.
2. *Morkovin M. V.* Flow around circular cylinder — a koleidoscope of challenging fluid phenomena.— In: Fluids engineering division conference. Pap. ASME, 1964, p. 102—118.
3. *Жукаускас А. А., Жюгжда И. И.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости.— Вильнюс: Минтис, 1979. 237 с.
4. *Roshko A.* Experiments on the flow past circular cylinders at a very high Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1961, vol. 10, pt. 3, p. 345—356.
5. *Tani I.* Low speed flows involving bubble separations.— In: Progress in Aeronautical Sciences. Oxford: Pergamon Press, 1964, N 5, p. 70—103.
6. *Рошко А., Фишдон У.* О роли перехода в ближнем следе.— В кн.: Механика. М.: Мир, 1969, т. 6, с. 50—58.
7. *Giedt W.* Effect of turbulence level of incident air stream on local heat transfer and skin friction on a cylinder.— J. Aeron. Sci., 1951, vol. 18, N 11, p. 725—730, 766.
8. *Дауётас П. М., Жюгджа И. И., Жукаускас А. А.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке воды в области критических значений числа Рейнольдса.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1973, № 3(76), с. 99—109.
9. *Зданавичюс Г. Б., Сурвила В. Ю., Жукаускас А. А.* Влияние степени турбулентности набегающего потока воздуха на местную теплоотдачу круглого цилиндра в критической области обтекания.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 4(89), с. 119—129.
10. *Акылбаев Ж. С., Исатаев С. И., Пользик В. В.* Срыв вихрей с поверхности плохообтекаемых тел и его влияние на теплообмен.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Минск, 1972, т. 1, ч. 1, с. 291—295.
11. *Швегжда С. А., Марр Ю. Н., Жюгжда И. И., Жукаускас А. А.* Нестационарность течения около цилиндра, поперечно обтекаемого потоком воздуха.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 6(103), с. 73—78.
12. *Eckert E. R. G.* Die Berechnung des Wärmeüberganges in der laminaren Grenzschicht umströmter Körper.— VDI-Forschungsh., 1942, Bd. 416, S. 1—26.
13. *Жукаускас А. А., Шлянчяускас А. А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1973. 327 с.
14. *Howarth J.* On the calculation of steady flow in the boundary layer near the surface of a cylinder in a stream.— Aeron. Res. Comm., Rep. Mem., 1935, N 1632, p. 1—12.
15. *Schönauer W.* Ein Differenzverfahren zur Lösung der Grenzschichtgleichung für stationare laminare, incompressible Strömung.— Ing. Arch., 1964, Bd. 33, S. 183—189.
16. *Эпик Э. Я., Козлова Л. Г.* Влияние загромождения канала и турбулентности потока на обтекание цилиндра.— Теплофизика и теплотехника, 1973, вып. 25, с. 55—57.
17. *Петухов Б. С.* Опытное изучение процессов теплопередачи. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1952, 344 с.
18. *Гольдштейн С.* Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости. М.: Изд-во иностр. лит., 1948, т. 2, 408 с.
19. *Achenbach E.* Total and local heat transfer from a smooth circular cylinder in cross-flow at high Reynolds number.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1975, vol. 10, N 12, p. 1387—1396.
20. *Девнин С. И.* Аэродинамический расчет плохообтекаемых судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1967. 224 с.

ГЛАВА 11

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 712 с.
2. *Юдаев Б. Н.* Теплопередача. М.: Высш. школа, 1973. 319 с.
3. *Жукаускас А. А., Жюгжда И. И.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1979, 237 с.
4. *Eckert E. R. G.* Die Berechnung des Wärmeüberganges in der laminaren Grenzschicht umströmter Körper.— VDI-Forschungsh., 1942, Bd. 416, S. 1—26.
5. *Krall K. M., Eckert E. R. G.* Heat transfer to a transverse circular cylinder at low Reynolds number including refraction effects.— In: Proc. 4th Int. Heat Transfer Conf. Ser. FC 5. P., 1970, vol. 3, p. 225—232.
6. *Kayalar L.* Experimentale und theoretische Untersuchungen über den Einfluß des Turbulenzgrades auf den Wärmeübergang in der Umgebung des Staupunkts eines Kreiszylinders.— Forsch. Ingenieurw., 1969, Bd. 35, N 5, S. 158—167.
7. *Kestin J., Wood R. T.* The mechanism which causes free stream turbulence to enhance stagnation-line heat and mass transfer.— In: Proc. 4th Int. Heat Transfer Conf. Ser. FC 2.7. P., 1970, vol. 3, p. 181—188.
8. *Дыбан Е. П., Эпик Э. Я., Козлова*

Л. Г. Совместное влияние степени, продольного масштаба турбулентности и ускоренности воздушного потока на теплообмен круглого цилиндра.— В кн.: Теплообмен-1974: Сов. исслед. М.: Наука: 1975. 368 с.

9. *Катинас В. И.*, *Жюгжда И. И.*, *Жукаускас А. А.* Теплоотдача криволинейных тел при поперечном их обтекании вязкой жидкостью.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1970, № 4 (63), с. 209—233.
10. *Зданавичюс Г. Б.*, *Чесна Б. А.*, *Жюгжда И. И.*, *Жукаускас А. А.* Местная теплоотдача поперечно обтекаемого потоком воздуха круглого цилиндра при больших значениях Re.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 2(87), с. 109—119.
11. *Илгарубис В. С.*, *Дауётас П. М.*, *Жюгжда И. И.*, *Жукаускас А. А.* Теплоотдача цилиндра, поперечно обтекаемого турбулизированным потоком воды в области критических значений Re.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 3(100), с. 91—103.
12. *Кружилин Г. Н.* Теория теплопередачи круглого цилиндра в поперечном потоке жидкости.— ЖТФ, 1936, т. 6, вып. 5, с. 858—865.
13. *Frössling N.* Verdunstung, Wärmeübergang und Geschwindigkeitsverteilung bei zweidimensionaler und rotationsimmetrischer Grenzschichtströmung.— Lunds. univ. årsskr. Avd. 2, 1940, bd 36, N 4, s. 25—35.
14. *Krall K. M.*, *Eckert E. R.* On heat transfer in stagnation region of circular cylinders.— J. Fluid Mech., 1961, vol. 9, pt. 2, p. 125—132.
15. *Кружилин Г. Н.* Теплоотдача круглого цилиндра в поперечном потоке воздуха в интервале значений числа Рейнольдса от 6000 до 425 000.— ЖТФ, 1938, т. 8, вып. 2, с. 25—30.
16. *Дауётас П. М.*, *Жюгжда И. И.*, *Жукаускас А. А.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке воды в области критических значений числа Рейнольдса.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1973, № 3(76), с. 99—109.
17. *Жукаускас А. А.*, *Зданавичюс Г. Б.* Образование теплового турбулентного пограничного слоя на лобовой части поперечно обтекаемого цилиндра.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 1, с. 84—89.
18. *Акылбаев Ж. С.*, *Исатаев С. И.*, *Крашталев П. А.*, *Маслеева Н. В.* Влияние загромождения потока на коэффициент местной теплоотдачи однородно нагретого цилиндра.— В кн.: Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики. Алма-Ата: Наука, 1966, вып. 3, с. 179—198.
19. *Жукаускас А. А.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости.— Теплоэнергетика, 1955, № 4, с. 38—40.
20. *Hughes J. A.* On the cooling of cylinders in a stream of air.— Phil. Mag., 1916, vol. 31, N 181, p. 118—130.
21. *Михеев М. А.* Зависимость теплообмена от направления теплового потока.— Изв. АН СССР. ОТН, 1937, № 3, с. 335; ЖТФ, 1943, т. 13, вып. 6, с. 311.
22. *Макарявичюс В. И.* Теплообмен при физико-химических изменениях. Вильнюс: Мокслас, 1978. 228 с.
23. *Михеев М. А.*, *Михеева И. М.* Основы теплоотдачи. М.: Энергия, 1973. 334 с.
24. *Hatton A. P.*, *James D. D.*, *Swise H. W.* Combined forced and natural convection with low-speed air flow over horizontal cylinders.— J. Fluid Mech., 1970, vol. 42, p. 17—31.
25. *Van der Hegge Zijnen B. G.* Modified correlation formulae for the heat transfer by forced convection from horizontal cylinders.— Appl. Sci. Res. Ser. A, 1956, vol. 6, p. 129—140.
26. *Hilpert R.* Wärmeabgabe von geheizten Drähten und Rohren im Luftstrom.— Forsch. Ingenieurw., 1933, Bd. 4, S. 215—224.
27. *Perkins H.*, *Leppert G.* Local heat transfer coefficients on a uniformly heated cylinder.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1964, vol. 7, N 2, p. 143—158.
28. *Kestin J.* The effect of free-stream turbulence on heat transfer rates.— Adv. Heat Transfer, 1966, vol. 3, p. 1—32.
29. *Зданавичюс Г. Б.*, *Сурвила В. Ю.*, *Жукаускас А. А.* Влияние степени турбулентности набегающего потока воздуха на местную теплоотдачу круглого цилиндра в критической области обтекания.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б. 1975, № 4(89), с. 119—129.
30. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз. 1963. 680 с.
31. *Гимбутис Г. И.*, *Шапола В. И.* К вопросу теплоотдачи при поперечном обтекании цилиндра воздухом.— В кн.: Механика. Каунас: 1972, с. 226—227.
32. *Achenbach E.* The effect of surface roughness on the heat transfer from a circular cylinder to the cross flow of air.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1977, vol. 20, N 4, p. 359—369.
33. *Каст В.*, *Кришер О.*, *Райнике Г.*, *Винтермантель К.* Конвективный теплои массоперенос. М.: Энергия, 1980. 46 с.
34. *Шитников В. К.* К вопросу о влиянии формы на процесс внешнего теплообмена при вынужденной конвекции.—

Инж.-физ. журн., 1961, № 8, с. 117—120.
35. *Gnieliński V.* Berechnung mittlerer Wärme- und Stoffüberganskoeffizienten an laminar und turbulent überströmten Einzelkörpern mit Hilfe einer einheitlichen Gleichung.— Forsch. Ingenieurw., 1975, Bd. 41, N 5, S. 145—153.

ГЛАВА 12

1. *Žukauskas A. A.* Heat transfer from tubes in cross-flow.— Adv. Heat Transfer, 1972, vol. 8, p. 93—160.
2. *Kostić Z.* Heat transfer from a cylinder in turbulent wake of a preceding cylinder.— In: Int. semin. Heat and mass transfer in flows with sep. reg. and measurements techn. Herceg-Novi (Yugoslavia), 1969, p. 1—12.
3. *Жукаускас А., Макарявичюс В., Шланчяускас А.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1968. 192 с.
4. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Марцинаускас К. Ф.* Влияние геометрии пучка труб на местную теплоотдачу в критической области обтекания.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 6(91), с. 115—126.
5. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В.* Особенности теплообмена поперечно обтекаемых пучков труб в области низких Re.— В кн.: Теплообмен-1978: Сов. исслед. М.: Наука, 1980, с. 124—131.
6. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Бубялис Э. С.* Теплоотдача и гидродинамические характеристики пучков труб, поперечно обтекаемых авиационным маслом.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б. 1977, № 3(100), с. 63—73.
7. *Жукаускас А. А., Пошкас П. С.* Влияние пульсаций скорости, возникающих в поперечно обтекаемых пучках, на интенсивность теплоотдачи от поверхности трубы.— Тр. АН ЛитССР, Сер. Б, 1981, № 4 (125), с. 71—78.
8. *Стасюлявичюс Ю. К., Самошка П. С.* Аэродинамическое сопротивление гладкотрубных шахматных пучков в поперечном потоке воздуха при больших числах Re.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1963, № 4(35), с. 83—88.
9. *Achenbach E.* Investigations on the flow through a staggered tube bundle at Reynolds numbers up to Re = 10^7.— Wärme- und Stoffübertrag., 1969, Bd. 2, S. 47—52.
10. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Сипавичюс Ч.-С. Ю.* Средняя теплоотдача и гидравлическое сопротивление поперечно обтекаемых потоком вязкой жидкости пучков труб при низких значениях Re.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1978, № 2(105), с. 93—103.
11. *Bergelin O. P., Davis E. S., Hull H. L.* A study of three tube arrangements in unbaffled tubular heat exchangers.— Trans. ASME, 1949, vol. 71, N 4, p. 369—374.
12. *Bergelin O. P., Brown G. A., Doberstein S. C.* Heat transfer and fluid friction during flow across banks of tubes.— Trans. ASME, 1952, vol. 74, N 6, p. 953—960.
13. *Катинас В. И., Переднис Э. Э., Жукаускас А. А.* Зависимость гидравлического сопротивления пучков труб от угла атаки потока вязкой жидкости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1982, № 1 (128), с. 45—52.
14. *Achenbach E.* Influence of surface roughness on the flow through a staggered tube bank.— Wärme- und Stoffübertrag., 1971, Bd. 4, S. 120—126.
15. *Пучков П. И.* Влияние шероховатости на теплоотдачу пучков труб в поперечном потоке.— Котлотурбостроение, 1948. № 4, с. 5—6.
16. *Groehn H. G., Scholz F.* Änderung von Wärmeübergang und Strömungswiderstand in Querangeströmten Rohrbündeln unter dem Einfluss verschiedener Rauhigkeiten sowie Anmerkungen zur Wahl der Stoffwertbezugstemperaturen.— In: Proc. 4th Int. Heat Transfer Conf. Ser. FC 7.10. P., 1970, vol. 3, p. 1—11.

ГЛАВА 13

1. *Жукаускас А., Макарявичюс В., Шланчяускас А.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1968. 187 с.
2. *Žukauskas A. A.* Heat transfer from tubes in cross-flow.— Adv. Heat Transfer, 1972, vol. 8, p. 93—160.
3. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Сипавичюс Ч.-С. Ю.* Местная теплоотдача и гидравлическое сопротивление поперечно обтекаемых потоком вязкого масла пучков труб в интервале значений Re от 1 до 20 000.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 2(99), с. 69—82.
4. *Пошкас П. С., Сурвила В. Ю., Жукаускас А. А.* Местная теплоотдача в поперечно обтекаемых потоком воздуха сжатых шахматных пучках при больших Re.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 4 (101), с. 73—79.
5. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Марцинаускас К. Ф.* Влияние геометрии пучка труб на местную теплоотдачу в критической области обтекания.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 6 (91), с. 115—126.

6. *Исаченко В. П.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке различных жидкостей.— Теплоэнергетика, 1955, № 8, с. 19—22.
7. *Bergelin O. P., Brown G. A., Hull H. L., Sullivan F. W.* Heat transfer and fluid friction during viscous flow across banks of tubes.— Trans. ASME, 1950, vol. 72, N 6, p. 881—888.
8. *Антуфьев В. М., Белецкий Г. С.* Теплоотдача и аэродинамическое сопротивление трубчатых поверхностей в поперечном потоке. М.: Машгиз, 1948, 123 с.
9. *Кузнецов Н. В.* Рабочие процессы и вопросы усовершенствования конвективных поверхностей котельных агрегатов. М.; Л.: Энергия, 1958. 172 с.
10. *Локшин В. А., Антонов А. Я., Мочан С. И., Ревзина О. Г.* Обобщение данных по теплообмену при поперечном обтекании чистых гладкотрубных пучков.— Теплоэнергетика, 1969, № 5, с. 21—25.
11. *Стасюлявичюс Ю. К., Самошка П. С.* Теплообмен и аэродинамика шахматных пучков труб в поперечном потоке воздуха в области чисел $Re > 10^5$.— Инж.-физ. журн., 1964, т. 7, № 11, с. 11—15.
12. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В.* Эффективность теплоотдачи поперечно обтекаемых пучков труб в области критических чисел Рейнольдса.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 1, ч. 2, с. 13—21.
13. *Казакевич Ф. П.* Исследование теплоотдачи пучков труб при разных углах атаки газового потока.— Теплоэнергетика, 1954, № 8, с. 22—28.
14. *Локшин В. П.* Влияние угла атаки на теплоотдачу трубных пучков.— Теплосиловое хоз-во, 1940, № 8, с. 29—32.
15. *Жукаускас А. А., Катинас В. И., Переднис Э. Э.* Средняя теплоотдача пучков труб при разных углах атаки потока вязкой жидкости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1981, № 2 (123), с. 77—84.
16. *Пучков П. И.* Влияние шероховатости на теплоотдачу пучков труб в поперечном потоке.— Котлотурбостроение, 1948, № 4, с. 5—6.
17. *Groehn H. G., Scholz F.* Änderung von Wärmeübergang und Strömungswiderstand in Querangeströmten Rohrbündeln unter dem Einfluss verschiedener Rauhigkeiten sowie Anmerkungen zur Wahl der Stoffwertbazungstemperaturen.— In: Proc. 4th Int. Heat Transfer. Conf. Ser. FC 7.10.P., 1970, vol. 3, p. 1—11.
18. *Грен Х. Г., Шольц Ф.* Теплообмен и гидравлическое сопротивление поперечно обтекаемых соосных пучков труб с искусственно нанесенной на них шероховатостью.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 1, ч. 2, с. 37—42.

ГЛАВА 14

1. *Kawashimo K., Katayama K.* Heat conduction in spiral fins.— In: Proc. 9th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., 1959, p. 297—300.
2. *Gardner K. A.* Efficiency of extended surfaces.— Trans. ASME, 1945, vol. 67, p. 621—631.
3. *Керн Д., Краус А.* Развитые поверхности теплообмена. М.: Энергия, 1977, 462 с.
4. *Schmidt Th. E.* Der Wärmeübergang an Rippenrohre und die Berechnung von Rohrbündel — Wärmeaustauschern. — Kältetechn., 1963, Bd. 15, H. 4, S. 98—102; H. 12, S. 370—378.
5. *Юдин В. Ф., Тохтарова Л. С.* Сопротивление пучков ребристых труб при поперечном омывании потоком.— Энергомашиностроение, 1974, № 1, с. 30—32.
6. *Стасюлявичюс Ю., Скринска А.* Теплоотдача поперечно обтекаемых пучков ребристых труб. Вильнюс: Минтис, 1974. 243 с.
7. *Локшин В. А., Фомина В. Н.* Обобщение материалов по экспериментальному исследованию ребристых пучков труб.— Теплоэнергетика, 1978, № 6, с. 36—39.
8. *Лышевский А. С., Соколов В. Г., Сычев В. М., Кутуков А. А.* Исследование теплоотдачи и сопротивления пучков труб с цилиндрической оппиповкой при малых числах Рейнольдса поперечно обтекающего газового потока.— В кн.: Теплоснабжение и тепломассообмен. Ростов н/Д: 1977, с. 63—71.
9. *Тулин С. Н.* Уточнение расчетных формул по теплоотдаче и сопротивлению пучков труб с проволочным оребрением.— Энергомашиностроение, 1971, № 3, с. 31—33.
10. *Легкий В. М., Островский Ю. Н.* Расчет теплопередачи и аэродинамического сопротивления шахматных пучков плавниковых труб.— Теплоэнергетика, 1964, № 11, с. 86—88.
11. *Neal S. B. H. C., Hitchcock J. A.* A study of the heat transfer process in banks of finned tubes in cross flow, using a large scale model technique.— In: Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf. Chicago: 1966, p. 290—298.
12. *Мигай В. К.* Влияние неравномерности теплообмена по высоте ребра на его эффективность.— Инж.-физ. журн., 1963, т. 6, № 3, с. 51—57.

13. *Žukauskas A., Stasiulevičius I., Skrinska A.* Experimental investigation of heat transfer of a tube with spiral fins in cross-flow.— In: Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf. Chicago; 1966, p. 299—305.
14. *Юдин В. Ф., Тохтарова Л. С.* Исследование поправочного коэффициента ψ к теоретическому значению эффективности круглого ребра.— Теплоэнергетика, 1973, № 3, с. 48—50.
15. *Кузнецов Н. В., Пшенисное И. Ф.* О влиянии неравномерности круглого ребра на его эффективность.— Теплоэнергетика, 1974, № 8, с. 42—45.
16. *Юдин В. Ф., Тохтарова Л. С., Локшин В. А., Тулин С. И.* Обобщение опытных данных о конвективном теплообмене при поперечном омывании пучков труб с поперечным ленточным и шайбовым оребрением.— Тр. ЦКТИ, 1968, вып. 82, с. 108—134.
17. *Groehn H. G.* Wärme- und strömungstechnische Untersuchungen an einem querdurchströmten Rohrbündel: Wärmeaustauscher mit niedrig berippten Rohren bei grossen Reynolds-Zahlen.— Ber. Kernforschungsanlage Jülich, 1977, N 1462, S. 72.
18. *Кузнецов Е. Ф.* Теплоотдача и сопротивление поверхностей теплообмена воздухо- и газоохладителей компрессорных машин.— В кн.: Турбо- и компрессоростроение. Л.: Машиностроение, 1970, с. 78—100.
19. *Грен Х. Г., Шольц Ф.* Теплообмен и гидравлическое сопротивление поперечно обтекаемых соосных пучков труб с искусственно нанесенной на них шероховатостью.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск, 1976, т. 1, ч. 2, с. 37—42.
20. *Юдин В. Ф., Тохтарова Л. С., Локшин В. А., Тулин С. И.* Обобщение опытных данных о конвективном теплообмене шахматных пучков труб с плавниками при поперечном омывании потоком.— Тр. ЦКТИ, 1968, вып. 86, с. 132—142.
21. *Ройзен Л. И., Дулькин И. Н.* Тепловой расчет оребренных поверхностей. М.: Энергия, 1977, 256 с.
22. *Андреев А. П., Гремилов Д. И., Федорович Е. Д.* Теплообменные аппараты ядерных энергетических установок. Л.: Судостроение, 1969, 353 с.

ГЛАВА 15

1. *Жукаускас А. А., Катинас В. И., Переднис Э. Э., Микишев А. И.* Особенности обтекания и вибраций шахматных и коридорных пучков труб теплообменников в поперечном потоке вязкой жидкости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 4 (101), с. 47—58.
2. *Žukauskas A., Katinas V.* Flow-induced vibration in heat-exchanger tube banks.— In: Proc. Symp. of practical experiences with flow-induced vibration. 1980, p. 188—196.
3. *Blevins R. D.* Flow-induced vibration. New York; Toronto: Van Nostrand Reinhold Co., 1977. 363 p.
4. *Connors H. J.* Fluidelastic vibration of tube arrays excited by cross flow.— In: Proc. symp. on flow-induced vibration in heat exchangers: ASME Winter Ann. Meet. N. Y.: 1970, p. 42—56.
5. *Чжэнь И. Н.* Вибрации и шум в трубчатых теплообменниках, вызываемые дорожками Кармана в потоке газа.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. В, Конструирование и технология машиностроения, 1968, т. 90, № 1, с. 137—150.
6. *Коэн Л. Ю., Дин В. Ю.* Устранение разрушающих автоколебаний в крупных стационарных котлах, работающих на газовом и нефтяном топливе.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. А, Энергетические машины и установки, 1965, т. 87, № 2, с. 120—127.
7. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
8. *Жукаускас А., Жюгжда И.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Мокслас, 1979, 240 с.
9. *Катинас В. И., Переднис Э. Э., Жукаускас А. А.* Динамическое воздействие потока на поперечно обтекаемые трубы коридорных пучков.— В кн.: Динамические характеристики и колебания элементов энергетического оборудования. М.: Наука, 1980, с. 173—184.
10. *Chen Y. N.* Vibrations excited by wakes on circular cylinders at supercritical Reynolds numbers.— Sulzer Techn. Rev., 1966, Research Number, p. 70—77.
11. *Катинас В. И., Шукстерис В. С., Жукаускас А. А.* Поперечное обтекание потоком воздуха и вибрация упруго установленного цилиндра.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 5 (90), с. 101—112.
12. *Катинас В. И., Маркявичюс А. А., Жукаускас А. А.* Отрыв вихрей и пульсации скорости потока в шахматных пучках труб, поперечно обтекаемых потоком воздуха.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1980, № 5 (120), с. 59—67.
13. *Чжэнь И. Н.* Колебания подъемной силы, обусловленные вихревыми дорожками Кармана за одиночными круговыми цилиндрами и в пучках труб, ч. 1—3.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех.

Сер. В, Конструирование и технология машиностроения, 1972, т. 94, № 2, с. 111—139.
14. *Clasen P., Gregorig R.* Ein Schwingunskriterium eines quer angeströmten Rohres. T. 4. Schwingeversuche in einem fluchtenden Rohrbündel.— Chem. Ing. Techn., 1971, Bd. 43, H. 17, S. 982—985.
15. *Grotz B. J., Arnold F. R.* Flow-induced vibrations in heat exchangers.— Techn. Rept., AD 104568, 1956, N 31, p. 1—34.
16. *Fung Y. C.* Fluctuating lift and drag acting on a cylinder in flow at supercritical Reynolds number.— J. Aerospace Sci., 1960, v. 27, N 11, p. 801—814.
17. *Bishop R. E. D., Hassen A. Y.* The lift and drag forces on a circular cylinder in flowing fluid.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1964, vol. 277, N 1368, p. 32—50.

ГЛАВА 16

1. *Шиллер Л.* Движение жидкости в трубах. М.: ОНТИ, 1936. 200 с.
2. *Петухов Б. С.* Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967. 411 с.
3. *Тарг С. М.* Основные задачи теории ламинарных течений. М.; Л.: Гостехиздат, 1951. 420 с.
4. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 712 с.
5. *Ландгрен Т., Спэрроу Е., Стар Дж.* Падение давления, обусловленное влиянием начального участка в каналах произвольного поперечного сечения.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. D, Теорет. основы инж. расчетов, 1964, т. 86, № 3, с. 233—242.
6. *Мак Комас С.* Длина гидродинамического начального участка в трубе произвольного сечения.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. D, Теорет. основы инж. расчетов, 1967, т. 89, № 4, с. 160—165.
7. *Sugawara S., Sato T.* Heat transfer on the surface of parallel plates in the starting range.— Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ., 1959, vol. 16, N 3, p. 166—181.
8. *Михеев М. А.* Основы теплопередачи. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1956. 392 с.
9. *Жукаускас А., Жюгжда И.* Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1969. 261 с.
10. *Stephan K.* Wärmeübergang und Druckabfall bei nicht ausgebildeter Laminarströmung in Rohren und in ebenen Spalten.— Chem. Ing. Techn., 1959, H. 12, S. 773—778.
11. *Graetz L.* Über Wärmeleitungsfähikeit von Flüssigkeiten.— Ann. d. Physik, 1885, Bd. 25, S. 337—357.
12. *Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А.* Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Атомиздат, 1974, 407 с.
13. *Grigull U., Tratz H.* Thermischer Einlauf in ausgebildeter laminarer Röhrströmung.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1965, vol. 8, N 5, p. 669—678.
14. *Sellers J. R., Tribus M., Klein J. S.* Heat transfer to laminar flow in a round tube or flat conduit — the Graetz problem extended.— Trans. ASME, 1956, vol. 78, N 2, p. 441—448.
15. *Михеев М. А., Михеева И. М.* Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 343 с.
16. *Лютикас Н. С., Жукаускас А. А.* Исследование влияния переменной вязкости на ламинарный теплообмен плоского канала.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1967, № 2 (49), с. 97—114.
17. *Янг Ванцзу.* Конвективный теплообмен при вынужденном ламинарном течении жидкости в трубах в случае переменной вязкости.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С, Теплопередача, 1962, т. 84, № 4, с. 95—105.
18. *Leveque M. A.* Transmission de chaleur par convection.— Ann. des Mines. Ser. 12, 1928, vol. 13, p. 201—239.
19. *Tribus M., Klein J.* Forced convection from non-isothermal surfaces.— In: Heat transfer symp.: Univ. of Michigan, 1953, p. 211.

ГЛАВА 17

1. *Дейслер Р. Д.* Турбулентная теплоотдача и трение в гладких трубопроводах.— В кн.: Турбулентные течения и теплопередача/Под. ред. Линь Цзяцзяо. М.: Изд-во иностр. лит., 1963, с. 297—348.
2. *Reichardt H.* Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen.— ZAMM, 1951, Bd. 31, N 7, S. 208.
3. *Prandtl L.* Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung.— Z. VDI, 1933, N 77, S. 105—114.
4. *Филоненко Г. К.* Гидравлическое сопротивление трубопроводов.—Теплоэнергетика, 1954, № 4, с. 40—44.
5. *Blasius H.* Das Ahnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flussigkeiten.— Forschg. Arb. Ing.-Wes., 1913, N 131, S. 1—34.
6. *Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А.* Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Атомиздат, 1974. 408 с.
7. *Михеев М. А.* Теплопередача при турбулентном движении жидкости в трубах.— Изв. АН СССР. ОТН, 1952, № 10, с. 1448—1454.
8. *Кэйс В. М.* Конвективный тепло- и массообмен. М.: Энергия, 1972, 448 с.
9. *Петухов Б. С., Ройзен Л. И.* Тепло-

обмен в трубах кольцевого сечения.— Инж.-физ. журн., 1963, т. 6, № 3, с. 3—11.
10. *Петухов Б. С., Ройзен Л. И.* Экспериментальное исследование теплообмена при турбулентном течении газа в трубах кольцевого сечения.— Теплофизика высоких температур, 1963, т. 1, № 3, с. 416—424.
11. *Петухов Б. С., Ройзен Л. И* Обобщенные зависимости для теплоотдачи в трубах кольцевого сечения.— Теплофизика высоких температур, 1974, т. 12, № 3, с. 565—569.
12. *Nikuradse J.* Turbulente Strömung in nicht kreisförmigen Rohren.— Ing. Arch., 1930, Bd. 1, S. 306—332.
13. *Галицейский Б. В., Данилов Ю. И., Дрейцер Г. А., Кошкин В. К.* Теплообмен в энергетических установках космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 272 с.
14. *Ибрагимов М. Х., Субботин В. И., Бобков В. П.* и др. Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах. М.: Атомиздат, 1978. 296 с.
15. *Markoczy G.* Konvektive Wärmeübertragung in längsangeströmten Stabbündeln bei turbulenter Strömung.— Wärme- und Stoffübertrag, 1972, Bd. 5, N 4, S. 204—212.
16. *Айн Е. М., Пучков П. И.* Теплоотдача и гидравлическое сопротивление газоохлаждаемых пучков гладких стержней. — Энергомашиностроение, 1964, № 11, с. 21—22.
17. *Субботин В. И., Ибрагимов М. Х., Ушаков П. А.* и др. Гидродинамика и теплообмен в атомных энергетических установках. М.: Атомиздат, 1975. 408 с.
18. *Sparrow E. M., Hallman T. M., Siegel R.* Turbulent heat transfer in thermal entrance region of pipe with uniform heat flux.— Appl. Sci. Res. Ser. A, 1957, vol. 7, p. 37—52.
19. *Siegel R., Sparrow E. M.* Comparison of turbulent heat transfer results for uniform wall heat flux and uniform wall temperature.— Trans. ASME. Ser. C, 1960, vol. 82, N 2, p. 152—153.
20. *Malina J. A., Sparrow E. M.* Variable property, constant-property, and entrance-region heat transfer results for turbulent flow of water and oil in a circular tube.— Chem. Eng. Sci., 1964, vol. 19, p. 953—962.
21. *Сукомел А. С., Величко В. И., Абросимов Ю. Г.* Теплообмен и трение при турбулентном течении газа в коротких каналах. М.: Энергия, 1979, 216 с.
22. *Лельчук В. Л., Дядякин Б. В.* Теплоотдача от стенки к турбулентному потоку воздуха внутри трубы и гидравлическое сопротивление при больших температурных напорах.— В кн.: Вопросы теплообмена. М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 123—192.
23. *Dalle Donne M., Bowditch F. H.* Local heat transfer and average friction coefficients for subsonic laminar and turbulent flow air in a tube at high temperature.— Nucl. Sci. and Eng., 1963, N 8 (80) p. 20—29.
24. *Taylor M. F.* Correlation of local heat transfer coefficients for single phase turbulent flow of hydrogen in tubes with temperature ratios to 23.— NASA TND. 4332, 1968.
25. *Perkins H. C., Vorsce-Schmidt P.* Turbulent heat and momentum transfer for gases in a circular tube at wall to bulk temperature ratios to seven.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1965, vol. 8, N 7, p. 1011—1031.
26. *Курганов В. А., Петухов Б. С.* Анализ и обобщение опытных данных по теплоотдаче в трубах при турбулентном течении газов с переменными физическими свойствами.—Теплофизика высоких температур, 1974, т. 12, № 2, с. 304—315.
27. *Вилемас Ю., Чесна Б., Сурвила Ю.* Теплоотдача в газоохлаждаемых кольцевых каналах. Вильнюс: Минтис, 1977. 256 с.
28. *Вилемас Ю. В., Шимонис В. М., Врубляускас С. И.* Теплообмен в газоохлаждаемых продольно обтекаемых пучках и в кольцевых каналах при больших тепловых нагрузках.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1, ч. 1, с. 38—43.
29. *Nikuradse J.* Strömungsgesetze in rauhen Röhren.— VDI-Forschungsh., 1933, N 361, S. 41.
30. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960. 464 с.
31. *Кутателадзе С. С., Боришанский В. М.* Справочник по теплопередаче. М.; Л., Госэнергоиздат, 1959. 414 с.
32. *Webb R. L., Eckert E. R., Golsdtein R. J.* Heat transfer and friction in tubes with repeated-rib roughness.— Int. J. Heat. und Mass Transfer, 1971, vol. 14, N 4, p. 601—617.
33. *Bauman W., Rehme K.* Friction correlations for rectangular roughness.— Int. J. Heat and Mass Transfer., 1975, vol. 18, N 10, p. 1189—1197.
34. *Han J. C., Glicksman L. R., Rohsenow W. M.* An investigation of heat transfer and friction for rib-roughened surfaces.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1978, vol. 21, N 8, p. 1143—1156.
35. *Dipprey D. F., Sabersky R. M.* Heat and momentum transfer in smooth and rough

tubes at various Prandtl numbers.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1963, vol. 6, N 5, p. 329—353.
36. *Hudina M.* Evaluation of heat transfer performances of rough surfaces from experimental investigation in annular channels.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1979, vol. 22, N 10, p. 1381—1392.
37. *Жукаускас А., Шланчяускас А.* Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1973. 327 с.
38. *Гомелаури В. И.* Влияние искусственной шероховатости на конвективный теплообмен.— Тр. Ин-та физики АН ГрузССР, 1963, т. 9, с. 111—145.

ГЛАВА 18

1. *Авдуевский В. С., Галицейский Б. М., Глебов Г. А.* и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975. 624 с.
2. *Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.* Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. 180 с.
3. *Певлев В. М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975. 256 с.
4. *Петухов Б. С., Попов В. Н.* Теоретический расчет теплообмена и сопротивления трения при турбулентном течении в трубах несжимаемой жидкости с переменными физическими свойствами.— Теплофизика высоких температур, 1963, т. 1, № 1, с. 228—237.
5. *Гухман А. А., Илюхин Н. В.* Основы учения о теплообмене при течении газа с большой скоростью. М.: Машгиз, 1951. 227 с.
6. *Макарявичюс В. Ю.* Теплообмен при физико-химических изменениях. Вильнюс: Мокслас, 1978. 228 с.
7. *Амбразявичюс А. Б., Эва В. К., Юшкявичюс Р. А.* и др. Теплообмен при турбулентном течении высокотемпературного газа в трубе с охлаждаемыми стенками.— В кн.: Теплообмен в высокотемпературном потоке газа Вильнюс: Минтис, 1972, с. 96—107.
8. *Михеев М. А.* Расчетные формулы конвективного теплообмена.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1966, № 5, с. 96—104.
9. *Амбразявичюс А. Б., Валаткявичюс П. Ю., Кежялис Р. М.* Влияние температурного фактора на теплообмен при турбулентном течении высокотемпературного газа в начальном участке трубы.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 1, ч. 1, с. 290—293.
10. *Сукомел А. С., Величко В. И., Абросимов Ю. Г.* Теплообмен и трение при турбулентном течении газа в коротких каналах. М.: Энергия, 1979. 216 с.
11. *Амбразявичюс А. Б.* Высокотемпературные теплообменники для закалки газов в плазмохимической технологии.— В кн.: Гидродинамика и конвективный теплообмен в теплообменниках. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1981, с. 85—109.

ГЛАВА 19

1. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. 4-е изд. М.: Наука. 1973. 847 с.
2. *Гедрайтис А. И., Макарявичюс В. И., Шукис Б. И., Тамонис М. М.* Влияние физических свойств газов и жидкостей на массообмен продольно обтекаемой пластины.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1971, № 2 (65), с. 153—160.
3. *Фэй Дж., Ридделл Ф.* Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом.— В кн.: Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций М.: Изд-во иностр. лит., 1962, с. 190—224.
4. *Макарявичюс В.* Теплообмен при физико-химических изменениях. Вильнюс: Мокслас, 1978, 228 с.
5. *Пробстейн Р. Ф., Адамс М. К., Роуз Р. Г.* О турбулентном теплообмене через сильно охлажденный, частично диссоциированный пограничный слой.— В кн.: Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М.: Изд-во иностр. лит., 1962, с. 308—313.
6. *Франк-Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплоотдача в химической кинетике. М.: Наука. 1967. 491 с.
7. *Рознер Д.* Влияние конвективной диффузии при изучении кинетики реакции на каталитической поверхности.— Ракет. техника и космонавтика, 1964, т. 2, № 4, с. 3—17.
8. *Гедрайтис А. И., Тамонис М. М., Макарявичюс В. И., Жукаускас А. А.* О влиянии кинетики сложных поверхностных реакций на перенос энергии и массы.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1972, № 2(69), с. 115—127.
9. *Дагис Л. И., Тамонис М. М.* Теплообмен и сопротивление трения пластины при ламинарном обтекании ее равновесной газовой смесью.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1974, № 1(80), с. 107—116.
10. *Тамонис М. М.* Радиационный и сложный теплообмен в каналах. Вильнюс: Мокслас, 1980. 250 с.
11. *Жукаускас А. А., Дагис Л. И., Макарявичюс В. И., Тамонис М. М.* Ре-

зультаты исследования теплоотдачи от высокотемпературных продуктов сгорания углеводородного топлива в начальном участке прямоугольного канала.— В кн.: Прикладные проблемы прямого преобразования энергии. Киев: Наук. думка. 1977, с. 55—59.
12. *Гедрайтис А. И., Гимбутис Г. И., Жукаускас А. А.* и др. Теплоотдача при поперечном обтекании цилиндра свободной струей термически диссоциированного газа.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1966, № 2(45), с. 135—141.
13. *Шорин С. Н., Печуркин В. А.* Теплоперенос на плоскость от высокотемпературной струи газа.— В кн.: Теплофизические свойства жидкостей и газов при высоких температурах плазмы. М.: Изд-во стандартов, 1969, с. 272—280.
14. *Попов В. Н.* Теплоотдача и сопротивление при турбулентном обтекании пластины равновесно диссоциированным и ионизированным воздухом.— Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, № 6, с. 1209—1217.
15. *Жукаускас А. А., Тамуленис А. П., Макарявичюс В. И., Тамонис М. М.* Влияние термической диссоциации продуктов сгорания пропанокислородной смеси на теплообмен и сопротивление трения при течении в трубе.— В кн.: Теплообмен в высокотемпературном потоке газа. Вильнюс: Минтис, 1972, с. 144—154.
16. *Петухов Б. С., Виленский В. Д.* Теплообмен в пограничном слое на плоской поверхности при равновесной диссоциации газа.— В кн.: Теплообмен в высокотемпературном потоке газа. Вильнюс: Минтис, 1972, с. 108—121.
17. *Петухов Б. С., Майданик В. Н., Новиков Г. А.* Экспериментальное исследование теплоотдачи при турбулентном течении в круглой трубе равновесного диссоциирующего газа.— Теплофизика высоких температур, 1971, т. 9, № 1, с. 116—124.

ГЛАВА 20

1. *Сэмпсон Д.* Уравнения переноса энергии и количества движения в газах с учетом излучения. М.: Мир. 1969. 206 с.
2. *Бонд Дж., Уотсон К., Уэлч Дж.* Физическая теория газовой динамики. М.: Мир, 1968. 556 с.
3. Излучательные свойства твердых материалов/Под ред. А. Е. Шейндлина. М.: Энергия, 1974. 471 с.
4. *Хрусталев Б. А.* Радиационные свойства твердых тел.— Инж.-физ. журн., 1970, т. 18, № 4, с. 740—762.
5. *Брамсон М. А.* Инфракрасное излучение нагретых тел. М.: Наука, 1964. 230 с.
6. *Блох А. Г.* Тепловое излучение в котельных установках. Л.: Энергия, 1967. 326 с.
7. *Зигель Р., Хауэлл Дж.* Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 934 с.
8. *Оцисик М. Н.* Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976. 616 с.
9. *Тьен К. Л.* Радиационные свойства газов.— В кн.: Успехи теплопередачи. М.: Мир, 1971, с. 280—360.
10. Оптические свойства горячего воздуха Под ред. Л. М. Бибермана. М.: Наука, 1970. 320 с.
11. *Шидлаускас В. А., Тамонис М. М.* Лучистый перенос энергии в слое водородной плазмы. 1. Полное излучение полусферического слоя.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б. 1977, № 4 (101), с. 81—90.
12. *Вагин С. П., Кацнельсон С. С., Яковлев В. И.* Расчет радиационных характеристик аргоновой плазмы.— В кн.: Методы исследования радиационных свойств среды. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. мех. СО АН СССР, 1977, с. 30—36.
13. *Пеннер С. С.* Количественная молекулярная спектроскопия и излучательная способность газов. М.: Изд-во иностр. лит, 1963, 492 с.
14. *Головнев И. Ф., Севастьяненко В. Г., Солоухин Р. И.* Математическое моделирование оптических характеристик углекислого газа.— Инж.-физ. журн., 1979, т. 36, № 2, с. 197—203.
15. *Гуди Р.* Атмосферная радиация. М.: Мир, 1966. 552 с.
16. *Ludwig C. B., Malkmus W., Rearden J. E., Thomson J. A. L.* Handbook of infrared radiation from combustion gases.— NASA SP-3080, 1973. 486 p.
17. *Зуев В. Е.* Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере. М.: Сов. радио, 1970. 484 с.
18. *Тамонис М. М.* Радиационный и сложный теплообмен в каналах. Вильнюс: Мокслас, 1980. 250 с.
19. *Edwards D. K., Menard W. A.* Comparison of models for correlation of total band absorption.— Appl. Opt., 1964, vol. 3, p. 621.
20. *Tien C. L., Lowder J. E. A.* Correlation for the total band absorptance of radiating gases.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1966, vol. 9, N 7, p. 698—701.
21. *Тамонис М. М., Синкявичюс И. Э., Тутлите О. Л.* Перенос энергии излучения в продуктах сгорания углеводородного топлива. 1. Учет вращательной структуры полос в изотермических

смесях газов.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1978, № 5 (108), с. 69—78.
22. *Zachor A. S. A.* General approximation for gaseous absorption.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1968, vol. 8, N 2, p. 771—781.
23. *Detkov S. P.* Method of approximate calculation of radiant heat transfer between gas and surface.— In: Heat Transfer in Flames/Eds. N. H. Afgan, J. B. Beer. Wash.: Scripta Book Co., 1974, p. 219—227.
24. *Бай Ши-и.* Динамика излучающего газа. М.: Мир, 1968. 323 с.
25. *Хоттель Х.* Лучистый теплообмен.— В кн.: Теплопередача/Под ред. Мак-Адамса. М.: Металлургиздат, 1961, с. 87—175.
26. *Адрианов В. Н.* Основы радиационного и сложного теплообмена. М.: Энергия, 1972. 464 с.
27. *Viskanta R.* Radiation transfer and interaction of convection with radiation heat transfer.— Adv. Heat Transfer, 1966, vol. 3, p. 175—251.
28. *Суринов Ю. А.* О некоторых основных проблемах теории лучистого теплообмена.— В кн.: Тепломассообмен-V. Минск: 1976, т. 8, с. 70—79.
29. *Невский А. С.* Лучистый теплообмен в печах и топках. М.: Металлургия, 1971. 430 с.
30. *Шидлаускас В. А., Тамонис М. М.* Лучистый перенос энергии в слое водородной плазмы. 2. Излучение плоского и цилиндрического слоев плазмы с заданным распределением температуры.— Тр. АН Лит.ССР. Сер. Б, 1979, № 3 (112), с. 75—83.
31. *Kesten A. S.* Radiant heat flux distribution in a cylindricaly-symmetric nonisotermal gas with temperature-dependent absorption coefficient.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer., 1968, vol. 8, p. 419—434.
32. *Шорин С. Н.* Теплопередача. М.: Высш. школа, 1964, 490 с.
33. *Biberman L. M.* Radiant heat transfer at high temperatures.— In: Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf. Tokyo, 1974, N 6, p. 105—122.
34. *Тамонис М. М.* Закономерности сложного теплообмена при различных режимах течения излучающего потока в охлаждаемых каналах.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 2, с. 52—61.
35. *Рубцов Н. А.* Некоторые вопросы исследования радиационно-кондуктивного теплообмена.— В кн.: Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1974, с. 246—261.
36. Теплообмен излучения/Под ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1977. 143 с.
37. *Cess R. D., Tiwari S. N.* The Interaction of thermal conduction and infrared caseous radiation.— Appl. Sci. Res., 1969, Ser. A, vol. 20, N 1, p. 25—39.
38. *Жукаускас А. А., Тамонис М. М., Шидлаускас В. А.* Исследование радиационно-кондуктивного переноса энергии в дуге водородной плазмы.— В кн.: Вопросы высокотемпературного тепло- и массообмена. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1979, с. 3—11.
39. *Висканта Р.* Взаимодействие между теплоотдачей, теплопроводностью, конвекцией и излучением в излучающей жидкости.— Тр. Амер. о-ва инж-мех. Сер. С, Теплопередача, 1963, т. 85, № 4, с. 35—48.
40. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. 3-е изд. М.: Наука, 1974, 712 с.

ГЛАВА 21

1. *Bergles A. E.* Techniques to augment heat transfer.— In: Handbook of heat transfer. N. Y.: McGraw-Hill, 1973, p. 10.1—10.32.
2. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Марцинаускас К. Ф.* Влияние геометрии пучка труб на местную теплоотдачу в критической области обтекания.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1975, № 6(91), с. 115—125.
3. *Бузник В. М.* Интенсификация теплообмена в судовых установках. Л.: Судостроение, 1969. 364 с.
4. *Антуфьев В. М.* Эффективность различных форм конвективных поверхностей нагрева. М.; Л.: Энергия, 1966. 184 с.
5. *Žukauskas A.* Problems of heat transfer augmentation for tube banks in cross flow.— In: Advancement in heat exchangers. N. Y.: Hemisphere, 1981, p. 1—21.
6. *Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А.* Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1972. 220 с.
7. *Вилемас Ю. В., Дзюбенко Б. В., Сакалаускас А. В.* Исследование структуры потока в теплообменнике с винтообразно закрученными трубами. — Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт, 1980, № 4, с. 135—144.
8. *Дзюбенко Б. В., Дрейцер Г. А.* Исследование теплообмена и гидравлического сопротивления в теплообменном аппарате с закруткой потока.— Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт, 1979, № 5, с. 163—171.
9. *Mielczarek Z., Dmitrovicz A.* Analiza wpływu geometrii przegród kierunkowych w wymiennikach ciepła na warun-

ki wymiany ciepła i opory przepływu.— Gosp. paliw. i energ., 1979, N 10, s. 25—28.

10. *Хагге Д. К., Джункхан Г. Х.* Механический метод интенсификации конвективного теплообмена в воздухе.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С, Теплопередача, 1975, т. 97, № 4, с. 20—25.
11. *Катинас В. И., Шукстерис В. С., Жукаускас А. А.* Теплообмен цилиндра, колеблющегося в поперечном потоке жидкости.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1981, № 3 (124), с. 65—73.
12. *Жукаускас А. А., Шланчяускас А. А., Яронис Э. П.* Исследование влияния ультразвуковых волн на теплообмен тел в жидкостях.— Инж.-физ. журн., 1961, т. 4, № 1, с. 58—62.
13. *Кэйс В. М., Лондон А. Л.* Компактные теплообменники. М.: Энергия, 1967. 224 с.
14. *Барановский Н. В., Коваленко Л. М., Ястребенецкий А. Р.* Пластинчатые и спиральные теплообменники. М.: Машиностроение, 1973, 288 с.
15. *Бурков В. В., Индейкин А. И.* Автотракторные радиаторы. Л.: Машиностроение, 1978. 216 с.
16. *Shah R. K.* Classification of heat exchangers.— In: Heat exchangers, thermal-hydraulic fundamentals and design. N.—Y.: Hemisphere, 1981, p. 9—46.
17. *Жукаускас А. А., Макарявичюс В. И., Шакманас А. Т.* Теплообмен при поперечном обтекании цилиндра диссоциированными продуктами сгорания пропано-кислородной смеси.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Минск: 1972, т. 1, ч. 1, с. 271—276.
18. *Дрижюс М.-Р. М., Шкема Р. К., Шланчяускас А. А.* Теплоотдача закрученного потока воды в трубе.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б., 1978, № 4(107), с. 109—114.
19. *Козлова Л. Г., Нелипович В. И., Эпик Э. Я.* Теплоотдача шахматного пучка, образованного спаренными цилиндрами.— В кн.: Теплообмен в энергетических установках. Киев: Наук. думка, 1978, с. 94—98.
20. *Жукаускас А., Макарявичюс В., Шланчяускас А.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1968. 192 с.
21. *Жукаускас А. А., Улинскас Р. В., Закревский В. Ф.* Эффективность гладкотрубных пучков в поперечном потоке теплоносителя при критическом обтекании.— Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1977, № 3 (100), с. 57—62.
22. *Epstein N.* Fouling in heat exchangers.— In: Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf. Toronto, 1978, vol. 6, p. 235—253.
23. *Collier J. G.* Heat exchanger fouling and corrosion.— In: Heat exchangers, thermal-hydraulic fundamentals and design., N. Y.: Hemisphere, 1981, p. 999—1011.
24. *Kern D. Q., Seatton R. E.* A theoretical analysis of thermal surface fouling.— Brit. Chem. Eng., 1959, vol. 4, p. 258—262.
25. *Taborek J., Aoki R., Ritter R. B.* et al. Predictive methods for fouling behaviour.— Chem. Eng. Progr., 1972, vol. 68, N 7, p. 69—78.
26. *Гаврилов А. Ф., Малкин Б. М.* Загрязнение и очистка поверхностей нагрева котельных установок. М.: Энергия, 1980. 328 с.
27. *Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Закиров С. Г. и др.* Комплексное исследование теоретических и практических проблем интенсификации теплообмена в трубчатых теплообменных аппаратах с однофазными и двухфазными теплоносителями.— В кн.: Тепломассообмен-VI. Минск: 1980, т. 1. ч. 1, с. 100—111.
28. *Gnieliński V., Gaddis E. S.* Berechuung des mittleren Wärmeübergangskoeffizienten im Aubenraum von Rohrbündelwärmeaustauschern mit Segment-Umlenkblechen.— Verfahrenstechnik, 1978, Bd. 12, N 4, S. 211—217.
29. *Кузнецов Е. Ф.* Расчет гидродинамических и тепловых характеристик кожухотрубных теплообменников.— Энергомашиностроение, 1978, № 12, с. 20—23.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абросимов Ю. Г. *367*, *368*, *380*, *456*, *457*
Авдуевский В. С. *377*, *378*, *457*
Адамс М. К. (Adams M. C.) *390*, *457*
Адомайтис И.-Э. И. *120*, *121*, *128*, *130*, *131*, *161*, *162*, *168*, *447*, *449*
Адрианов В. Н. *410*, *459*
Азизов А. *152*, *153*, *449*
Айн Е. М. *362*, *456*
Акылбаев Ж. С. *176*, *205*, *216*, *450*, *451*
Амбразявичюс А. Б. *156*, *163*, *377*, *378*, *380—386*, *449*, *457*
Антонов А. Я. *257*, *453*
Антуфьев В. М. *257*, *428*, *429*, *453*, *459*
Арнольд Ф. Р. (Arnold F. R.) *304*, *454*
Аски Т. (Acki T.) *437*, *460*
Афанасьев В. Н. *132*, *135*, *448*
Ахенбах Э. (Achenbach E.) *188*, *217*, *218*, *233*, *241*, *242*, *244*, *450—452*

Бай Ши-и (Bai Shih-i) *34*, *35*, *37*, *409*, *410*, *414*, *444*, *459*
Барановский П. В. *432*, *434*, *460*
Барткус С. И. *123*, *124*, *139*, *447*, *448*
Бауман В. (Bauman W.) *376*, *456*
Белецкий Г. С. *257*, *453*
Белоцерковский С. М. *54*, *445*
Бергелин О. П. (Bergelin O. P.) *239*, *254*, *452*, *453*
Берглес А. Е. (Bergles A. E.) *425*, *426*, *459*
Берд Р. Б. (Bird R. B.) *28*, *444*
Бернулли (Bernoulli) *133*, *175*, *177*
Биберман Л. М. *404*, *405*, *414*, *416*, *458*, *459*
Бишоф Р. Е. Д. (Bishop R. E. D.) *319*, *455*
Блазиус Г. (Blasius H.) *66*, *73*, *75*, *85*, *102*, *353*, *385*, *386*, *445*, *455*
Бливенс Р. Д. (Blevins R. D.) *299*, *454*
Блом Д. (Blom J.) *150*, *448*
Блох А. Г. *402*, *458*
Бобков В. П. *360*, *456*
Бовдич Ф. Г. (Bowditch F. H.) *369*, *456*
Бонд Дж. В. (Bond J. W. Jr.) *398*, *404*, *458*
Боришанский В. М. *18*, *374*, *444*, *456*
Брамсон М. А. *402*, *458*
Браун Г. А. (Brown G. A.) *239*, *254*, *452*, *453*
Брокау Р. (Brokaw R.) *28*, *444*
Брэдшоу П. (Bradshow P.) *44*, *128*, *130*, *131*, *168*, *444*, *448*, *449*
Бубялис Э. С. *229*, *235*, *452*
Бузник В. Н. *426*, *459*
Бурков В. В. *432*, *437*, *441*, *460*
Буссинеск Ж. (Boussinesq J.) *103*
Бюлтьес П. (Builtjes P. J. H.) *146*, *448*
Вагин С. П. *405*, *458*
Вайтекунас П. П. *161*, *177*, *120*, *121*, *160*, *447*, *449*
Валаткявичюс П. Ю. *163*, *379—381*, *385*, *449*, *457*
Ван дер Хегге Цейнен (Van der Hegge Zijnen B. G.) *210*, *451*
Ван Дрист Е. (Van Driest E.) *107*, *446*
Варгафтик Н. Б. *30*, *444*
Васечкин В. Н. *128*, *448*
Вегите И. И. *123*, *141*, *145*, *448*
Величко В. И. *367*, *368*, *380*, *456*, *457*
Вилемас Ю. В. *55*, *120*, *121*, *126*, *128*, *159*, *161*, *162*, *168*, *370*, *373*, *428*, *445*, *447*, *449*, *456*, *459*
Виленский В. Д. *395*, *458*
Винтермантель К. (Wintermantel K.) *219*, *221*, *451*
Висканта Р. (Viskanta R.) *44*, *410*, *417—419*, *445*, *459*
Вольфгард Х. Г. (Wolfhard H. G.) *24*, *444*
Ворс-Шмидт П. (Vorsce-Schmidt P.) *369*, *456*
Воскресенский К. Д. *73*, *445*
Врубляускас С. П. *370*, *373*, *456*
Вуд Р. Т. (Wood R. T.) *193*, *450*

Гаврилов А. Ф. *437*, *460*
Гаддис Е. С. (Gaddis E. S.) *440*, *460*
Галицейский Б. М. *360*, *456*, *457*
Гарднер К. А. (Gardner K. A.) *274*, *453*
Гедрайтис А. И. *390*, *392*, *393*, *457*, *458*
Гейдон А. Г. (Gaydon A. G.) *24*, *444*
Генин Л. Г. *332*, *356*, *365*, *368*, *455*
Гид В. (Giedt W.) *175*, *450*
Гильперт Р. (Hilpert R.) *210*, *451*
Гимбутис Г. И. *217*, *393*, *451*, *458*
Гиневский А. С. *103*, *126*, *446*, *447*
Гиршфельдер Дж. (Hirschfelder J.) *28*, *444*
Глебов Г. А. *457*
Гликсман Л. Р. (Glicksman L. R.) *376*, *456*
Глушко В. П. *24*, *444*
Гнелински В. (Gnieliński V.) *219*, *221*, *440*, *451*, *460*
Головнев И. Ф. *405*, *458*
Гольдштейн Р. Д. (Goldstein R. J.) *376*, *456*
Гольдштейн С. (Goldstein S.) *97*, *187*, *446*, *450*
Гольдштик М. А. *152*, *449*
Гомелаури В. И. *376*, *457*
Грегориг Р. (Gregorig R.) *304*, *454*
Грен Х. Г. (Groehn H. G.) *242*, *264*, *265*, *288*, *452*, *453*, *454*

Гретц Л. (Graetz L.) *330*, *455*
Григуль У. (Grigull U.) *332*, *455*
Гротц Б. Д. (Grotz B. J.) *304*, *454*
Гуди Р. М. (Goody R. M.) *405*, *408*, *458*
Гухман А. А. *47*, *377*, *378*, *445*, *457*

Дагис Л. И. *108*, *122*, *131*, *393—395*, *446*, *457*, *458*
Далле Донне М. (Dalle Donne M.) *369*, *456*
Данаев И. Т. *54*, *445*
Данилов Ю. И. *360*, *456*
Даугстас П. М. *176*, *195*, *200*, *212*, *214*, *450*, *451*
Дейслер Р. Д. (Deissler R. G.) *352*, *455*
Девис Е. С. (Davis E. S.) *239*, *452*
Дергач А. А. *128*, *132*, *448*
Детков С. П. *408*, *459*
Джеймс Д. Д. (James D. D.) *210*, *451*
Джунхан Г. Х. (Junkhan G. H.) *431*, *460*
Дзюбенко Б. В. *428*, *429*, *459*
Дин В. Ю. (Deane W. J.) *295*, *454*
Диприй Д. Ф. (Dipprey D. F.) *123*, *167*, *376*, *447*, *449*, *457*
Дмитрович А. (Dmitrowicz A.) *430*, *459*
Доберштейн С. С (Doberstein S. C.) *239*, *452*
Довнин С. И. *188*, *450*
Дородницын А. А. *54*, *445*
Дрейк Р. М. (Drake R. M.) *86*, *90*, *446*
Дрейцер Г. А. *123*, *360*, *428*, *429*, *438*, *447*, *456*, *459*, *460*
Дрижюс М.-Р. М. *123—125*, *139*, *163*, *165*, *167*, *433*, *447—449*, *460*
Дулькин И. Н. *291*, *454*
Дыбан Е. П. *194*, *128*, *130*, *138*, *168*, *199*, *214*, *446—451*
Дядякин Б. В. *369*, *456*

Жаляускас А. Б. *132*, *134*, *448*
Жимерин Н. Г. *24*, *444*
Жюгжда И. И. *55*, *67*, *78*, *85*, *89*, *92*, *95*, *97*, *152*, *154*, *172*, *176*, *177*, *181*, *188*, *192*, *195*, *196*, *200*, *204*, *212*, *214*, *220*, *299*, *335*, *344*, *348*, *445—455*

Заболоцкий В. П. *132*, *135*, *448*
Закиров С. Г. *438*, *460*
Закревский В. Ф. *434*, *460*
Захор А. С. (Zachor A. S.) *408*, *459*
Зданавичюс Г. Б. 176, *194*, *202*, *212*, *214*, *450*, *451*
Зигель Р. (Siegel R.) *365*, *402*, *405*, *410*, *456*, *458*
Зигмантас Г. П. *146*, *448*
Зоненберг Р. Е. (Sonnenberg R. E.) *146*, *448*
Зуев В. Е. *405*, *408*, *458*
Зысина-Моложен Л. М. *101*, *128*, *132*, *152*, *153*, *446—449*

Ибрагимов М. Х. *360*, *362*, *363*, *456*
Идельчик И. Е. *374*, *456*
Иевлев В. М. *377*, *457*
Илгарубис В. С. *195*, *212*, *214*, *451*
Илюхин Н. В. *377*, *457*
Индейкин А. И. *432*, *437*, *441*, *460*
Иос Дж. М. (Yos J. M.) *31*, *444*
Иоселевич В. А. *103*, *446*
Исаченко В. П. *97*, *254*, *453*, *446*
Исатаев С. И. *176*, *205*, *216*, *450*, *451*

Кавашимо К. (Kawashimo K.) *272*, *453*
Кадер Б. А. *108*, *115*, *123*, *138*, *139*, *168*, *446*, *447*, *449*
Кажимекас П.-В. А. *139*, *448*
Казакевич Ф. П. *262*, *453*
Казлаускас И.-Р. И. *170*, *449*
Калинин Э. К. *123*, *428*, *438*, *447*, *459*, *460*
Карман Т. (Karman Th.) *103*
Каст В. (Kast W.) *219*, *221*, *451*
Катаяма К. (Katayama K.) *272*, *453*
Катинас В. И. *152*, *154*, *194*, *212*, *240*, *262*, *292*, *299*, *302*, *310*, *320*, *431*, *449*, *451—454*, *460*
Катц Д. (Katz D.) *73*, *455*
Кацнельсон С. С. *405*, *458*
Кежялис Р. М. *163*, *379—381*, *449*, *457*
Кейлер Л. (Kaylar L.) *193*, *450*
Кейс В. М. (Kays W. M.) *132*, *357*, *432*, *434*, *440*, *445*, *448*, *460*
Керн Д. К. (Kern D. Q.) *274*, *436*, *453*, *460*
Кертис Ч. (Curtiss C.) *28*, *444*
Кессельман П. М. *26*, *28*, *444*
Кириллин В. А. *21*, *444*
Кириллов В. В. *158*, *449*
Кирпичев М. В. *48*, *50*, *52*, *445*
Клайн Д. (Klein J.) *333*, *339*, *343*, *455*
Класен П. (Clasen P.) *304*, *455*
Клаузер Ф. Г. (Clauser F. H.) *107*, *446*
Клебанов П. С. *136*, *137*, *143*, *448*
Кнудсен И. Г. (Knudsen J. G.) *73*, *76*, *445*
Ковалев С. А. *332*, *356*, *365*, *368*, *455*
Коваленко Л. М. *432*, *434*, *460*
Козлова Л. Г. *181*, *194*, *199*, *214*, *433*, *434*, *450*, *451*, *460*
Колесников А. В. *103*, *126*, *446*, *447*
Коллер Д. Г. (Collier J. G.) *436*, *460*
Колмогоров А. Н. *41*, *103*, *108*
Коннорс Г. Д. (Connors H. J.) *294*, *454*
Конт-Белло Г. (Comte-Bellot G.) *128*, *130*, *137*, *448*
Костич Ж. (Kostič Ž.) *224*, *452*
Кошкин В. К. *360*, *456*
Коэн Л. Ю. (Cohan L. J.) *295*, *454*
Краус А. (Kraus A.) *274*, *453*
Крашталев П. А. *205*, *216*, *457*
Кришер О. (Krischer O.) *219*, *221*, *451*
Кроль К. М. (Krall K. M.) *192*, *196*, *450*
Кружилин Г. Н. *78*, *195*, *196*, *200*, *445*, *451*
Кузнецов Е. Ф. *288*, *441*, *454*, *460*
Кузнецов Н. В. *257*, *281*, *288*, *453*, *454*
Кузнецова В. М. *101*, *152*, *153*, *446*, *449*
Курганов В. А. *369*, *456*
Кутателадзе С. С. *18*, *53*, *103*, *121*, *161*, *162*, *374*, *377*, *378*, *417*, *444—446*, *449*, *456*, *457*, *459*

Кутуков А. А. *281*, *453*
Кэстин Дж. (Kestin J.) *193*, *214*, *412*, *450*, *451*, *459*

Лабунцов Д. А. *89*, *90*, *92*, *446*
Ландау Л. Д. *34*, *444*
Ландгрен Т. С. (Lundgren T. S.) *327*, *455*
Лаудер Д. Е. (Lowder J. E.) *406*, *458*
Лаундер Б. (Launder B.) *103*, *446*
Левек М. А. (Leveque M. A.) *339*, *455*
Леви С. (Levy S.) *91*, *92*, *446*
Легкий В. М. *282*, *453*
Лельчук В. Л. *369*, *456*
Леперт Г. (Leppert G.) *214*, *451*
Леонтьев А. И. *103*, *121*, *132*, *135*, *162*, *377*, *378*, *446*, *448*, *449*, *457*
Лисейкин В. Д. *54*, *445*
Литвинов А. С. *26*, *444*
Лифшиц Е. М. *34*, *444*
Лойцянский Л. Г. *34*, *43*, *66*, *67*, *390*, *444*, *445*, *457*
Локшин В. А. *257*, *262*, *281*, *282*, *286*, *290*, *453*, *454*
Лондон А. Л. (London A. L.) *432*, *434*, *440*, *460*
Лоун С. Д. (Lawn C. J.) *143*, *448*
Лук-Зильберман А. И. *24*, *444*
Лыков А. В. *18*, *444*
Лышевский А. С. *281*, *453*
Людвиг Г. (Ludwieg H.) *110*, *130*, *447*
Людвиг К. Б. (Ludwig C. B.) *405*, *408*, *410*, *458*
Лютикас Н. С. *335*, *339*, *340*, *455*
Ляховский Д. Н. *53*, *445*

Майданик В. Н. *397*, *458*
Макарявичюс В. И. *26*, *28*, *49*, *50*, *61*, *82*, *83*, *120*, *161*, *163*, *207*, *224*, *235*, *247*, *255*, *257*, *377*, *381*, *390*, *393*, *395*, *433*, *434*, *444*, *446*, *447*, *449*, *451*, *452*, *457*, *460*
Мак-Комас С. Т. (Mc Comas S. T.) *328*, *455*
Максин Н. Л. *109*, *114*, *120*, *151*, *447*, *449*
Малина Д. А. (Malina J. A.) *365*, *456*
Малкин Б. М. *437*, *460*
Малкмус В. (Malkmus W.) *405*, *408*, *410*, *458*
Малышев Н. И. *24*, *444*
Мамонов В. Н. *128*, *448*
Маркочи Г. (Markoczy G.) *361*, *456*
Маркявичюс А. А. *300*, *454*
Марр Ю. Н. *177*, *450*
Марцинаускас К. Ф. *226*, *235*, *249*, *426*, *452*, *459*
Маслеева Н. В. *205*, *216*, *455*
Матье И. (Mathieu J.) *128*, *130*, *137*, *448*
Медведева М. А. *128*, *132*, *448*
Мелчарек З. (Mielczarek Z.) *430*, *459*
Менард В. А. (Menard W. A.) *406*, *458*
Мигай В. К. *287*, *453*
Микишев А. И. *292*, *310*, *454*
Миллионщиков М. Д. *41*
Миронов Б. П. *128*, *448*
Михеев М. А. *12*, *48*, *50*, *52*, *81*, *84*, *207*, *209*, *210*, *329*, *334*, *356*, *368*, *379*, *382*, *445*, *446*, *451*, *455*, *457*
Михеева И. М. *210*, *334*, *451*, *455*
Монин А. С. *98*, *103*, *136*, *446*, *448*
Морковин М. В. (Morkovin M. V.) *172*, *450*
Мотулевич В. П. *35*, *36*, *37*, *39*
Моффат Р. И. (Moffat R. I.) *132*, *448*
Мочан С. И. *257*, *453*

Невский А. С. *410*, *459*
Нелишович В. И. *433*, *434*, *460*
Неуман И. С. (Neumann I. C) *115*, *447*
Никурадзе И. (Nikuradse J.) *358*, *373*, *456*
Ниит М. И. *54*, *445*
Ниэл С. Б. (Neal S. B.) *285*, *453*
Новиков Г. А. *397*, *458*
Новиков И. И. *18*, *444*

Обухов А. М. *41*
Осипова В. А. *97*, *446*
Островский Ю. Н. *282*, *453*
Оцисик М. Н. (Ozisik M. N.). *402*, *405*, *410*, *458*

Патанкар С. В. (Patankar S. V.) *107*, *446*
Паулавичюс Р. Б. *55*, *445*
Пеннер С. С. (Penner S. S.) *405*, *406*, *408*, *458*
Переднис Э. Э. *240*, *262*, *292*, *293*, *310*, *452—454*
Перкинс Г. С. (Perkins H. S.) *214*, *369*, *451*, *456*
Пермяков В. А. *53*, *445*
Петухов Б. С. *109*, *114*, *120*, *151*, *158*, *187*, *325*, *326*, *330*, *332*, *333*, *342*, *343*, *356*, *357*, *365*, *368*, *369*, *377*, *378*, *395*, *397*, *447*, *449*, *457*, *458*, *450*, *455*, *456*
Печуркин В. А. *395*, *458*
Поляков А. Ф. *109*, *114*, *120*, *151*, *447*, *448*
Польгаузен Е. (Pohlhausen E.) *75*, *76*, *85*, *445*
Пользик В. В. *176*, *450*
Попов В. Н. *120*, *377*, *378*, *395*, *447*, *457*, *458*
Почкина К. А. *126*, *447*
Пошкас П. С. *229*, *248*, *452*
Прандтль Л. (Prandtl L.) *43*, *54*, *103*, *108*, *353*, *396*, *455*
Пробстейн Р. Ф. (Probstein R. F.) *390*, *457*
Пуазейль И. (Poiseuille J.) *385*, *386*
Пучков П. И. *242*, *264*, *362*, *453*, *456*, *452*
Пшениснов И. Ф. *288*, *454*
Пядишюс А. А. *107*, *117*, *128—132*, *134*, *138*, *139*, *146*, *156*, *168*, *170*, *446—449*

Райнике Г. (Reinicke H.) *219*, *221*, *451*
Ревзина О. Г. *257*, *453*
Реден Д. Е. (Rearden J. E.) *405—408*, *410*, *458*
Рейнольдс А. И. (Reynolds A. J.) *108*, *446*
Рейхардт Г. (Reichardt H.) *107*, *352*, *356*, *446*, *455*
Реме К. (Rehme K.) *55*, *376*, *445*, *456*

Репик Е. У. *132*, *448*
Риддел Ф. Р. (Riddell F. R.) *390*, *393—396*, *457*
Рид Р. С. (Reid R. C.) *26—28*, *444*
Риттер Р. Б. (Ritter R. B.) *437*, *460*
Розенов В. М. (Rohsenow W. M.) *376*, *456*
Рознер Д. (Rosner D.) *391*, *457*
Ройзен Л. И. *291*, *357*, *369*, *454—456*
Роост Э. Г. *128*, *132*, *448*
Ротта И. С. (Rotta J. C.) *98*, *99*, *103*, *446*
Роуз Р. Г. (Rouz R. G.) *390*, *457*
Рошко А. (Roshko A.) *174*, *175*, *450*
Рубцов Н. А. *417*, *459*

Саберски Р. М. (Sabersky R. M.) *123*, *167*, *376*, *447*, *449*, *457*
Сакалаускас А. В. *428*, *459*
Саливен Ф. В. (Sullivan F. W.) *254*, *453*
Самоша П. С. *238*, *258*, *452*, *453*
Самуилов Е. В. *26*, *444*
Сато Т. (Sato T.) *329*, *345*, *455*
Свайз Г. В. (Swise H. W.) *210*, *451*
Свела Р. А. (Svehla R. A.) *28*, *444*
Себеси Т. (Cebesi T.) *41*, *44*, *46*, *126*, *445*, *447*
Севастьяненко В. Г. *405*, *458*
Селлерс Д. Р. (Sellers D. R.) *333*, *339*, *455*
Сесс Р. Д. (Cess R. D.) *417*, *459*
Сильвер Р. С. (Silver R. S.) *151*, *448*
Симонич Д. С. (Simonich J. S.) *128*, *130*, *131*, *168*, *448*, *449*
Синкявичюс И. Э. *407*,*458*
Сипавичюс Ч.- С. Ю. *239*, *247*, *250*, *255*, *452*
Ситон Р. Е. (Seaton R. E.) *436*, *460*
Скринска А. Ю. *280—283*, *288*, *453*
Скэн С. В. (Skan S. W.) *54*, *445*
Смит А. М. О. (Smith A. M. O.) *41*, *46*, *445*
Смит Д. В. (Smith D. W.) *110*, *447*
Смольский Б. М. *18*, *444*
Соколов В. Г. *281*, *405*, *453*, *458*
Солоухин Р. И. *405*, *458*
Соскова И. С. *152*, *153*, *449*
Сполдинг Д. Б. (Spalding D. B.) *103*, *107*, *120*, *446*, *447*
Спэрроу Е. М. (Sparrow E. M.) *327*, *365*, *455*, *456*
Стар Д. Б. (Starr J. B.) *327*, *455*
Стасюлявичюс Ю. К. *238*, *258*, *280—283*, *288*, *452*, *453*
Стефан К. (Stephan K.) *329*, *343*, *345*, *455*
Стырикович М. А. *5*, *444*
Субботин В. И. *360*, *362*, *363*, *456*
Сугавара С. (Sugawara S.) *329*, *345*, *455*
Сукомел А. С. *95*, *367*, *368*, *380*, *446*, *456*, *457*
Сурвила В. Ю. *55*, *126*, *128*, *159*, *176*, *214*, *248*, *370*, *445*, *447*, *449*, *451*, *452*, *456*
Суринов Ю. А. *410*, *459*
Суткайтите И. Б. *26*, *28*, *444*
Сцесса С. (Scessa S.) *92*, *446*
Сычев В. В. *21*, *281*, *444*, *453*
Сэмпсон Д. Г. (Sampson D. H.) *398*, *458*

Таборек Д. (Taborek J.) *437*, *460*
Тамонис М. М. *26*, *28*, *82*, *83*, *107*, *108*, *120*, *122*, *128*, *131*, *162*, *163*, *390—395*, *405—414*, *417—423*, *444—449*, *458*, *459*
Тамуленис А. П. *395*, *458*
Тани И. (Tani I.) *175*, *450*
Тарг С. М. *80*, *325*, *326*, *335*, *445*, *448*, *455*
Таунсенд А. А. (Townsend A. A.) *136*, *137*
Тилбахр В. Г. (Thielbahr W. H.) *132*, *448*
Тилдсли Дж. Р. (Tyldesley J. R.) *151*, *448*
Тилман В. (Tillmann W.) *110*, *130*, *447*
Тимошенко С. П. (Timoshenko S. P.) *296*, *299*, *316*, *454*
Томсон Дж. А. Л. (Thomson J. A. L.) *405—408*, *410*, *458*
Тохтарова Л. С. *278*, *281*, *282*, *288*, *290*, *454*, *453*
Трац Г. (Tratz H.) *332*, *455*
Трибус М. (Tribus M.) *333*, *339*, *343*, *455*
Тулин С. Н. *282*, *289*, *290*, *445*, *453*, *454*
Турилина Е. С. *73*, *445*
Тутлите О. Л. *407*, *458*
Тэйвари С. Н. (Tiwari S. N.) *417*, *459*
Тэйлор М. Ф. (Taylor M. F.) *193*, *369*, *456*
Тьен К. Л. (Tien C. L.) *404*, *406*, *408*, *458*

Улинскас Р. В. *117*, *159*, *226*, *229*, *235*, *239*, *247*, *249*, *255*, *259*, *426*, *434*, *447—453*, *459*, *460*
Уолкер И. Г. (Wolker I. H.) *110*, *447*
Уотсон К. М. (Watson K. M.) *398*, *404*, *458*
Ушаков П. А. *362*, *363*, *456*
Уэбб Р. Л. (Webb R. L.) *376*, *456*
Уэлс С. С. (Wells C. S.) *101*, *446*
Уэлч Дж. А. (Welch J. A. Jr.) *398*, *404*, *458*

Фанг И. С. (Fuang Y. S.) *319*, *455*
Фединский О. С. *18*, *444*
Фей Д. (Fay J.) *390*, *393—396*, *457*
Филоненко Г. К. *353*, *356*, *455*
Фишдон У. (Fishdon U.) *175*, *450*
Фишер Ф. Д. (Fisher F. D.) *76*, *445*
Фолкнер В. М. (Falkner V. M.) *54*, *445*
Фомина В. Н. *281*, *286*, *453*
Фортье А. (Fortier A.) *115*, *447*
Франк-Каменецкий Д. А. *391*, *457*
Фресслинг Н. (Frossling N.) *195*, *196*, *451*

Хагге Д. К. (Hagge J. K.) *431*, *460*
Хаген Г. (Hagen G.) *385*, *386*
Халл Г. Л. (Hull H. L.) *239*, *254*, *452*, *453*
Халман Т. М. (Hallman T. M.) *365*, *456*
Хан Д. С. (Han J. C.) *376*, *456*
Хара Т. (Hara T.) *80*, *84*, *445*
Хартри Д. Р. (Hartree D. R.) *72*, *445*
Хассан А. И. (Hassan A. Y.) *319*, *455*
Хаттон А. П. (Hatton A. P.) *210*, *451*
Хауэлл Дж. Р. (Howell J. R.) *402*, *405*, *458*
Хинце И. О. (Hinze I. O.) *41*, *98*, *136*, *146*, *215*, *217*, *445—448*, *451*
Хиршфельдер И. О. (Hirschfelder J. O.) *28*, *444*

Хитчкук И. А. (Hitchcock I. A.) *285*, *453*
Хотель Х. С. (Hottel H. S.) *410*, *459*
Хоуарт Л. (Howart L.) *67*, *181*, *445*, *450*
Хрусталев Б. А. *402*, *458*
Худина М. (Hudina M.) *376*, *457*
Хюдж Дж. (Hughes J. A.) *207*, *451*

Цедерберг Н. В. *20*, *444*
Цителаури Н. Н. *26*, *444*

Чесна Б. А. *55*, *126*, *128*, *159*, *161*, *162*, *168*, *194*, *212*, *370*, *447—451*, *445*, *456*
Чжен П. К. (Chang P. K.) *172*, *450*
Чжэнь И. Н. (Chen Y. N.) *295*, *299*, *304*, *319*, *454*
Чи С. В. (Chi S. W.) *120*, *447*
Чиркин В. С. *19*, *444*

Шакманас А. Т. *433*, *460*
Шапиро Р. И. *24*, *444*
Шапола В. И. *217*, *451*
Шарней Г. (Charnay G.) *128*, *130*, *137*, *448*
Шах Р. К. (Shah R. K.) *433*, *460*
Швегжда С. А. *177*, *450*
Швенчянас П. П. *82*, *83*, *446*
Шейндлин А. Е. *21*, *402*, *458*
Шервуд Т. К. (Scherwood T. K.) *26*, *27*, *28*, *444*
Шёнауер В. (Schönauer W.) *181*, *450*
Шидлаускас В. А. *405*, *412*, *413*, *417*, *458*, *459*
Шиллер Л. (Schiller L.) *325*, *445*
Шимонис В. М. *370*, *373*, *456*
Шитников В. К. *219*, *451*
Шишов Е. В. *132*, *135*, *448*
Шкема Р. К. *433*, *460*
Шланчяускас А. А. *55*, *98*, *101*, *107—130*, *139—150*, *156*, *161—168*, *178*, *224*, *235*, *247*, *255*, *257*, *376*, *432*, *445—452*
Шлихтинг Г. (Schlichting H.) *22*, *34*, *35*, *42*, *43*, *66*, *67*, *98—102*, *152*, *153*, *326*, *329*, *422*, *445—450*, *459*
Шмидт Т. Е. (Schmidt Th. E.) *277*, *278*, *288*, *289*, *444*, *445*, *450*, *453*, *455*
Шольц Ф. (Scholz F.) *242*, *264*, *265*, *289*, *452—454*
Шорин С. Н. *395*, *414*, *458*, *459*
Шпильрайн Э. Э. *5*, *444*
Штерн В. Н. *152*, *449*
Шу Г. (Schuh H.) *85*, *446*
Шукис Б. П. *390*, *457*
Шукстерис В. С. *299*, *431*, *454*, *460*
Шульман З. П. *18*, *444*
Шульц-Грюнов Ф. (Shultz-Grunow F.) *110*, *447*

Эва В. К. *377*, *378*, *380*, *381*, *457*
Эдвардс Д. К. (Edwards D. K.) *406*, *458*
Эккерт Э. Р. Г. (Eckert E. R. G.) *78*, *79*, *86*, *90*, *177*, *192*, *195*, *196*, *376*, *445*, *450*, *456*
Эпик Э. Я. *128*, *130*, *138*, *168*, *181*, *194*, *199*, *214*, *433*, *434*, *449—451*, *460*
Эпштейн Н. (Epstein N.) *436*, *460*

Юдаев Б. Н. *192*, *450*
Юдин В. Ф. *278*, *281*, *282*, *288*, *290*, *453*, *454*
Юшкявичюс Р. А. *377—381*, *457*

Яглом А. М. *98*, *103*, *108*, *115*, *123*, *136*, *168*, *446—449*
Яковлев В. И. *405*, *458*
Янг Ван-Цзу (Kwand-Tzu Yang) *337*, *455*
Яненко Н. Н. *54*, *445*
Яронис Э. П. *432*, *460*
Ярхо С. А. *123*, *428*, *447*, *459*
Ярыгина Н. И. *128*, *448*
Ястребенецкий А. Р. *432*, *434*, *460*

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абсолютно черное тело *399—401*
Автомодельность *52*, *76*
Аналогия Рейнольдса *115*, *116*, *554*

Вибрации (колебания) *292*
— одиночной трубы *297*, *315*
— радиально расположенных труб *313*
— труб коридорных пучков *300*, *302*, *305*
— — наклонных пучков *310*
— — шахматных пучков *300*, *305*
Виброскорость *431*
Волны ультразвуковые *432*
Высота ребра *274*, *384*
— элементов шероховатости *124*, *263*
Вязкость газов *26*
— жидкостей *21*
— переменная *246*
— турбулентная *44*, *103*, *107*, *351*

Галоширование *296*
Гидравлический диаметр *277*
Гидравлическое сопротивление *353*
— — поперечно-обтекаемых пучков гладких труб *234*, *395*
— — — — — наклонных труб *240*
— — — — — оребренных труб *279*
— — — — — шероховатых труб *241*
— — при течении в трубе *386*, *395*
Гидроупругая нестабильность *293*, *320*
Градиент давления *202*, *203*, *336*
— температур *19*, *74*, *76*, *79*, *81*, *92*, *383*

Диссипативная функция *36*
Диссоциация *24*, *393*
Диссоциированный газ *24*, *377*, *380—382*, *393*
Диффузионный термоэффект *37*
Диффузия *19*, *36*, *387*
Диффузная область реагирования *389*
— поверхность *389*
Длина волны *398*
— начального гидродинамического участка *326*
— — термического участка *331*, *333*
— пути перемешивания *103*, *104*

Жидкость идеальная *172*
— капельная *65*
— неньютоновская *18*
— реальная *21*

Загрязнение биологическое *436*
— поверхностей теплообмена *435—438*

Закон дефекта скорости *99*, *110*, *111*
— излучения Планка *399*
— Кирхгофа *401*
— поглощения Бэра *404*
— смещения Вина *400*
— стенки для скорости *98*, *110*
— — — температуры *100*, *112*, *113*
— температуры *100*, *114*

Излучение атомарного газа *402—404*
— линейчатое *403*, *404*
— молекулярного газа *405—408*
Индуцированное излучение *403*
Интеграл Лайона *356*
Интегральная интенсивность излучения *399*
— объемная плотность энергии излучения *400*
Интегральное поглощение полосы *409*
Интенсивность излучения *37*, *399*
— — абсолютно черного тела *399*
— пульсаций скорости *136*, *350*
— — температуры *140*
Интенсификация теплообменных процессов *217*, *373*

Калориметр водяной *63*
— электронагревательный *64*
Касательные напряжения *21*, *42*, *67*, *68*, *70*, *180—182*, *351*
Компактность теплообменника *8*, *17*, *432—434*
Конвекция вынужденная *14*
— свободная *14*
— смешанная *209*, *210*
Контур аэродинамический *55*
— гидродинамический *55*
Коррозия теплообменной поверхности *18*, *439*
Коэффициент асимметрии пульсаций *140*
— гидравлического сопротивления *386*
— — — каналов *325*, *351*, *353*, *363*, *374*
— — — пучков труб *386*
— — — труб *325*, *386*
— — — шероховатых каналов *374*
— давления *188*, *224*, *232*
— демпфирования *104*, *107*, *318*
— динамической вязкости *21*
— диффузии *28*, *36*, *389*
— излучательной способности *401*, *402*, *412*
— конвективно-диффузионного переноса массы *388*
— корреляции *141*

— локальной теплоотдачи *78*, *83*, *88*, *95*, *96*
— объемного расширения *20*
— отражательной способности *401*, *402*, *412*
— поглощательной способности *401*, *402*
— пропускательной способности *401*, *402*
— средней теплоотдачи *74*, *77—79*, *89*
— теплоотдачи *13*, *14*, *15*, *50*, *354*, *360*, *374*, *388*
— теплопроводности *19*, *25*
— термодиффузии *36*, *389*
— трения *109*, *112*, *188*, *232*
— турбулентной вязкости *44*, *103*, *107*, *108*, *178*, *198*
— — температуропроводности *44*, *198*
— эффективности ребра *273*

Ламинаризация потока *132*, *384*
Линии спектральные серии Бальмера *403*, *404*
— — — Лаймона *403*, *404*
— — — Пашена *403*, *404*
Локальное термодинамическое равновесие *389*, *398*

Масса присоединенная жидкости *296*, *320*
— суммарная (расчетная) *296*, *316*
Масштаб энергосодержащих вихрей *144*
Методы интенсификации теплообмена *425*, *426*, *443*
— — — активные *426*
— — — пассивные *426*
— — — сложные *426*
Моделирование полное *51*
— тепловое локальное *52*

Напряжения касательные *42*, *67*, *68*, *70*, *103*, *105*, *180—182*
— нормальные *42*, *232*
— турбулентные *42*, *103*, *105*
Нензотермичность *94*, *96*

Обтекание гладкотрубных пучков *222*
— пластины безградиентное *65*, *68*, *109*
— — градиентное *70*
— поверхностей шероховатых *123*
— пучков ребристых труб *269*, *276*
— труб гладких *126*
— — наклонных пучков *241*
— — шероховатых *241*
— цилиндра идеальной жидкостью *172*
— — докритическое *174*
— — критическое *175*, *200*
— — реальной жидкостью *173*
— — сверхкритическое *175*, *202*
Окислы азота *383*
Определяющая скорость *238*, *246*
Определяющий размер *246*, *277*, *353*
Отрыв вихрей с одиночной трубы (цилиндра) *176*, *298*, *305*
— — — труб коридорных пучков *302*
— — — — шахматных пучков *302*, *304*, *305*
— пограничного слоя *249*
Отрывной пузырь *175*, *183*, *200*, *259*

Параметр каталитической активности *391*
— оребрения *282*
— скорости рекомбинации *395*
Перегородки *430*, *440*
— «диск — кольцо» *430*, *441*
— сегментные *430*
Перенос конвективно-диффузионный *387*
— энергии конвективный *387*
— — радиационный *398*
Перепад массовых концентраций *388*
— полных энтальпий *388*
— температур *91*, *388*
— энергии химических превращений *388*
— энтальпий *388*
Переход ламинарного течения в турбулентное *101*, *176*, *203*, *249*
Пограничный слой гидродинамический *98*, *323*, *353*
— — ламинарный *65*
— — тепловой *74*, *76*, *79*, *98*, *330*
— — турбулентный *98*
Подогреватель электродуговой *63*
Подслой вязкий динамический *98*
— температурный *100*
Плазмотрон *63*, *377*
Показатель преломления среды *401*, *402*
Постоянная Больцмана *399*
— Планка *398*
— Стефана — Больцмана *400*
Поток бинарной смеси газа *393*
— диссоциированного воздуха *31*, *396*
— многокомпонентный продуктов сгорания *24*, *393*
— неравновесный *396*
— равновесный *393*
Превращение химическое *25*, *388*
Преобразование масштабное *47*
— Фолкнера — Скэна *54*
Профиль скорости в начальном участке канала *327*
— — — некруглых каналах *324*
— — на пластине *67—69*
— — — цилиндре *179*, *181*
— — — трубах *323*, *327*, *351*

Равновесие термодинамическое *24*
Равновесное излучение *399*
Равновесный газ *24*, *377*, *380*, *381*, *393*
Расчет теплообменных аппаратов *440*
— — — гидравлический *440*
— — — механический *440*, *441*
— — — тепловой *440*
Реакция гетерогенная *387*, *389*
— гомогенная *387*
— химическая *24*, *387*
Скорость безразмерная *98*, *336*
— динамическая *98*, *105*, *351*, *360*
— диффузии *389*
— критическая *320*
— химических реакций *377*, *389*, *395*

Спектральная интенсивность излучения *399*, *402*, *409*
— объемная плотность энергии *399*
Спектр частотный вибраций труб *309*, *314*
— — пульсаций скорости *298*, *303*, *313*
— — — температуры *142*
Статистическая модель Мейера — Гуди *406*
Степень турбулентности *128*
— черноты *409*

Температура безразмерная *79*, *80*, *87*, *336*
— определяющая *246*
Температурный напор *11*, *12*
— фактор *161*
Тензор напряжений *42*
Теплоемкость газов *25*
— жидкостей *21*
Теплообменники компактные *8*
— трубчатые *6*, *383*, *384*
Теплоотдача в круглой трубе *332*, *377*, *378*, *395*
— — начальном участке канала *345*, *379*, *380*, *395*
— — шероховатом канале *379*, *380*
— гладкой пластины *74*, *152*, *394*, *395*
— — — при градиентном обтекании *78*, *170*
— — — — переменных физических свойствах *80*, *83*, *159*, *377*
— — — с необогреваемым начальным участком *85*, *89*, *157*
— пучков оребренных труб *269*, *384*
— — труб *16*, *267*
— — — шероховатых *264*
— цилиндра *16*, *191*, *195*, *206*, *213*, *216*, *393*
— шероховатой пластины *163*
Теплопередача *13*, *14*
Теплопроводность газов *25*
— жидкостей *19*
— оребренной трубы *270*
Теплота образования *25*, *388*
— реакции *25*, *388*
Термодиффузия *389*
Течение в теплообменниках *6*, *7*
— вторичное *358*
— ламинарное *15*, *323*, *324*, *335*, *393*
— турбулентное *15*, *349*, *353*, *354*, *377*, *394*
Толщина вытеснения *99*
— пограничного слоя *67*, *70*, *73*, *102*, *178*, *342*
— потери импульса *99*
Турбулентность *91*, *103*, *136*, *349*
— влияние *128*, *131*, *180*, *201*, *214*

Уравнение Бернулли *175*
— движения *65*
— диффузии *34*, *389*
— импульса *66*, *70*
— Навье — Стокса *35*, *65*, *73*
— неразрывности *33*, *34*, *65*, *104*
— переноса излучения *33*, *37*
— пограничного слоя *45*, *65*, *66*, *72*, *80*, *91*, *104*, *177*
— сохранения массы *34*
— теплового баланса *9*
— Эйлера *191*
— энергии *33*, *35*, *44*, *74*, *91*, *330*, *389*
Условия локального термодинамического равновесия *389*
— однозначности *47*

Фотодиссоциация *403*
Фотоионизация *403*
Фоторекомбинация *403*
Функции тока *75*, *82*

Частота отрыва вихрей *176*, *299*, *302*, *304*, *311*
— собственных колебаний поперечного столба газа *295*
— — — труб *296*
Число волновое *398*
— Льюиса *28*, *48*, *390*, *393*
— Нуссельта *48*, *389*
— Пекле *48*
Прандтля *23*, *31*, *48*, *390*
— — турбулентное *104*, *106*, *108*, *132*, *148*
— Рейнольдса *48*
— — критическое *101*, *154*
— Струхаля *48*, *176*, *299*

— Шервуда *390*
— Шмидта *32*, *48*, *390*
Шероховатость *123*, *373*

Энтальпия полная *24*, *388*
— эффективная *395*
Эффект Штарка *403*
Эффективность ребра *273*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Основные обозначения 4

Глава 1

ВВЕДЕНИЕ

1.1. Общие сведения 5
1.2. Однофазные конвективные теплообменники 6
1.3. Принципы теплового расчета 8
1.4. Средний температурный напор 10
1.5 Коэффициент теплопередачи 13
1.6 Особенности конвективной теплоотдачи 14

Глава 2

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ

2.1. Общая характеристика теплоносителей 17
2.2. Свойства жидкостей 19
2.3. Число Прандтля жидкостей 23
2.4. Свойства продуктов сгорания 24
2.5. Свойства воздуха и азота . . 30
2.6. Число Прандтля газов 31

Глава 3

УРАВНЕНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА

3.1. Предварительные замечания 33
3.2. Уравнение сплошности . . . 34
3.3. Уравнение движения вязкой жидкости 34
3.4. Уравнение энергии 35
3.5 Уравнения состояния и переноса излучением 37
3.6. Уравнение диффузии 37
3.7. Уравнения теплообмена в потоке газа 38
3.8. Уравнения теплообмена в потоке несжимаемой жидкости 39
3.9. Уравнения двумерного конвективного теплообмена . . . 40
3.10. Уравнения осредненного турбулентного потока 41
3.11 Уравнения теплового пограничного слоя 43
3.12. Краевые условия 45

Глава 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

4.1. Теория подобия и метод размерностей. 47
4.2. Моделирование процессов теплообмена 51
4.3. Численное моделирование . . 53
4.4. Устройства для экспериментального моделирования . . 55

Глава 5

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

5.1. Пограничный слой на пластине 65
5.2. Градиентное обтекание 70
5.3. Малые числа Рейнольдса . . 72

Глава 6

ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ОБТЕКАНИИ

6.1. Теплоотдача изотермической поверхности 74
6.2. Теплоотдача при градиентном обтекании 78
6.3. Влияние переменных физических свойств жидкости . . 80
6.4. Влияние необогреваемого начального участка 85
6.5. Теплоотдача неизотермической поверхности 91

Глава 7

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

7.1. Общие свойства турбулентного пограничного слоя . . . 98
7.2. Переходный режим течения 101
7.3. Моделирование турбулентного переноса 103
7.4. Перенос в пограничном слое на плоской поверхности . . . 109
7.5. Влияние переменных физических свойств жидкости 117
7.6. Особенности переноса в потоке газа 120
7.7. Влияние шероховатости поверхности 123
7.8. Влияние поперечной кривизны поверхности 126
7.9. Влияние турбулентности потока 128
7.10. Влияние ускорения потока . 132

Глава 8

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

8.1. Интенсивность пульсаций скорости и температуры 136
8.2. Корреляционные характеристики 141
8.3. Роль крупномасштабных вихрей 144
8.4. Турбулентное число Прандтля 148

Глава 9

ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ОБТЕКАНИИ

9.1. Теплоотдача пластины в переходном режиме течения . . 152
9.2. Теплоотдача гладкой поверхности 155
9.3. Влияние переменных физических свойств жидкости . . 159
9.4. Теплоотдача шероховатой поверхности 163
9.5. Влияние турбулентности потока 168
9.6. Теплоотдача при ускорении потока 170

Глава 10

ПОПЕРЕЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ЦИЛИНДРА

10.1. Особенности обтекания цилиндра 172
10.2. Обтекание лобовой части цилиндра 177
10.3. Распределение касательных напряжений и давления на цилиндре 180
10.4. Сопротивление цилиндра . . 187

Глава 11

ТЕПЛООТДАЧА ЦИЛИНДРА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ

11.1. Теплоотдача в лобовой точке 191
11.2. Местная теплоотдача цилиндра 195
11.3. Влияние загромождения на местную теплоотдачу . . . 205
11.4. Средняя теплоотдача цилиндра. 206
11.5. Влияние турбулентности потока на среднюю теплоотдачу 214
11.6. Влияние загромождения на среднюю теплоотдачу . . . 216
11.7. Теплоотдача шероховатого цилиндра. 217
11.8. Цилиндры различного профиля 219

Глава 12

ПОПЕРЕЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПУЧКОВ ТРУБ

12.1. Особенности обтекания . . . 222
12.2. Распределение давления и скорости 224
12.3. Сопротивление трубы в пучке 232
12.4. Гидравлическое сопротивление пучков труб 234
12.5. Гидравлическое сопротивление наклонных пучков труб 240
12.6. Гидравлическое сопротивление пучков шероховатых труб 241

Глава 13

ТЕПЛООТДАЧА ПОПЕРЕЧНО-ОБТЕКАЕМЫХ ПУЧКОВ ТРУБ

13.1. Теплоотдача трубы в пучке 245
13.2. Местная теплоотдача трубы в пучке 247
13.3. Влияние физических свойств теплоносителя 252
13.4. Средняя теплоотдача трубы в пучке 253
13.5. Влияние угла атаки потока 262
13.6. Теплоотдача шероховатых труб 262
13.7. Расчет средней теплоотдачи пучков 266

Глава 14

ТЕПЛООТДАЧА И ОБТЕКАНИЕ ОРЕБРЕННЫХ ТРУБ

14.1. Пучки оребренных труб . . . 269
14.2. Теплопроводность оребренной трубы 270
14.3. Эффективность ребра 273
14.4. Особенности обтекания оребренных пучков труб 276
14.5. Выбор определяющих параметров 277
14.6. Гидравлическое сопротивление пучков оребренных труб 279
14.7. Местная теплоотдача оребренной трубы в пучке . . . 283
14.8. Средняя теплоотдача оребренных пучков труб 286

Глава 15

ВИБРАЦИИ ТРУБ В ТЕПЛООБМЕННИКАХ

15.1. Гидродинамические вибрации труб в потоках теплоносителей 292
15.2. Вибрации поперечно-обтекаемой одиночной трубы . . . 297
15.3. Вибрации поперечно-обтекаемых пучков труб 300
15.4. Статистический анализ вибраций труб 306
15.5. Вибрации пучков наклонных труб 310
15.6. Вибрации радиальных пучков труб 313
15.7. Расчет и предотвращение вибраций труб 315

Глава 16

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ

16.1. Гидродинамика установившегося течения 323
16.2. Течение в начальном участке 325
16.3. Теплообмен при гидродинамически установившемся течении в круглой трубе . . . 330
16.4. Теплообмен в каналах некруглого сечения 334
16.5. Теплообмен в начальном участке круглой трубы . . . 342
16.6. Теплоотдача начального участка параллельных пластин 344

Глава 17

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ

17.1. Особенности турбулентного переноса 349
17.2. Гидродинамика турбулентного потока 350
17.3. Связь между коэффициентами теплоотдачи и трения . . . 354
17.4. Теплоотдача к турбулентному потоку в круглых трубах при установившемся течении 354
17.5. Теплообмен в кольцевых каналах 356
17.6. Гидродинамика и теплообмен в некруглых каналах и в продольно-обтекаемых пучках тепловыделяющих стержней 358
17.7. Теплообмен и гидродинамика в начальном участке 364
17.8. Влияние переменности физических свойств 367
17.9. Каналы с шероховатой поверхностью 373

Глава 18

ТЕПЛООБМЕН В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОТОКАХ ГАЗОВ

18.1. Предварительные сведения 377
18.2. Теплообмен при турбулентном течении в трубах 377
18.3. Влияние диссоциации на теплообмен 380

18.4. Теплообмен в плоских каналах 382
18.5. Теплообмен в трубчатых и щелевых теплообменниках . 383
18.6. Гидравлическое сопротивление в каналах 386

Глава 19

ТЕПЛООБМЕН ПРИ НАЛИЧИИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

19.1. Конвективно-диффузионный теплообмен 387
19.2. Замороженный пограничный слой 389
19.3. Равновесный пограничный слой 393
19.4. Пограничный слой при наличии химических реакций конечной скорости 395

Глава 20

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА С ИЗЛУЧЕНИЕМ

20.1. Основные определения и законы равновесного излучения 398
20.2. Коэффициенты и поглощения непрерывного и линейчатого излучения в газах 402
20.3. Излучение в полосах молекулярных газов 405
20.4. Излучение полусферического слоя газов 409
20.5. Одномерное приближение радиационного потока 410
20.6. Параметры подобия сложного теплообмена 414
20.7. Ламинарный конвективно-радиационный теплообмен в плоском канале 417
20.8. Турбулентный конвективно-радиационный теплообмен в каналах 420

Глава 21

СОЗДАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

21.1. Интенсификация теплообменных процессов 425
21.2. Компактные теплообменники 432
21.3. Загрязнение теплообменных поверхностей 435
21.4. Эффективность теплообменных аппаратов 439

Литература 444
Именной указатель 461
Предметный указатель 466

Альгирдас Альфонсович Жукаускас

КОНВЕКТИВНЫЙ ПЕРЕНОС В ТЕПЛООБМЕННИКАХ

Утверждено к печати Институтом физико-технических проблем энергетики АН ЛитССР

Редактор Н. А. Райская. Редактор издательства Э. Н. Терентьева
Художник Е. А. Михельсон. Художественный редактор Т. П. Поленова.
Технический редактор Н. Н. Кокина. Корректоры Р. З. Землянская, Г. Н. Лащ

ИБ № 24022

Сдано в набор 26.01.82. Подписано к печати 09.04.82. Т-03993. Формат 70×100¹/₁₆. Бумага для глубокой печати. Гарнитура «Обыкновенная новая». Печать высокая. Усл. печ. л. 38,05. Усл. кр. отт. 40. Уч.-изд. л. 36,6. Тираж 5600 экз. Тип. зак. 1286. Цена 3 р. 20 к.

Издательство «Наука» 117864, ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90
2-я типография издательства «Наука» 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10